Números enteros

Píldora histórica

Aunque hoy nos parece natural usar números negativos, durante siglos los matemáticos europeos los consideraron «números absurdos». Sin embargo, en la antigua China (dinastía Han, siglo II a.C.), los matemáticos ya utilizaban varillas rojas para representar cantidades positivas (ingresos) y varillas negras para las negativas (deudas), tal como se recoge en el texto *Los nueve capítulos sobre el arte matemático*. Más tarde, en el año 628 d.C., el matemático indio Brahmagupta fue el primero en establecer reglas formales para operar con ellos, llamándolos *rina* (deuda) y *dhana* (fortuna).
Fuente: Katz, V. J. (2007). The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: A Sourcebook. Princeton University Press.

1. Expresa con un número entero las siguientes situaciones de la vida cotidiana:
a) Un avión vuela a una altitud de 3 500 metros sobre el nivel del mar.
b) Un submarino desciende hasta 120 metros bajo el nivel del mar.
c) El ascensor de un centro comercial baja al segundo sótano.
d) En un termómetro, la temperatura marca 4 grados bajo cero.
e) Arquímedes nació en el año 287 a.C.

2. Dibuja una recta numérica en tu cuaderno (con una escala adecuada) y representa gráficamente los siguientes números enteros: $-4,\ +2,\ 0,\ -1,\ +5,\ -6$. Una vez representados, indica cuáles están a la derecha del cero y cuáles a la izquierda.

3. Completa la siguiente tabla para cada uno de los números enteros dados. Recuerda que el valor absoluto es la distancia al cero (siempre positiva) y el opuesto es el número que está a la misma distancia del cero, pero en sentido contrario.

Número	**Valor absoluto**		**Opuesto**	
	Representación	**Resultado**	**Representación**	**Resultado**
+8				
–3				
0				
+12				
–12				

4. *Razona:* ¿El opuesto de un número negativo es siempre positivo? Justifica tu respuesta.

5. Dados los siguientes números enteros: $-7,\ +3,\ -1,\ 0,\ -9,\ +5$.
a) Ordénalos de menor a mayor.
b) Ordénalos de mayor a menor.
c) Explica brevemente por qué -1 es mayor que -7 usando la idea de la recta numérica o la temperatura.

6. *Razonamiento combinado (Sin operaciones):* Cuatro amigos han aparcado sus coches en diferentes plantas de un gran aparcamiento subterráneo y superficial:
- Ana está en la planta 2.
- Luis está en la planta -3.
- Carmen está en la planta 0

- David está en la planta -1.

Responde sin realizar operaciones:

a) Representa las plantas en una recta numérica vertical (como si fuera un edificio).
b) ¿Quién está en la planta más baja? ¿Y en la más alta?
c) Escribe el opuesto de la planta en la que está Luis. ¿Qué significaría ese número opuesto en el contexto del aparcamiento?
d) Ordena los nombres de los amigos según la altura a la que se encuentran, de menor a mayor.

7. Efectúa las siguientes sumas de números enteros:

1) (+12) + (+15)
2) (+30) + (–45)
3) (–14) + (+16)
4) (–50) + (+25) + (+5)
5) (+25) + (–8)
6) (–14) + (–2)
7) (–50) + (–10)
8) (+7) + (–7)
9) (–2) + (–2)
10) (+8) + (+6)
11) (–3) + (–4)
12) (–60) + (–10)
13) (+8) + (+12)
14) (–18) + (+10)
15) (+20) + (–20)
16) (+50) + (+25) + (–10)

8. Efectúa las siguientes restas de números enteros:

1) (+12) – (+15)
2) (+30) – (–45)
3) (–14) – (+16)
4) (–2) – (–2)
5) (+25) – (–8)
6) (–14) – (–2)
7) (–50) – (–10)
8) (+7) – (–7)
9) (+50) – (–25)
10) (+8) – (+6)
11) (–3) – (–4)
12) (–20) – (+10)
13) (+8) – (+12)
14) (–18) – (+10)
15) (+20) – (–20)
16) (+50) – (+25) – (+5)

9. Calcula:

1) (+3) – (+8) – (–2)
2) (–9) + (–6) – (–7) – (–7) – (+7)
3) (–8) – (–4) + (+6) – (+2) – (–9)
4) (+7) – (+5) + (–11) – (–9) + (+4)
5) (+15) + (–13) – (+12) – (–10)
6) (–2) – (–8) + (–4) – (–6) – (+9) + (–7)
7) (+12) – (–14) – (+16) + (–18) – (–20)
8) (–11) + (+8) – (–6) – (–2)
9) – (+15) – (–12) – (+11) + (–16)
10) – (+11) – (+7) + (+13) – (–20) + (–11)

10. Calcula:

1) $4-5+7-9+2$
2) $-2+3-4-5-4$
3) $7-9-5-4-3$
4) $-2+3-4-5-7$
5) $-6-7-5+2-3$
6) $4+6-3-8+7$
7) $3-9-2-3+8$
14) $+7-3+5+2-6-4$
15) $-8-2+4+5-3-1$
16) $-4-9-7+9-1$
17) $-7+2+3-9-1$
18) $-7-3+5+2-6+4$
19) $-8-3+6+1-3-1$
20) $-8+5-7+8$

8) $-4-9-7+9-1$
9) $-7+2+3-9-11$
10) $-3-7-9+12+3$
11) $-4+3+11-9-7$
12) $-3-7-9+2+3$
13) $-4+3+11-9-7$
21) $-3+10+8-8-7$
22) $+12-7-7-5-4$
23) $4-11+8-7-8-2$
24) $3-1+5+6-7+10$
25) $-5-6+9+2-11+3+5$
26) $10+7-15-6-4+2+5$

