SdA 2: El principito, el universo y los números grandes: una introducción a las potencias

Los departamentos de Matemáticas y de Lengua Castellana y Literatura han lanzado un reto conjunto: el instituto va a celebrar la **«Semana de la Divulgación Científica»** y se busca crear un *mural* titulado *«¿Cuánto es mucho? Los números del Universo»*.

Para ello, os habéis convertido en **«Auditores matemáticos y divulgadores científicos»**. Vuestra misión comienza tras leer los capítulos de *El Principito* donde el protagonista se encuentra con el hombre de negocios y el farolero. El hombre de negocios afirma poseer más de 500 millones de estrellas y llevar una contabilidad rigurosa. Deberéis verificar si sus cuentas son correctas, contrastarlas con la astronomía real y, para poder explicar la inmensidad del universo a vuestros compañeros, deberéis dominar las herramientas matemáticas de los números grandes: las potencias.

Fase 1: La auditoría del hombre de negocios

Lectura de unos párrafos del libro «El principito» de Antoine de Saint-Exupéry.

ARGUMENTO

Este es uno de los libros más singulares y más hermosos que se han escrito. Su protagonista es un niño sorprendente, vestido como un príncipe, que ha llegado a la Tierra después de recorrer varios planetas en los que ha conocido a gente muy variada: un rey, un vanidoso, un borracho, un hombre de negocios, un farolero... En nuestro planeta se encuentra con un piloto que, a causa de un accidente, ha aterrizado en medio del desierto. Poco a poco el principito le va contando su extraño viaje y el piloto lo transcribe en el libro que nosotros leemos.



Fuente: amazon.es

En los párrafos siguientes nos relata las visitas a los planetas del hombre de negocios y del farolero.

EL PRINCIPITO

El cuarto planeta era el del hombre de negocios. El hombre estaba tan ocupado que ni siquiera levantó la cabeza cuando llegó el principito.

- Buenos días -le dijo este-. Su cigarrillo está apagado.

- Tres y dos son cinco. Cinco y siete, doce. Doce y tres, quince. Buenos días. Quince y siete, veintidós. Veintidós y seis, veintiocho. No tengo tiempo para volver a encenderlo. Veintiséis y cinco, treinta y uno. ¡Uf! Da un total, pues, de quinientos un millones seiscientos mil setecientos treinta y uno.

- ¿Quinientos millones de qué?

- ¡Eh! ¿Estás siempre ahí? Quinientos millones de... Ya no sé... ¡Tengo tanto trabajo! Yo soy serio, no me divierto con tonterías. Dos y cinco, siete...

- ¿Quinientos millones de qué? -repitió el principito, que nunca en su vida había renunciado a una pregunta, una vez que la había formulado.

El hombre de negocios levantó la cabeza:

-En los cincuenta y cuatro años que habito este planeta, solo he sido molestado tres veces. La primera fue hace veintidós años por un abejorro que cayó Dios sabe de dónde. Produjo un ruido espantoso y cometí cuatro errores en la suma. La segunda fue hace once años por un ataque de reumatismo. Me hace falta ejercicio. No tengo tiempo para moverme. Yo soy serio. La tercera vez... ¡Es esta! Decía, pues, quinientos un millón...

- ¿Millones de qué?

El hombre de negocios comprendió que no había esperanza de paz.

- Millones de esas cositas que se ven a veces en el cielo.

- ¿Moscas?

- No, no, cositas que brillan.

- ¿Abejas?

- ¡Ni hablar! Cositas doradas que hacen desvariar a los holgazanes. ¡Pero yo soy serio! No tengo tiempo para desvariar.

- ¡Ah! ¿Estrellas?

- Eso es. Estrellas.

- ¿Y qué haces tú con quinientos millones de estrellas?

- Quinientos un millones seiscientos veintidós mil setecientos treinta y una. Yo soy serio, soy preciso.

- ¿Y qué haces con esas estrellas?

- ¿Qué hago?

- Sí.

- Nada. Las poseo.

- ¿Posees las estrellas?

- Sí.

- Pero he visto un rey que...

- Los reyes no poseen; «reinan»). Es muy diferente.

- ¿Y para qué te sirve poseer las estrellas?

