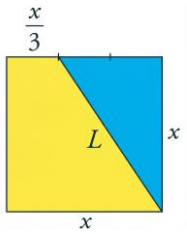
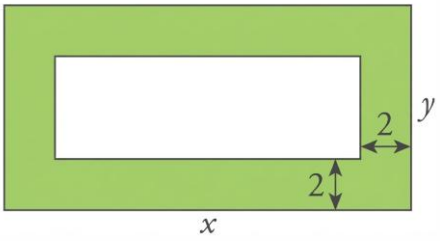
POLINOMIOS

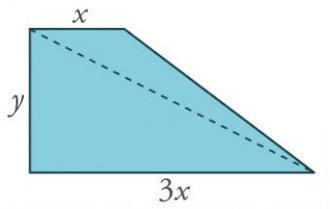
1. Expresa algebraicamente:
a) El área del cuadrado.
b) El área del triángulo azul.
c) El área del trapecio amarillo.
d) La longitud del lado L.



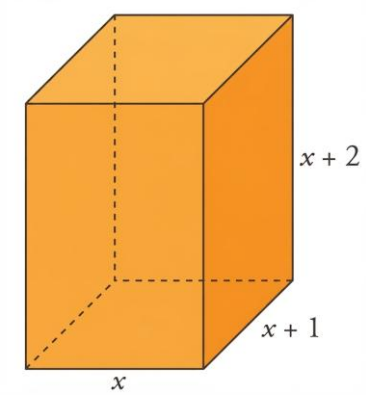
2. Expresa algebraicamente la parte coloreada:



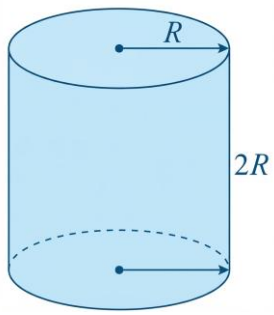
3. Expresa algebraicamente el área y la diagonal mayor del siguiente trapecio:



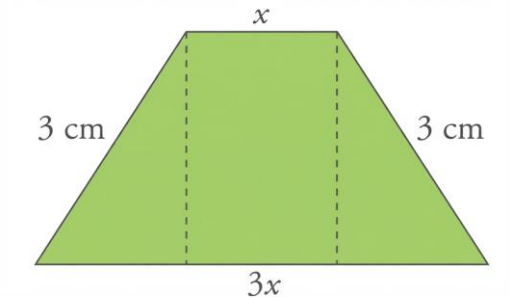
4. Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son tres números consecutivos.



5. Expresa algebraicamente el área total y el volumen de un cilindro cuya altura mide el doble del radio de la base.



6. Expresa algebraicamente el área de este trapecio isósceles:



7. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores que se indican:

a) x^2+y^2 para $x=2,\ y=5$

b) a^2-b^2 para $a=15,\ b=5$

c) $(1-2x)(1-2x)x$ para $x=0.2$

d) πr^2 para $r=5,\ r=10,\ r=100$

8. Dados los monomios $A(x)=5x^2,\ B(x)=3x,\ C(x)=7x^3$ y $D(x)=2x^2$, efectúa las siguientes operaciones:

a) $A(x)+D(x)$ c) $A(x)+B(x)$ e) $A(x)D(x)$

b) $A(x)-D(x)$ d) $A(x)C(x)$ f) $B(x)D(x)$

9. Dados los polinomios $P(x)=5x^2-3x+2,\ Q(x)=2x^3-1$ y $R(x)=x+1$, efectúa las siguientes operaciones:

a) $P(x)+Q(x)$ c) $P(x)Q(x)$ e) $R(x)-Q(x)$

b) $P(x)-Q(x)$ d) $P(x)-R(x)$ f) $P(x)R(x)$

10. Efectúa las sumas y diferencias que se indican y reduce los términos semejantes:

a) $(a-b)-(b+c-d)+(2b-a)$

b) $x+\left[(y-x)-(y-z)\right]$

c) $a^2-\left(b^2-c^2\right)+b^2-\left(a^2+c^2\right)-c^2-\left(a^2-b^2\right)$

d) $(a+2b-6a)-\left[3b-(6a-6b)\right]$

e) $(x+y-z)-(x-y+z)+(-x+y+z)-(-x-y+z)$

f) $\left(4x^3-2x^2+x+1\right)-\left(3x^3-x^2-x-7\right)-\left(x^3-4x^2+2x+8\right)$

