Unidad 3: Polinomios ($\mathbb{R}[x]$)

Monomios

Definición: expresión algebraica formada por el producto de un número (coeficiente) y una o varias letras (variables) con exponente natural (parte literal).

Valor numérico: número que se obtiene al sustituir las variables por números y efectuar las operaciones.

Grado: exponente de la parte literal si solo hay una variable o suma de los exponentes si hay más de una variable.

Monomios semejantes: monomios que tienen la misma parte literal.

Monomios opuestos: cuando son semejantes y sus coeficientes son números opuestos.

Operaciones con monomios

(1) *Suma* (***tienen que ser semejantes***): se suman los coeficientes y se deja la parte literal.
(2) *Resta* (***tienen que ser semejantes***): se suma el primero con el opuesto del segundo.
(3) *Producto*: se multiplican los coeficientes y las partes literales (aplicando $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$).
(4) *Cociente*: se dividen los coeficientes y las partes literales (aplicando $x^n : x^m = x^{n-m}$).

Polinomios

Definición: expresión algebraica formada por la suma de dos o más monomios no semejantes:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

Términos: cada uno de los monomios de un polinomio.

Grado: el del mayor de los términos.

Valor numérico: número que se obtiene al sustituir las variables por números y efectuar las operaciones.

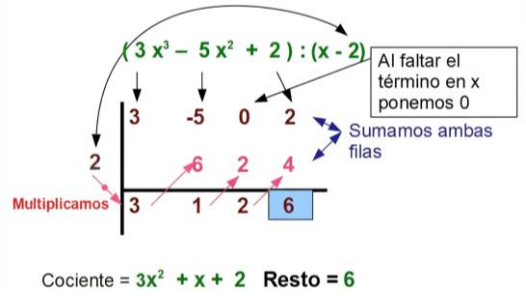
Opuesto de un polinomio: se obtiene al cambiar el signo de cada uno de los términos (coeficientes).

Operaciones con polinomios

(1) *Suma*: se agrupan los monomios semejantes y se suman sus coeficientes.
(2) *Resta*: se suma el primero con el opuesto del segundo.
(3) *Producto*: se multiplica cada monomio del segundo por todos los monomios del primero y, después, se suman los monomios semejantes obtenidos.
(4) *División*: $P(x) = Q(x)C(x) + R(x)$

Regla de Ruffini

Algoritmo para dividir, cuando el divisor es de la forma $(x-a)$ o $(x+a)$



Factor común

Consiste en expresar una suma en un producto, aplicando la propiedad distributiva.

Identidades notables:

(1) Cuadrado de una suma:

$$\boxed{(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2}$$

(2) Cuadrado de una diferencia

$$\boxed{(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2}$$

(3) Suma por diferencia o diferencia de cuadrados

$$\boxed{(x+y)(x-y) = x^2 - y^2}$$

Factorización de polinomios

Divisor de un polinomio: $Q(x)$ es un divisor de $P(x)$ cuando $P(x) : Q(x)$ es exacta.

Factorizar un polinomio consiste en escribirlo como producto de polinomios divisores de menor grado.

Algoritmo para factorizar:

i) Sacar factor común
ii) Aplicar las identidades notables
iii) Regla de Ruffini / Resolver la ecuación

Algoritmo: conjunto ordenado, preciso y finito de pasos o reglas que permite resolver un problema o realizar un cálculo a partir de unos datos de entrada para obtener una salida.