Unidad 2: Potencias y radicales ($\mathbb{R}$)

Potencias

De exponente natural: $x^n = x \cdot x \cdot \overset{n)}{\ldots} \cdot x$ con $n \in \mathbb{N}$

De exponente cero: $x^0 = 1$ siempre que $x \neq 0$

De exponente negativo: $x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$ (con $x \neq 0$)

De exponente fraccionario: $x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$

Propiedades de las potencias

(1) $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

(2) $x^n : x^m = x^{n-m}$

(3) $\left(x^n\right)^m = x^{n \cdot m}$

(4) $\left(x \cdot y\right)^n = x^n \cdot y^n$

(5) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$ $\quad [\left(x : y\right)^n = x^n : y^n]$

Radicales

$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ donde b es único y $n \in \mathbb{N}$

Los elementos de un radical son:

Índice

Coeficiente → $k \cdot \sqrt[n]{a}$ ← Radicando

Operaciones con radicales:

Suma y resta: Tienen que tener el mismo índice e idéntico radicando, esto es, deben ser semejantes. Se saca factor común el radical y se suman o se restan los coeficientes.

Multiplicaciones y divisiones:
Se pueden multiplicar y dividir raíces que tengan el mismo índice, multiplicando o dividiendo los correspondientes radicandos.

Extraer factores de un radical
Se factoriza el radicando y se extraen los factores cuyo exponente coincida con el índice del radical.

Introducir factores en un radical
Se eleva el factor al índice del radical y se multiplica por el radicando.

Notación científica

Un número se dice que está escrito en notación científica cuando está dado en la forma $a \cdot 10^b$ donde a es un número decimal, con una única cifra en la parte entera (distinta de cero), y b es un número entero.

Aproximaciones

Redondeo:
Consiste en prescindir de las cifras que siguen a una determinada, sumando una unidad a esta última si la primera eliminada es 5 o superior a 5.

Errores

Error absoluto $\left(E_r\right)$:

$$\text{Error absoluto} = \left|\text{valor exacto} - \text{valor aproximado}\right| = \left|V_{exacto} - V_{aprox.}\right|$$

Este error tiene la unidad de la magnitud medida, nos indica la *cota de error* de nuestra medición.

Error relativo:

A veces no importa tanto la incertidumbre de una medida como su precisión. Por eso se introduce el

$$\mathrm{E}_r = \text{Error relativo} = \left|\frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor exacto}}\right|$$

Números reales

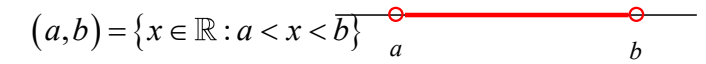
- REALES
  - RACIONALES
    - ENTEROS
      - NATURALES
      - CERO
      - NEGATIVOS
    - FRACCIONARIOS
      - DECIMALES EXACTOS
      - PERIÓDICOS
        - PUROS
        - MIXTOS
  - IRRACIONALES (Decimales que no son ni exactos, ni periódicos)

Intervalos

Los intervalos son subconjuntos de números reales que se corresponden con segmentos, semirrectas o la recta real.

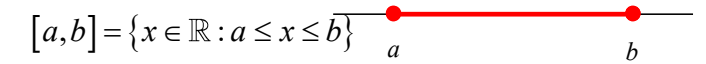
- Intervalo abierto de extremos a y b:

$$(a,b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$



- Intervalo cerrado de extremos a y b:

$$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$$



- Intervalos semiabiertos o semicerrados

$$(a,b] = \{x : a < x \leq b\}$$

$$[a,b) = \{x : a \leq x < b\}$$

- Semirrectas

$$(-\infty,a) = \{x : x < a\} \qquad (-\infty,a] = \{x : x \leq a\}$$

$$(b,+\infty) = \{x : x > b\} \qquad [b,+\infty) = \{x : x \geq b\}$$

- Recta real: $(-\infty,+\infty) = \mathbb{R}$