11. Calcula las siguientes potencias:

a) $x\cdot x$ c) $\left(x^2\right)^5$ e) $\left[\left(a^2\right)^3\right]^8$

b) $x^2\cdot x^3$ d) $\left[\left(-a^2\right)^3\right]^4$ f) $\left(a^3b^3\right)^7$

12. ¿Verdadero o falso? Razónalo.

a) $x\cdot x=2x$ c) $x^3=3x$ e) $x^2\cdot x^3=x^5$

b) $\left(a^2\right)^4 = a^6$ d) $x^2 + x^3 = x^5$ f) $\left(x+y\right)^2 = x^2 + y^2$

13. Haz los productos que se indican aplicando la propiedad distributiva y reduce los términos semejantes:

a) $\left(a+b\right)\left(a+b\right)$

b) $\left(a+b\right)\left(a-b\right)$

c) $\left(a+b+c\right)\left(a+b-c\right)$

d) $\left(a+b-c\right)\left(a-b+c\right)$

e) $\left(x-a\right)\left(x-b\right)\left(x-c\right)$

14. Opera y simplifica las siguientes expresiones:

a) $\left(x-a\right)\left(x-b\right)+\left(x-c\right)\left(x-d\right)$

b) $\left(a+b\right)\left(b+c\right)-\left(c+d\right)\left(d+a\right)$

c) $\left(a+b\right)x+\left(b+c\right)y-\left[\left(a-b\right)x-\left(b-c\right)y\right]$

d) $\left(a+b-c\right)\left(a+b\right)+\left(a-b+c\right)\left(a+c\right)$

e) $\left(a-b\right)\left(a+b-c\right)+\left(b-c\right)\left(b+c-a\right)$

15. Calcula los cuadrados de los binomios que se indican reduce luego los términos semejantes:

a) $\left(x+a\right)^2$ c) $\left(2a+9b\right)^2$ e) $\left(x^6+a\right)^2$ g) $\left(7+x\right)^2$

b) $\left(x-m\right)^2$ d) $\left(x^2+8\right)^2$ f) $\left(3a^3-10\right)^2$ h) $\left(a^m+y^n\right)^2$

16. Calcula directamente los productos de las sumas por diferencias:

a) $\left(a+b\right)\left(a-b\right)$ c) $\left(3x+1\right)\left(3x-1\right)$

b) $\left(x+2a\right)\left(x-2a\right)$ d) $\left(x^3y^3+2\right)\left(x^3y^3-2\right)$

17. Calcula el valor de la siguiente expresión sin realizarla. Observa cómo son entre sí los paréntesis. Si no lo ves, puedes hacer las operaciones indicadas.

$$\left(a+b-c-d\right)^2-\left(c+d-a-b\right)^2$$

18. Halla el valor numérico de las siguientes expresiones para los valores que se indican, realizando el cálculo:

a) Directamente b) Después de reducir la expresión

1) $a^2+2ab+b^2$ para $a=7,\ b=3$

2) $a^2-2ab+b^2$ para $a=7,\ b=3$

3) a^2-b^2 para $a=15,\ b=5$

4) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ para $a=13,\ b=3$

5) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ para $a=13,\ b=3$

19. En las siguientes relaciones hay errores muy graves en la utilización de la regla de los signos. ¿Cuáles son?

a) $-\left(x^2+x-2\right)=-x^2+x-2$ b) $-\dfrac{3x^2-9x}{3}=-x^2-3$

20. En las siguientes relaciones hay errores muy graves en la utilización de la propiedad distributiva. ¿Cuáles son?

a) $x\left(x+y\right)=x^2+y$

b) $\left(3a+2\right)\left(1-b\right)=3a-2b$

c) $\left(a+b\right)^2=a^2+b^2$

d) $\left(a-b\right)^2=a^2-b^2$

e) $2x+3\left(3x-1\right)=6x-2x+9x-3$

21. Completa las siguientes expresiones para que sean cuadrados perfectos:

a) $9x^2+24x+...$ d) $x^2-6x+...$

b) $x^2+2x+...$ e) $4x^2+...+9$

c) $x^2-2x+...$ f) $9x^2+...+16$

22. Saca factor común en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $3x^2-5x^4$ d) $a^2+ab+ac+bc$

b) $5x-25x^2y$ e) $ax-ay-bx+by$

c) $7x^3-14x^6$ f) $a^2-c^2+acd+abc$

23. En el trinomio ax^2+bx+c, calcula b^2-4ac (llamado discriminante) en los siguientes casos:

a) x^2-5x+6 c) $3x^2-8x+5$

b) $9x^2-24x+16$ d) $x^2+3x-10$

24. Observa que:

$$8\cdot 8-1=7\cdot 9 \qquad 15\cdot 15-1=14\cdot 16 \qquad 31\cdot 31-1=30\cdot 32$$

Comprueba si es cierto para otros valores y trata de expresar mediante una identidad algebraica esta situación.