11. Efectúa las siguientes operaciones:
1) $(17-2)-(8+2)$
2) $(5-12)+(3-8)$
3) $(7-10)-(2-9)$
4) $(10-3+4)-(9-2+8)$
5) $(-3+5-9)-(-4+11+6)$
6) $25-[4-(3-9)]$
7) $(10-7)-[11-(7-5)]$
8) $15-[(8-6)+(3-7)]$
9) $[(+3)-(-5)+(-7)]-[(+2)-(-10)]$
10) $16-[16-(16-4)]+(-16)$

12. Calcula:
a) $(+5)\cdot(+4)$
b) $(+5)\cdot(-3)$
c) $(-5)\cdot(-8)$
d) $(-2)\cdot(+6)$
e) $(+2)\cdot(-5)$
f) $(-3)\cdot(+6)$
g) $(-4)\cdot(-3)$
h) $(+6)\cdot(-4)$
i) $(-7)\cdot(-3)$
j) $(+6)\cdot(-5)$

13. Calcula:
a) $(-2)\cdot(-7)-(+8)\cdot(-4)-(-5)\cdot(-2)$
b) $(+30)-(-2)\cdot(-10)+(-5)\cdot(+8)$
c) $(-18)+(+2)\cdot(+5-(+9))-(+3)\cdot(+10-(+7))$
d) $(+3)\cdot[+4-(+2)\cdot(+5-(+11))]-(+18)$

14. Calcula:
a) $(-18):(+6)$
b) $(-4):(-2)$
c) $(+32):(+8)$
d) $(+20):(-5)$
e) $(-15):(-3)$
f) $(+8):(-2)$
g) $(+49):(-1)$
h) $(-45):(-5)$

15. Halla:
a) $[(-36):(-6)]:(+2)$
b) $[(+42):(-6)]:(-7)$
c) $(-36):[(-6):(+2)]$
d) $(+42):[(-6):(+3)]$

16. Si una persona tiene 127 € en el banco y le presentan al cobro de una factura de 292 €, ¿en qué situación queda su cuenta bancaria?

17. Un equipo de fútbol ha subido 6 posiciones; después, ha bajado 5; más tarde, ha bajado 3, y finalmente, ha subido 4. Indica mediante operaciones con números enteros las situaciones por las que ha pasado el equipo y su posición final respecto de la inicial.

18. En la libreta de ahorro de Alicia se han efectuado los siguientes movimientos que aparecen en la tabla. Completa las anotaciones y el saldo final, sabiendo que cada operación se hace un día después:

Concepto	Importe	Saldo
Saldo anterior		325 €
Ingreso en efectivo de 50 €		
Pago en el supermercado 45 €		
Pago en tienda de ropa 26 €		
Ingreso en efectivo de 220 €		
Pago recibo club de balonmano 24 €		
Pago recibo luz 45 €		
Pago recibo teléfono 60 €		

19. En el desierto, la temperatura es de 37 ºC a mediodía (12 horas). Nos informan que ha aumentado 40 ºC con respecto a la noche anterior. ¿Qué temperatura hacía la noche anterior?

20. Un escalador sale de su campamento base situado a 3 300 m sobre el nivel del mar y realiza el siguiente trayecto: sube primero 1 238 m, baja después 125 m y finalmente, vuelve a subir 997 m. Indica mediante operaciones con números enteros el recorrido que ha hecho y calcula cuánto marcará su altímetro al finalizar la escalada.

21. Un día de invierno a las 11 de la mañana la temperatura en el patio del instituto es de – 3 ºC y la temperatura del salón de actos es de 20 ºC. Expresa mediante números enteros la operación necesaria para calcular la diferencia entre las dos zonas.

22. Si salgo de casa con 30 €, compro tres entradas para un concierto de 7 € cada una, cobro el dinero de las entradas de mis dos amigos y gasto 4 € en refrescos, ¿cuánto dinero me queda?

23. Dos amigos van al bingo y deciden jugar cada uno 50 euros. A lo largo de la noche corren distinta suerte y obtienen los siguientes resultados:

A gana 30, pierde 25 y recupera 10 €.

B pierde 40, gana 15 y pierde 30 €.

a) Expresa estos resultados con operaciones con números enteros y obtén el balance final de estos dos amigos.

b) ¿Cuál será el balance final de cada uno si reparten las ganancias o las pérdidas a partes iguales?

24. ¿Cuál es la diferencia en metros entre la cima del Mont Blanc, que tiene 4 807 m de altura, y la fosa del Pacífico, que tiene 7 302 m de profundidad?

25. El día 28 de enero el termómetro marcó en Segovia una temperatura mínima de 5 ºC y en Santa Cruz de Tenerife 12 ºC. ¿Cuál fue la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?

26. Una persona nació el año 59 antes de Cristo y murió el año 27 después de Cristo. ¿Cuántos años vivió?

27. La temperatura de un congelador es de –28 ºC. Si aumenta la temperatura 17 ºC, ¿qué temperatura marca ahora el termómetro?

28. Completa las cantidades de la serie, de forma que para pasar de un número al siguiente haya que sumar o restar siempre la misma cantidad:

$$-15\ ,\ \ldots\ ,\ \ldots\ ,\ \ldots\ ,\ \ldots\ ,\ -5$$

29. Manuel ha comprado una videoconsola por 795 euros. Paga una cantidad al contado y el resto en doce mensualidades de 57 euros cada una. Calcula:

a) La cantidad aplazada.

b) La cantidad pagada al contado.

30. En un partido de «balón prisionero», el primer equipo parte con 19 componentes. En diferentes lances del juego pierde 4, gana 3, pierde 5, gana 8, pierde 6 y gana 2 componentes, respectivamente. ¿Cuántos amigos compondrán el equipo al final de la partida?

31. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera a razón de 9 ºC por cada 300 metros, aproximadamente. Un globo sonda mide una temperatura de -90 ºC, en cierto momento de un día en el que la temperatura a nivel del suelo es de 18 ºC. ¿A qué altura se encuentra el globo sonda?

32. Si sumas un número entero y su opuesto, ¿qué resultado obtienes? ¿Y si los restas? Pon un ejemplo en cada caso.

33. ¿Cuántos metros separan un avión, que vuela a una altura de 8 500 m, de un submarino que está a 350 m bajo el nivel del mar?

34. El congelador de un frigorífico, que estaba a – 12 ºC, se estropea y tiene las siguientes variaciones de temperatura: aumenta 5 ºC, disminuye 8 ºC y aumenta 4 ºC. ¿Qué temperatura marca ahora el termostato del frigorífico?

35. En el indicador de un coche leemos que la temperatura interior es de 16 ºC, y la exterior de -3 ºC. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior?

36. Julián aparca el coche en el tercer sótano y sube a la quinta planta. ¿Cuántas plantas sube?

37. Sergio trabaja en la planta 15 de un edificio y aparca su coche 19 plantas más abajo. ¿En qué planta lo aparca?

38. Cristina vive en el tercer piso. Baja cuatro plantas en ascensor para ir al trastero y luego sube seis plantas para visitar a una amiga. ¿En qué piso vive su amiga?

39. El matemático griego Tales de Mileto nació en el año 624 a.C. y vivió 78 años. ¿En qué año murió?

40. Euclides, famoso geómetra griego, murió en el año 265 a.C. y vivió 60 años. ¿En qué año nació?

41. Hipatia de Alejandría fue una filósofa y maestra neoplatónica griega, natural de Egipto, que destacó en los campos de las matemáticas y la astronomía, y es considerada la primera mujer matemática de la historia. Hipatia nació en el 355 y murió en el 415. ¿Cuántos años vivió?

42. En un laboratorio de biología están estudiando la resistencia de un microorganismo a los cambios de temperatura. Tienen una muestra a 3 ºC bajo cero, suben su temperatura 40 ºC, después la bajan 50 ºC y la vuelven a subir 12 ºC. ¿Cuál es la temperatura final de la muestra?

43. Pedro y Luisa tienen una cuenta en el banco «Ahorro», donde ingresan las nóminas de su trabajo y tienen domiciliados toso sus recibos. Estas son las últimas anotaciones.

Movimiento	Saldo	Concepto
–120	200	Recibo de la luz
1500		Nómina de Pedro
	1400	Recibo del gas
–1470		Hipoteca
	730	Nómina de Luisa

Completa la tabla.

44. Tenemos 200 g de agua a cierta temperatura. Aumentamos la temperatura 22 ºC y, después la disminuimos 37 ºC, convirtiéndose en hielo a 4 ºC bajo cero. ¿Cuál era la temperatura inicial del agua?

45. Efectúa, paso a paso, las siguientes operaciones combinadas

1) $5\cdot(-1)\cdot(7+4)-16$

2) $15:(2-5)\cdot(+7)-12$

3) $2-(5+7)+(4-12)-17$

4) $(4-7)\cdot(-5)+7-3$

5) $(-3)\cdot\left[5-7\cdot(12-7)+18\right]$

6) $\left[12-3\cdot(-7)\right]:(-1)$

7) $20\cdot(-9):(2\cdot 3-1)$

8) $-16\cdot\left[15\cdot(-5):(+3)\right]$

9) $-8:\left[4-5\cdot(-3+4)\right]+1$

10) $14\cdot\left[4\cdot(8-3):(-2)\right]+5$

11) $16-\left[4\cdot(8-3):(-2)\right]+5$

12) $(-2)\cdot(-5+7)+(3-12)\cdot(-6+9)$

13) $72:(-5-1)+(-12)$

14) $24-\left[(17+6-5):(-2)\right]+6$

15) $56:(-4):(+2)-(4+13)$

16) $80:(-5+13):(-2)$

17) $15-7\cdot(-6+4:2)-(3-14)$

18) $40+\left[26:(-2)-1\right]-22$

19) $4-\left[24:(-6)\cdot(-1)+10\right]$

20) $(3-7)\cdot(5-1)+(-16)$

21) $8-\left[13\cdot(-1+3)-(-9)+4\right]$

22) $\left[23-(7+15):(-1)\right]\cdot\left[7+(-3)\right]$

23) $14\cdot\left[-5+\left(16:(1-5)\right)-7\right]-(17-4)$

24) $-8\cdot(-3)+15:(-5)$

25) $13-\left[20:(12+(-7))+6\cdot(7-9)-1\right]$

26) $(44-6\cdot 4):(-2)+(-3)\cdot(-7)\cdot(-1)+4$

27) $\left(18+5\cdot(-2)\right):(-2+3):(-4)$

28) $-13-\left[2\cdot\left(-16:(-4)+6\cdot(-3+5)-17\right)\right]+8$

46. Calcula, paso a paso, las siguientes operaciones combinadas

1) $(-3)^2-(+16):(-8)$

2) $(5-12):\sqrt{49}-(-2)^3$

3) $(-2)^3-\left(-3^2+5\right):(-2)-(-10)^0$

4) $-12+\left[\sqrt{36}+(-2)^3\right]\cdot(-1)-3$

5) $24-(-14):\left(-\sqrt{49}\right)+(-5)^2$

6) $\sqrt{49}-(-2)\cdot(-4)-(-6)^2:(-9)$

7) $-\sqrt{144}:(-2)^2+(-5)\cdot(+2):(-1)$

Pensamiento computacional

Píldora histórica:

La palabra «algoritmo» proviene del matemático persa Muhammad ibn Musa al-Juarismi (siglo IX), quien sistematizó pasos lógicos para resolver problemas. Sin embargo, la idea de usar reglas condicionales con números enteros es mucho más antigua. En el texto chino *Los nueve capítulos sobre el arte matemático* (siglo II a.C.), se describían reglas paso a paso para manipular varillas rojas (positivas) y negras (negativas) en un tablero de conteo. Si una varilla negra se encontraba con una roja de igual longitud, ambas se «anulaban» (llegando al estado cero). Este tablero fue una de las primeras estructuras de datos de la historia, donde la posición y el color representaban un estado (abstracción) que seguía reglas lógicas predecibles (algoritmo).

