SdA 3: Smart City Lab: diseñando la ciudad inteligente del futuro

Nuestro pueblo participa en el programa europeo «Pueblos Inteligentes y Sostenibles 2030». El Ayuntamiento os ha seleccionado para formar parte del «Laboratorio Joven de Innovación Urbana». Vuestro equipo de trabajo deberá usar las matemáticas como herramienta para resolver problemas reales de la ciudad: desde optimizar recursos hasta diseñar espacios más eficientes. Al finalizar, presentaréis vuestras propuestas al Consejo Municipal Juvenil.

Producto final: «Plan joven de acción para una Smart City» - Un dossier con vuestras soluciones matemáticas aplicadas a problemas urbanos reales.

Misión 1: diseñadores de packaging sostenible

Una empresa local de cosmética natural quiere rediseñar sus cajas de envíos para que sean más ecológicas. Necesitan calcular el volumen y la superficie de las nuevas cajas para minimizar el cartón usado.

Se plantea que la caja original es cúbica de lado x. La nueva caja tendrá de dimensiones: largo $(x+5)$ cm, ancho $(x-2)$ cm y alto $x$cm.

a) Obtén el polinomio que representa el volumen y la superficie total y desarrolla el polinomio hasta su forma normal.
b) Calcula el valor numérico para $x=10$ cm y $x=15$ cm.
c) *Reto*: Usar GeoGebra o una hoja de cálculo (Excel, Google Sheets o Calc) para representar gráficamente la función volumen y discutir cómo cambia el desperdicio de material al variar x.

Vuestras conclusiones ayudarán a la empresa a tomar decisiones ecológicas basadas en datos matemáticos.

Misión 2: el verdadero coste de tu plan móvil

Muchos compañeros de vuestro instituto pagan de más por sus planes de telefonía. Actuad como consultores financieros para ayudar a vuestros compañeros a ahorrar.

- Compañía A: cuota fija de 25 € + 0,10 € por cada GB extra (x)

$$C_A(x) = 25 + 0{,}10x$$

- Compañía B: Cuota fija de 15 € + 0,15 € por cada GB extra, pero con un descuento promocional que se modela restando un pequeño término polinómico

$$C_B(x) = 15 + 0{,}15x - 0{,}001x^2$$

a) Hallad la expresión polinómica de la diferencia de precio entre ambas compañías.
b) Calculad el valor numérico para distintos consumos (10 GB, 25 GB, 50 GB, 100 GB).
c) Representad gráficamente los resultados usando una herramienta digital (GeoGebra, Excel, Desmos).
d) Recomendación: ¿Qué compañía recomendaríais a un usuario que consume 30 GB mensuales? Justificad matemáticamente.

Misión 3: matemáticas detrás del salto de tu personaje

Ahora sois diseñadores de videojuegos independientes y necesitáis programar la trayectoria de un salto de su personaje principal para que supere un obstáculo, sabiendo que en *Spider-Man 2* (PS5, 2023), el personaje puede realizar saltos acrobáticos entre edificios y que los desarrolladores usan ecuaciones parabólicas para simular físicas realistas pero exageradas para mayor diversión.
La expresión algebraica de la altura del salto en función del tiempo viene dada por:

$$h(t) = -4{,}9t^2 + 9{,}8t$$

donde t es el tiempo en segundos y h la altura en metros. Esta ecuación usa la gravedad real de la Tierra ($9{,}8\ \text{m/s}^2$ con una velocidad inicial de $9{,}8\ \text{m/s}$, típica de un superhéroe.

a) Calcula el valor numérico de $h(t)$ para $t = 0,\ 0.5,\ 1,\ 1.5$ y 2 segundos y organízalo en una tabla.
b) Identifica el valor de t para el cual la altura es máxima (*Pista*: calcular el vértice: se puede aproximar por tabla o usar la fórmula $-\frac{b}{2a}$).
c) Factoriza el polinomio sacando factor común, para deducir algebraicamente en qué momentos la altura es 0 (inicio y final del salto).
d) Usando una herramienta digital, representa gráficamente la ecuación anterior.

Vuestras ecuaciones harán que los videojuegos creados en el taller de programación del centro sean más realistas.

Misión 4: el código secreto de las identidades notables (en parejas)

Una empresa de seguridad os ha encargado crear un sistema de cifrado visual basado en geometría algebraica para tarjetas de acceso.

Materiales: Cartulinas de colores (3 colores), tijeras, regla, pegamento, rotuladores.