25. Con 40 cm de cuerda se quieren construir distintos rectángulos. ¿Cuál será la expresión general del área de estos rectángulos?

26. La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos, ¿es par o impar? Razónalo.

27. Demuestra que la diferencia de los cuadrados de dos números impares consecutivos es par.

28. Si dos números se diferencian en 7 unidades, la diferencia de sus cuadrados es igual a 7 veces la suma. Razónalo.

29. Desarrolla las siguientes igualdades notables:

a) $\left(x+3y\right)^2$ c) $\left(3x^3-a^2\right)^2$ e) $\left(3x^3+3y\right)^2$

b) $\left(2x-3y\right)^2$ d) $\left(x+x^3\right)\left(x-x^3\right)$ f) $\left(2x+x^3\right)\left(2x-x^3\right)$

30. Desarrolla las siguientes identidades notables:

a) $(x+2y)^2$

b) $(6a-4y)^2$

c) $(7x+x^4)(7x-x^4)$

d) $(3x^3+3)^2$

e) $(y+x^2)(y-x^2)$

f) $(5x^4-2)^2$

31. Calcula mentalmente estas diferencias de cuadrados (utiliza la definición del producto de una suma y una diferencia):

a) 100^2-99^2 b) 53^2-52^2 c) 96^2-4^2

32. Averigua los desarrollos de $(a+b)^3$ y $(a-b)^3$.

33. Expresa los siguientes polinomios como un binomio:

a) $x^2+14x+49$

b) $x^2-14x+49$

c) $x^2-18x+81$

d) $x^2-20x+100$

e) $x^2+22x+121$

f) x^2+6x+9

34. El desarrollo $(x+3y)^2$ es:

a) $x^2-6xy+9y^2$

b) $2x+6y$

c) $x^2+3xy+3y^2$

d) $x^2+6xy+9y^2$

35. El desarrollo de $(2x-4y)^2$ es:

a) $2x^2-8xy+4y^2$

b) $4x^2+8xy+16y^2$

c) $4x^2-8xy+16y^2$

d) $4x^2-16xy+16y^2$

36. El producto de $(2x-3y)(2x+3y)$ es:

a) $4x^2-6y^2$

b) $4x^2+6y^2$

c) $4x^2-9y^2$

d) $4x^2+9y^2$

37. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(x^3+4x^2+6x):x$

b) $(x^3+3x^2+2x-1):x$

c) $(4x^3-8x^2-6x):2x$

38. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(x^4-6x^3+2x^2+3x-4):(x^2+x+2)$