Fuente: Ifrah, G. (2001). The Universal History of Computing: From the Abacus to the Quantum Computer. John Wiley & Sons, pp. 230-235.

Actividad 1: diseño de algoritmos (El robot en la recta numérica)

Objetivo: Diseño de algoritmos y ejecución paso a paso (trazabilidad).

Enunciado: Imagina que un robot se encuentra en la posición -3 de una recta numérica. El robot sigue estrictamente el siguiente programa (algoritmo):

1. Lee el número en el que estás.
2. SI el número es negativo, muévete 2 posiciones a la derecha.
3. SI el número es positivo, muévete 3 posiciones a la izquierda.
4. SI el número es 0, detente y di «He llegado».
5. Vuelve al paso 1.

Tareas:

a) Dibuja la recta numérica y marca con flechas el recorrido del robot paso a paso.
b) Escribe la secuencia de números por los que pasa el robot hasta detenerse.
c) ¿Cuántos pasos (iteraciones) ha necesitado el robot para llegar a 0?

Actividad 2: depuración o «debugging» (Encuentra el error lógico)

Objetivo: Reconocimiento de patrones y depuración (identificar y corregir fallos en una lógica dada).

Enunciado: Un compañero ha escrito las siguientes instrucciones (un «código») para que un programa determine cuál de dos números enteros, A y B es mayor. Sin embargo, el programa tiene un error lógico (bug) y falla en algunos casos.

Programa del compañero:

1. Compara el número A y el número B.
2. Si A tiene más cifras que B, entonces A es mayor.
3. Si ambos tienen el mismo número de cifras, el que tenga el signo + es mayor.
4. Si ambos son negativos, el que tenga el valor absoluto más grande es el mayor.

Tareas:

a) Encuentra al menos dos situaciones concretas (ejemplos con números) en las que este programa falle y dé una respuesta incorrecta.
b) Escribe la regla corregida para el paso 4, de modo que el programa funcione siempre con números negativos.

Actividad 3: abstracción y modelado (Diseña un juego de mesa)

Objetivo: Abstracción (identificar la información relevante e ignorar la irrelevante) y modelado.
Enunciado: Vas a diseñar las reglas de un juego de mesa sencillo que utiliza una recta numérica del -10 al $+10$. El objetivo es llegar exactamente a la casilla 0. Debes abstraer la realidad y crear reglas lógicas usando conceptos de números enteros (valor absoluto, opuesto, mayor/menor que).
Tarea para el alumno: Escribe un «manual de instrucciones» (algoritmo del juego) que incluya:

1. La posición de inicio (ej. +5).
2. Dos reglas de movimiento basadas en lanzar un dado o sacar una tarjeta (ej. «Si sacas un número par, avanza el valor absoluto de -3»).
3. Una regla condicional (ej. «SI caes en un número negativo, ENTONCES tu siguiente turno te mueves a su opuesto»).
4. Explica brevemente qué detalles de la «vida real» has ignorado (abstraído) para simplificar el juego (ej. el color de las fichas, el tiempo que se tarda, etc.).

Actividad 4: descomposición y reconocimiento de patrones (La secuencia helada)

Objetivo: descomposición (dividir un problema en partes) y reconocimiento de patrones.
Enunciado: un científico registra la temperatura (en grados enteros) de un experimento cada hora. La secuencia de temperaturas es la siguiente: $+8,\ +5,\ +2,\ -1,\ -4,\ ...$

Tareas:

a) Descomposición: divide el problema en dos partes: primero, analiza cómo cambian los números positivos; segundo, analiza qué pasa al cruzar el cero.
b) Patrón: describe con palabras la regla o patrón que genera esta secuencia (sin usar la palabra «restar», sino usando lenguaje de movimiento en la recta numérica o cambios de estado).
c) Predicción: si el patrón se mantiene, ¿en qué hora (posición de la secuencia) se alcanzará exactamente la temperatura de -10? Justifica tu respuesta paso a paso.

Comunicación y representación

Actividad 1: El traductor matemático (Traducción entre lenguajes)

Objetivo: evaluar la capacidad de traducir una misma situación entre los lenguajes verbal, simbólico y gráfico.
Enunciado: imagina la siguiente situación: *«Un buzo está explorando un pecio. Comienza su inmersión desde el barco (nivel del mar). Primero desciende hasta una profundidad que es el opuesto de 4 metros. Luego, sube 2 metros para evitar una corriente. Finalmente, desciende hasta una profundidad cuyo valor absoluto es 7 metros.»*
Tarea de representación:
Completa la siguiente tabla de traducción para cada uno de los 3 movimientos del buzo:

Movimiento	**Lenguaje verbal (Explica qué pasa)**	**Lenguaje simbólico (Escribe el número entero)**	**Lenguaje gráfico (Dibuja la posición en una recta numérica vertical)**
1.º descenso	Desciende 4 metros desde el nivel del mar.	-4	
2.º movimiento			
3.º descenso			

Tarea de comunicación: ¿Por qué es importante que la recta numérica tenga una escala uniforme (la misma distancia entre cada número)? Explícalo con tus propias palabras.