Fase 1: Descifrado
Recortad un cuadrado grande. Con las cartulinas de colores, tenéis que construir físicamente este cuadrado:

1. Cortad las siguientes piezas:
   - Un cuadrado de lado a (color 1)
   - Un cuadrado de lado b (color 2)
   - Dos rectángulos de área ab (color 3)
2. Montad todas las piezas formando un cuadrado grande de lado $a+b$.
3. Calcula el área de cada pieza por separado y súmalas:
   - Área del cuadrado grande: $(a+b)^2$
   - Suma de las áreas: $a^2 + 2ab + b^2$
4. Demostrad visualmente que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ pegando las piezas en una cartulina base y etiquetando cada área.

Fase 2: Aplicación práctica

Usad la identidad que acabáis de demostrar para calcular sin calculadora el área de una habitación cuadrada de 4,1 m de lado:

- Expresad 4,1 como $4+0,1$
- Aplicad: $(4+0,1)^2 = 4^2 + 2\cdot 4\cdot 0,1 + 0,1^2$
- Calculad mentalmente el resultado

Reto: ¿Podéis construir físicamente este cuadrado usando una escala donde 1 unidad = 10 cm?

Fase 3: Creación de vuestro propio código
Tenéis que diseñar vuestro propio **«puzle geométrico»** en cartulina que represente una de estas identidades:

- Opción A: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Opción B: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Instrucciones:

1. Elegid valores concretos para a y b (por ejemplo, $a = 10$ cm, $b = 5$ cm)
2. Construid las figuras con cartulinas de colores
3. Etiquetad cada región con su área algebraica
4. Montad el puzle de forma que se vea claramente la identidad
5. Preparad una breve explicación para presentar vuestro código a la clase

Misión 5: reflexión y autoevaluación

Reflexión: Responde de forma honesta y reflexiva:

1. Sobre lo que he aprendido:

- ¿Qué concepto matemático te ha resultado más útil para resolver problemas reales? Explica por qué.
- ¿Qué identidad notable o fórmula polinómica crees que usarás con más frecuencia en tu vida cotidiana? Pon un ejemplo.
- ¿Cómo han cambiado las herramientas digitales (GeoGebra, hojas de cálculo) tu forma de entender las matemáticas?

2. Sobre mi proceso de aprendizaje:

- Fortalezas: ¿En qué actividad te sentiste más competente? ¿Qué habilidades matemáticas o de trabajo en equipo destacas de ti mismo/a?
- Dificultades: ¿Qué fue lo más complicado? ¿Cómo lo superaste o qué ayuda necesitaste?
- Estrategias: ¿Qué técnica de estudio o resolución de problemas te ha funcionado mejor en esta situación de aprendizaje?

3. Sobre la aplicación a la realidad:

- ¿Crees que las matemáticas pueden ayudar a hacer tu ciudad más sostenible? Justifica tu respuesta con al menos dos ejemplos de las actividades realizadas.
- Si fueras alcalde/alcaldesa de tu pueblo, ¿qué problema resolverías primero usando matemáticas? Describe brevemente tu propuesta.

Autoevaluación (valora del 1 al 5, siendo 5 «muy bien»)

Competencia	Valoración	Justificación breve
Competencia matemática: Resuelvo problemas usando polinomios y expresiones algebraicas		
Competencia digital: Uso herramientas tecnológicas para representar y analizar datos		
Competencia aprender a aprender: Reflexiono sobre mi proceso y busco mejoras		
Competencia social y cívica: Trabajo en equipo y propongo soluciones para la comunidad		
Sentido de iniciativa: Aporto ideas creativas en las actividades de creación		

Rúbrica de coevaluación entre pares
Cada miembro del equipo evaluará a sus compañeros (de forma anónima) en los siguientes aspectos:

Criterio	Siempre	A veces	Necesita mejorar
Participa activamente en las discusiones del equipo			
Aporta ideas matemáticas útiles			
Escucha y respeta las opiniones de los demás			
Cumple con las tareas asignadas a tiempo			
Ayuda a los compañeros cuando tienen dudas			

Comentario constructivo para tu compañero/a (algo que hace bien + algo que puede mejorar).

¡¡Importante!!

Recordad que la evaluación mide vuestro progreso y competencias reales: la copia, el plagio o el uso inapropiado de la IA invalidan vuestro proceso de aprendizaje y se calificarán con «NI» en los criterios correspondientes.