b) $(x^4-5x^3+11x^2-12x+6):(x^2-x+2)$

c) $(6x^4-x^3+5x^2+3x-14):(2x^2-3x+7)$

39. Efectúa las siguientes divisiones efectuando la división ordinaria y el método de Ruffini:

a) $\left(3x^5+2x+1\right):\left(x+1\right)$

b) $\left(x^6+x^2-3\right):\left(x+3\right)$

c) $\left(x^9+x^5+1\right):\left(x-2\right)$

40. Utilizando el valor numérico, halla el resto de:

a) $\left(x^3-2x^2-3\right):\left(x-1\right)$

b) $\left(x^3-1\right):\left(x-1\right)$

c) $\left(2x^4-2x^3+3x^2+5x+10\right):\left(x+2\right)$

41. Utilizando el valor numérico, comprueba si son exactas las siguientes divisiones:

a) $\left(x^4-16\right):\left(x+2\right)$

b) $\left(x^6+64\right):\left(x-2\right)$

c) $\left(x^{99}+1\right):\left(x-1\right)$

42. Utilizando el valor numérico, halla el valor de *m* en los polinomios siguientes, sabiendo que:

a) $5x^4+mx^3+2x-3$ es divisible por $x+1$

b) $3x^2-mx+10$ es divisible por $x-5$

c) $3x^3-7x^2-9x-m$ es divisible por $x-3$

43. Utilizando el valor numérico, comprueba si son ciertas las afirmaciones:

a) x^3-1 tiene por factor a $x-1$

b) x^3+1 tiene por factor a $x+1$

c) x^4-17x^2+16 tiene por factor a $x-4$

44. Factoriza los siguientes trinomios:

a) x^2-x-2

b) $x^2-11x+30$

c) $42-x-x^2$

d) $66+5x-x^2$

e) $3x^2+10x+3$

f) $2x^2-x-1$

45. Qué valor ha de tomar *k* para que $x+3$ sea un factor de $x^3-4x+12k$?

46. Utilizando el valor numérico, halla el valor de *m* para que el polinomio $5x^4-7x^3+2x^2+4x+m$ tenga por resto 130 al dividirlo por $x+2$.

47. Factoriza los siguientes polinomios:

a) x^3-x^2-4

b) x^3+2x^2+2x+1

c) $x^3-3x^2-4x+12$

d) $x^3-6x^2+11x-6$

e) $x^4-6x^3-11x^2+96x-80$ (raíces entre –4 y 5)

f) $2x^4-5x^3+5x-2$

g) $x^4+2x^3-3x^2-4x+4$

48. Determina *a* y *b* para que x^3+ax^2+bx+5 sea divisible por x^2+x+1.

49. Un instituto tiene un huerto escolar de forma cuadrada cuyo lado mide actualmente 5 metros. El equipo de jardinería decide ampliar el huerto aumentando x metros tanto el largo como el ancho para cultivar más verduras.

a) Escribe una expresión algebraica que represente el área del nuevo huerto ampliado.
b) Desarrolla esa expresión utilizando una identidad notable.
c) Calcula el área final del huerto si se decide ampliar $x=3$ metros. ¿Cuántos metros cuadrados se han ganado respecto al original?

50. Una cooperativa de estudiantes fabrica y vende macetas biodegradables. El coste semanal de producción (en euros) al fabricar x macetas viene dado por el polinomio $C(x)=2x^2+30x+100$. Los ingresos semanales (en euros) por la venta de esas x macetas se modelan como $I(x)=50x$.

a) Escribe el polinomio $B(x)$ que representa el beneficio semanal, sabiendo que

Beneficio = Ingresos – Costes

Simplifica la expresión.
b) ¿Cuál es el beneficio si se producen y venden 15 macetas en una semana?
c) Si una semana no se produce nada ($x=0$), ¿cuál es el beneficio? Interpreta el resultado en el contexto del problema.

51. Una empresa de comercio justo quiere diseñar cajas de cartón sin tapa a partir de una lámina rectangular de 40 cm de largo y 30 cm de ancho. Para formar la caja, se recorta un cuadrado de lado x cm en cada una de las cuatro esquinas y se doblan los bordes hacia arriba.

a) Expresa las dimensiones (largo, ancho y alto) de la caja resultante en función de x.
b) Escribe el polinomio $V(x)$ que representa el volumen de la caja y desarróllalo completamente (multiplicación de polinomios).
c) Calcula el volumen de la caja si se recortan cuadrados de $x=5$ cm en las esquinas.

52. Un ayuntamiento está diseñando una plaza pública cuadrada cuyo lado mide $(x+8)$ metros. En el centro de la plaza, se construirá una fuente también cuadrada, cuyo lado mide $(x-2)$ metros. El resto de la superficie será adoquinada para el tránsito peatonal.

a) Escribe una expresión algebraica para el área de la zona adoquinada (Área total - Área de la fuente).
b) Desarrolla las identidades notables y simplifica la expresión al máximo.
c) Si el lado de la plaza total es de 20 metros (es decir, $x=12$), ¿cuál es el área de la zona adoquinada?

53. Un dron de reparto médico sigue una trayectoria de vuelo que puede aproximarse mediante la expresión algebraica $h(t)=-2t^2+12t+14$, donde $h(t)$ es la altura del dron en metros y t es el tiempo en segundos desde que comienza a maniobrar.

a) ¿A qué altura se encuentra el dron en el instante inicial ($t=0$)?
b) Calcula la altura del dron a los 3 segundos y a los 5 segundos. ¿Qué observas?
c) Traduce al lenguaje algebraico: «El doble de la altura del dron a los t segundos, menos 5 metros».