Actividad 2: El detecta-errores de comunicación

Objetivo: evaluar la capacidad de analizar, criticar y corregir afirmaciones matemáticas usando vocabulario preciso.

Enunciado: cuatro alumnos han escrito estas afirmaciones sobre los números enteros. Dos son correctas y dos contienen errores conceptuales o de representación.

- Estudiante A: «El valor absoluto de -6 es -6, porque el valor absoluto es el mismo número.»
- Estudiante B: «El número -3 es mayor que -1 porque 3 es mayor que 1.»
- Estudiante C: «El opuesto de un número positivo siempre es un número negativo que está a la misma distancia del cero.»
- Estudiante D: «En una recta numérica, cuanto más a la izquierda está un número, menor es su valor.»

Tareas:

a) Identifica qué estudiantes se equivocan.
b) Elige uno de los errores y escribe un párrafo breve (3-4 líneas) explicándole a ese alumno por qué su afirmación es incorrecta. Debes usar al menos dos de estos términos: *distancia, cero, derecha, izquierda, valor absoluto*.

Actividad 3: La infografía para primaria (Comunicación didáctica)

Objetivo: evaluar la capacidad de sintetizar información y elegir la representación visual más eficaz para una audiencia concreta.

Enunciado: un alumno de 6.º de Primaria te ha preguntado: *«¿Qué es el valor absoluto y el opuesto? No lo entiendo con solo números»*. Tu tarea es diseñar una mini infografía (en una hoja A4 o digital) que le explique estos dos conceptos.

Requisitos de la infografía:

1. Debe incluir una representación gráfica clara (ej. una recta numérica o un mapa con un punto de origen).
2. Debe usar una analogía de la vida real (ej. pasos dados, pisos de un edificio, temperatura).
3. El texto debe ser breve, claro y no puede contener la palabra «restar» ni ninguna operación.
4. Debe destacar visualmente (con color o negrita) el vocabulario matemático clave: *origen, distancia, simetría, opuesto*.

Actividad 4: Evaluación entre pares con rúbrica (Crítica constructiva)

Objetivo: evaluar la capacidad de leer la representación de otro, identificar fallos de forma (no solo de fondo) y comunicar una mejora.
Enunciado: tu compañero «Javi» ha entregado este ejercicio: *«Representa* $-2,\ +3,\ 0,\ -4$ *y ordénalos de menor a mayor»*. Esta es su respuesta:
Dibujo de Javi: una línea horizontal sin flechas en los extremos. Las marcas están en este orden de izquierda a derecha: $0,\ -2,\ -4,\ +3$. Los espacios entre las marcas no son iguales. *Ordenación de Javi:* $+3 < 0 < -2 < -4$.
Tarea para el alumno: Actúa como el profesor y evalúa el trabajo de Javi usando la siguiente mini rúbrica. Para cada criterio, pon una ✅ (logrado) o una ❌ (a mejorar) y escribe una frase de feedback indicando cómo puede mejorar su representación.

Criterio de representación	✅ / ❌	**Feedback para Javi (¿Cómo mejorarlo?)**	
La recta numérica tiene flechas en los extremos (indica que continúa).			
La escala es uniforme (la distancia entre números es siempre la misma).			
El orden de los números en la recta es correcto (de menor a mayor, izquierda a derecha).			
El uso de los símbolos < o > en la ordenación es correcto.			

SOLUCIONES

Pensamiento computacional

ACTIVIDAD 1: Diseño de algoritmos (El robot en la recta numérica)

Planteamiento del problema

Imaginemos que el robot comienza en la posición **−6** de la recta numérica.

Algoritmo que sigue el robot:

1. Lee el número en el que estás.
2. SI el número es negativo → muévete 2 posiciones a la derecha (+2).
3. SI el número es positivo → muévete 3 posiciones a la izquierda (−3).
4. SI el número es 0 → detente y di «He llegado».
5. Vuelve al paso 1.

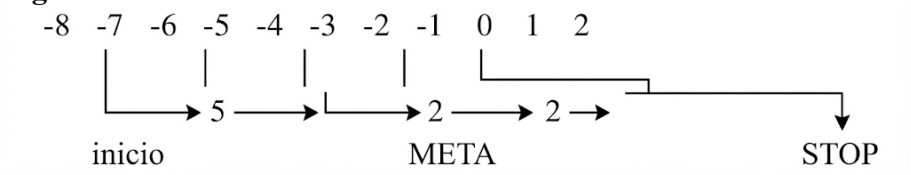
Tabla de seguimiento paso a paso (trazabilidad)

Iteración	Posición actual	¿Negativo, positivo o cero?	Acción	Nueva posición
1	−6	Negativo	+2	**−4**
2	−4	Negativo	+2	**−2**
3	−2	Negativo	+2	**0**
4	0	Cero	¡Detenerse!	**0**

Secuencia de posiciones por las que pasa el robot

$$-6 \rightarrow -4 \rightarrow -2 \rightarrow 0 \text{ «He llegado»}$$

Representación gráfica en la recta numérica



Respuestas a las tareas

1. **Recorrido dibujado:** el robot avanza de 2 en 2 hacia la derecha desde −6 hasta llegar a 0.
2. **Secuencia:** −6, −4, −2, 0.
3. **Número de iteraciones:** el robot ha necesitado **4 iteraciones** (3 movimientos + 1 lectura final en el 0 para detenerse).

Reflexión computacional

Este ejercicio trabaja el concepto de **bucle** (repetir pasos) y **condicional** (SI… ENTONCES…). El robot repite el mismo proceso hasta que se cumple una condición de parada (llegar a 0). Es la base de los programas informáticos.

ACTIVIDAD 2: Depuración o «debugging» (Encuentra el error lógico)

Programa del compañero (con error)

1. Compara el número *a* y el número *b*.
2. Si *a* tiene más cifras que *b*, entonces *a* es mayor.
3. Si ambos tienen el mismo número de cifras, el que tenga el signo + es mayor.
4. Si ambos son negativos, el que tenga el valor absoluto más grande es el mayor.

Tarea 1: Dos situaciones en las que el programa falla

❌ **Fallo 1: Comparar un negativo con un positivo de más cifras**

- $a = -1000$ (4 cifras)
- $b = +5$ (1 cifra)
- El programa dice: «−1000 es mayor porque tiene más cifras».
- **Realidad:** $+5 > -1000$. ¡Cualquier positivo es mayor que cualquier negativo!

❌ **Fallo 2: Comparar dos números negativos**

- $a = -3$
- $b = -8$
- El programa dice: «−8 es mayor porque su valor absoluto (8) es mayor que el de −3 (3)».
- **Realidad:** $-3 > -8$. En los negativos, el mayor es el que está más cerca del cero, es decir, el de **menor** valor absoluto.

Tarea 2: Regla corregida para el paso 4

Paso 4 corregido: «Si ambos son negativos, el que tenga el **valor absoluto más pequeño** es el mayor, porque está más cerca del cero en la recta numérica.»

Programa completamente depurado

1. Compara *a* y *b*.
2. Si *a* es positivo y *b* negativo → *a* es mayor.
3. Si *a* es negativo y *b* positivo → *b* es mayor.
4. Si ambos son positivos, el que tenga más cifras es mayor; si tienen las mismas cifras, compara dígito a dígito.
5. Si ambos son negativos, el que tenga **menor valor absoluto** es el mayor.
6. Si ambos son cero, son iguales.

Reflexión computacional

La **depuración** (debugging) es el proceso de encontrar y corregir errores (bugs) en un programa. Es una habilidad clave: no basta con que un programa funcione en algunos casos, debe funcionar **siempre**.

ACTIVIDAD 3: Abstracción y modelado (Diseña un juego de mesa)

Manual de instrucciones del juego: «Rumbo al Cero»

Material necesario:

- Un tablero con una recta numérica del −10 al +10.
- Una ficha por jugador.
- Un dado de 6 caras.
- Una baraja de 12 tarjetas con los números: −5, −4, −3, −2, −1, +1, +2, +3, +4, +5 (dos copias de cada valor absoluto).

Objetivo: Ser el primer jugador en llegar **exactamente** a la casilla 0.

Posición de inicio: cada jugador elige una casilla de salida (por ejemplo, +5 o −5).

Reglas de movimiento

Regla 1 (movimiento normal): Lanzas el dado. Según el número que salga:

- Si sale **1, 2 o 3** (impares): avanzas ese número de casillas **hacia el cero** (es decir, te mueves en dirección al 0).
- Si sale **4, 5 o 6** (pares): te mueves el **valor absoluto** de una tarjeta que robas al azar. Si la tarjeta es negativa, te mueves a la izquierda; si es positiva, a la derecha.

Regla 2 (regla condicional — «La trampa helada»):

- SI caes en una casilla con número **negativo**, ENTONCES en tu siguiente turno te mueves automáticamente a su **opuesto** (por ejemplo, si caes en −4, tu siguiente posición será +4).
- SI caes en una casilla con número **positivo**, ENTONCES en tu siguiente turno debes retroceder el **valor absoluto** de esa casilla.

Regla 3 (condición de victoria):

- Para ganar debes llegar **exactamente** a 0. Si te pasas, rebotas: por ejemplo, si estás en +2 y te toca avanzar 5, vas al 0 y rebotas 3 casillas hacia atrás, quedándote en −3.

Detalles de la vida real que he abstraído (ignorado)

Para simplificar el juego he ignorado:

- El color o la forma de las fichas.
- El tiempo que tarda cada jugador en mover.
- Si los jugadores se «chocan» entre sí en la misma casilla.
- La decoración del tablero.
- Las reglas sociales (turnos de palabra, discusiones…).

Solo me he quedado con lo esencial: **posición, dirección, distancia y condición de victoria**. Eso es la **abstracción**: quedarse con lo importante y olvidar lo accesorio.

Reflexión computacional

Diseñar un juego es hacer un **modelo** de la realidad. Usamos conceptos matemáticos (valor absoluto, opuesto, signo) como si fueran reglas de un sistema. Así los alumnos interiorizan los conceptos sin darse cuenta.

ACTIVIDAD 4: Descomposición y reconocimiento de patrones (La secuencia helada)

Planteamiento

Un científico registra la temperatura (en grados enteros) de un experimento cada hora. La secuencia es:

$$+15,\ +12,\ +9,\ +6,\ +3, 0,\ -3,\ -6,\ -9,\ -12,\ \ldots$$

Tarea 1: Descomposición del problema

Dividimos el análisis en dos partes:

Parte A — Números positivos:

Hora	Temperatura
0	+15
1	+12
2	+9
3	+6

Observamos que la temperatura **baja 3 grados cada hora** mientras es positiva.

Parte B — Al cruzar el cero:

Hora	Temperatura
4	+3

5	0
6	−3
7	−6
8	−9

Al llegar al 0, el patrón **no se rompe**: sigue bajando 3 grados cada hora, pero ahora en la zona negativa de la recta.

Tarea 2: Descripción del patrón
Patrón: En cada hora, la temperatura se desplaza **3 unidades hacia la izquierda** en la recta numérica (es decir, disminuye 3 grados). Este movimiento es constante, tanto en la zona positiva como al cruzar el cero y entrar en la zona negativa.

Tarea 3: Predicción — ¿En qué hora se alcanzará −24 °C?
Método 1: Continuando la secuencia

- Hora 8: −9
- Hora 9: −12
- Hora 10: −15
- Hora 11: −18
- Hora 12: −21
- Hora 13: −24 ✅

Método 2: Con una fórmula (abstracción) **[Ampliación]** La temperatura en la hora n se calcula con:

$$T(n) = 15 - 3n$$

Queremos que $T(n) = -24$:

$$15 - 3n = -24 \rightarrow -3n = -24 \rightarrow -15 = -39 \rightarrow n = \frac{-39}{-3} = 13$$

Respuesta: La temperatura de −24 °C se alcanzará en la **hora 13**.

Reflexión computacional
Hemos usado las tres técnicas clave:

- **Descomposición:** dividir en zona positiva y zona negativa.
- **Reconocimiento de patrones:** ver que la diferencia es siempre −3.
- **Abstracción:** pasar de la secuencia concreta a una fórmula general $T(n) = 15 - 3n$.

Comunicación y representación

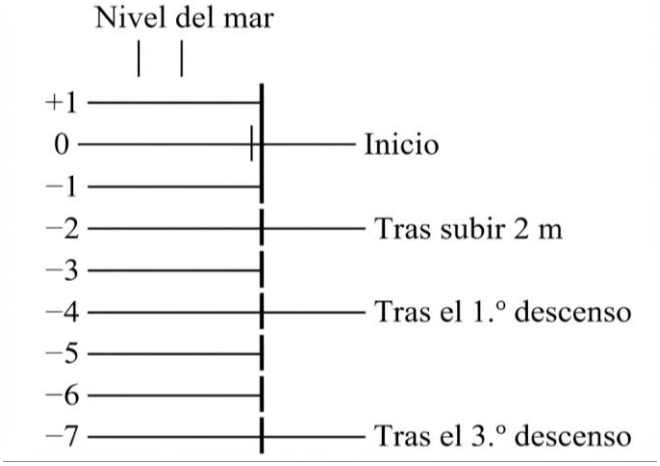
ACTIVIDAD 1: el traductor matemático
Situación del buzo
Un buzo comienza en el barco (nivel del mar = 0).

1. Desciende hasta una profundidad que es el **opuesto de 4 metros**.
2. Sube 2 metros.
3. Desciende hasta una profundidad cuyo **valor absoluto es 7 metros**.

Tabla de traducción completa

Movimiento	Lenguaje verbal	Lenguaje simbólico	Lenguaje gráfico	Movimiento
Inicio	El buzo está en el nivel del mar	0	Punto central de la recta	**Inicio**
1.º descenso	Desciende 4 metros: el opuesto de +4 es −4	**−4**	Marca a 4 unidades por debajo del 0	**1.º descenso**
2.º movimiento	Sube 2 metros desde −4: −4 + 2 = −2	**−2**	Marca a 2 unidades por debajo del 0	**2.º movimiento**

Representación gráfica en recta vertical



¿Por qué es importante que la escala sea uniforme?

La recta numérica debe tener una **escala uniforme** (la misma distancia entre cada número) porque así **la distancia entre dos puntos representa fielmente la diferencia entre los números**. Si la escala no fuera uniforme, no podríamos comparar visualmente qué número es mayor, ni calcular mentalmente distancias o diferencias. Sería como un mapa donde 1 cm a veces significara 1 km y otras veces 10 km: no podrías confiar en él.

ACTIVIDAD 2: El detecta-errores de comunicación

Afirmaciones de los estudiantes

- **A:** «El valor absoluto de −5 es −5, porque el valor absoluto es el mismo número.»
- **B:** «El número −3 es mayor que −1 porque 3 es mayor que 1.»
- **C:** «El opuesto de un número positivo siempre es un número negativo que está a la misma distancia del cero.»
- **D:** «En una recta numérica, cuanto más a la izquierda está un número, menor es su valor.»

Tarea 1: Identificación de errores

Estudiante	¿Correcto?	Comentario
A	❌ **Error**	El valor absoluto siempre es positivo o cero. |−5| = 5, no −5, ya que el valor absoluto es siempre positivo.

B	❌ **Error**	En los negativos, el mayor es el de menor valor absoluto. $-1 > -3$.
C	✅ Correcto	Definición de opuesto.
D	✅ Correcto	En la recta, a la izquierda siempre hay números menores.

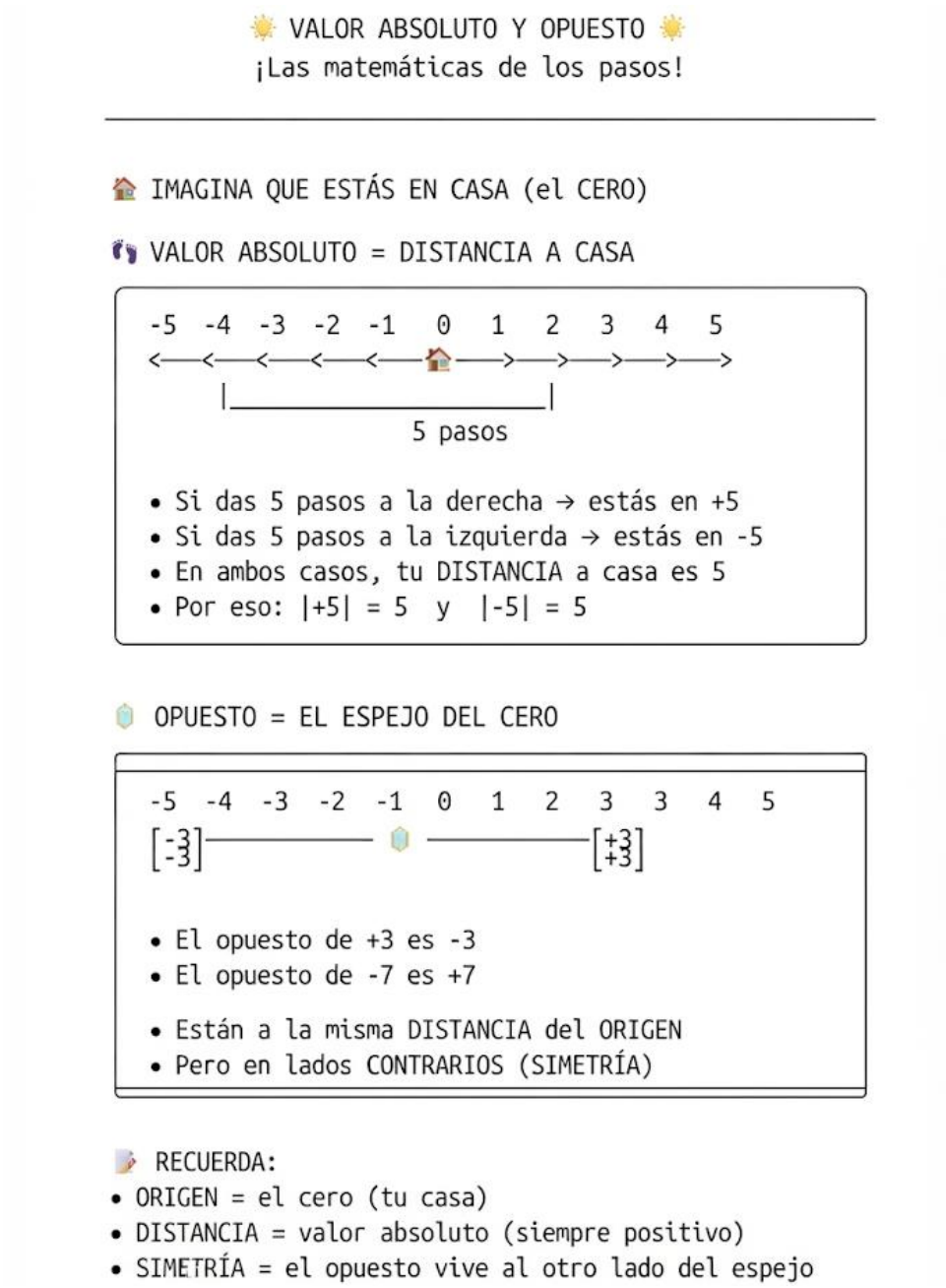
Los estudiantes que se equivocan son A y B.

Tarea 2: Párrafo correctivo (elegimos el error de B)

«Estudiante B, tu afirmación tiene un error importante. En los números negativos, **cuanto mayor es el valor absoluto, menor es el número**, porque está más **a la izquierda** en la recta numérica, es decir, más lejos del **cero**. Por eso -1 es mayor que -3: aunque 3 sea mayor que 1, el número -3 está más alejado del cero hacia la izquierda, lo que lo hace más pequeño. Recuerda: el **valor absoluto** mide la distancia al cero, pero no nos dice por sí solo cuál de dos negativos es mayor.»

ACTIVIDAD 3: La infografía para primaria

Diseño de la mini infografía (A4)



Elementos clave de la infografía

- **Representación gráfica:** recta numérica con el 0 destacado como «casa».
- **Analogía de la vida real:** los pasos dados desde casa y el efecto espejo.
- **Vocabulario clave destacado en negrita:** ORIGEN, DISTANCIA, SIMETRÍA, OPUESTO.
- **Sin operaciones:** no se usa la palabra «restar» ni ninguna operación.
- **Texto breve y visual:** ideal para un alumno de 6.º de Primaria.

ACTIVIDAD 4: Evaluación entre pares con rúbrica

Trabajo de Javi

- **Dibujo:** línea horizontal sin flechas, marcas en orden: −3, −1, 0, +2, +5, con espacios desiguales.
- **Ordenación escrita:** $+5 < +2 < 0 < -1 < -3$

Evaluación con la rúbrica

Criterio de representación	✅ / ❌	Feedback para Javi
La recta numérica tiene flechas en los extremos (indica que continúa).	❌	«Javi, añade una flecha → al final y ← al principio de la recta. Así se ve que los números continúan más allá del −3 y del +5.»
La escala es uniforme (la distancia entre números es siempre la misma).	❌	«Los espacios entre las marcas deben ser iguales. Usa una regla y marca cada número a la misma distancia del anterior, como si fueran escalones de una escalera.»
El orden de los números en la recta es correcto (de menor a mayor, izquierda a derecha).	✅	«¡Bien! Has colocado los números en el orden correcto: de menor a mayor, de izquierda a derecha.»
El uso de los símbolos < o > en la ordenación es correcto.	❌	«Has escrito $+5 < +2 < 0 < -1 < -3$, pero eso dice que +5 es menor que +2, lo cual es falso. Recuerda: el símbolo < apunta siempre hacia el número menor. La ordenación correcta es: $-3 < -1 < 0 < +2 < +5$.»

Comentario global para Javi

«Javi, has entendido bien el orden de los números, pero debes cuidar dos detalles importantes: las flechas en los extremos de la recta (para mostrar que es infinita) y la escala uniforme (con regla). Además, repasa el uso del símbolo <: la "puntita" siempre mira al número pequeño, como si fuera la boca de un cocodrilo hambriento que se come al más pequeño. ¡Ánimo, vas por buen camino!»