- Me sirve para ser rico.

- ¿Y para qué te sirve ser rico?

- Para comprar otras estrellas, si alguien las encuentra. Este, se dijo el principito, razona un poco como el ebrio. Sin embargo, siguió preguntando:

- ¿Cómo se puede poseer estrellas?

- ¿De quién son? -replicó, hosco, el hombre de negocios.

- No sé. De nadie.

- Entonces son mías, pues soy el primero en haberlo pensado.

- ¿Es suficiente?

- Seguramente. Cuando encuentras un diamante que no es de nadie, es tuyo. Cuando encuentras una isla que no es de nadie, es tuya. Cuando eres el primero en tener una idea, la haces patentar: es tuya. Yo poseo las estrellas porque jamás, nadie antes que yo, soñó con poseerlas.

- Es verdad -dijo el principito-. ¿Y qué haces tú con las estrellas?

- Las administro, las cuento y las recuento -dijo el hombre de negocios-. Es difícil. ¡Pero soy un hombre serio! El principito no estaba satisfecho.

- Yo, si poseo un pañuelo, puedo ponerlo alrededor de mi cuello y llevármelo. Yo, si poseo una flor, puedo cortarla y llevármela. ¡Pero tú no puedes cortar las estrellas!

- No, pero puedo depositarlas en el banco.

- ¿Qué quiere decir eso?

- Quiere decir que escribo en un papelito la cantidad de mis estrellas. Y después cierro el papelito, bajo llave, en un cajón.

- ¿Es todo?

- Es suficiente.

Es divertido, pensó el principito. Es bastante poético. Pero no es muy serio.

El principito tenía sobre las cosas serias ideas muy diferentes de las ideas de las personas mayores.

- Yo -dijo aún- poseo una flor que riego todos los días. Poseo tres volcanes que deshollino todas las semanas. Pues deshollino también el que está extinguido. No se sabe nunca. Es útil para mis volcanes y es útil para mi flor que yo los posea. Pero tú no eres útil a las estrellas...

El hombre de negocios abrió la boca, pero no encontró respuesta y el principito se fue.

Decididamente las personas mayores son enteramente extraordinarias, se dijo simplemente a sí mismo durante el viaje.

****

El quinto planeta era muy extraño. Era el más pequeño de todos. Había apenas lugar para alojar a un farol y un farolero. El principito no lograba explicarse para qué podían servir, en algún lugar del cielo, en un planeta sin casas ni población, un farol y un farolero. Sin embargo, se dijo a sí mismo:

- Tal vez este hombre sea absurdo. Sin embargo, es menos absurdo que el rey, que el vanidoso, que el hombre de negocios y que el bebedor. Por lo menos su trabajo tiene sentido. Cuando enciende el farol es como si hiciera nacer una estrella más, o una flor. Cuando apaga el farol, hace dormir a la flor o a la estrella. Es una ocupación muy linda. Es verdaderamente útil porque es linda.

Cuando llegó al planeta saludó respetuosamente al farolero:

- Buenos días. ¿Por qué acabas de apagar el farol?

- Es la consigna -respondió el farolero-. Buenos días.

- ¿Qué es la consigna?

- Apagar el farol. Buenas noches. Y volvió a encenderlo.

- Pero, ¿por qué acabas de encenderlo?

- Es la consigna -respondió el farolero.

- No comprendo -dijo el principito.

- No hay nada que comprender -dijo el farolero-. La consigna es la consigna. Buenos días. Y apagó el farol.

Luego se enjugó la frente con un pañuelo a cuadros rojos.

- Tengo un oficio terrible. Antes era razonable. Apagaba por la mañana y encendía por la noche. Tenía el resto del día para descansar, y el resto de la noche para dormir...

- Y después de esa época, ¿la consigna cambió?

- La consigna no ha cambiado -dijo el farolero-. ¡Ahí está el drama! De año en año el planeta gira más rápido, y la consigna no ha cambiado.

- ¿Entonces? -dijo el principito.

- Entonces, ahora que da una vuelta por minuto, no tengo un segundo de descanso. Enciendo y apago una vez por minuto.

- ¡Qué raro! ¡En tu planeta los días duran un minuto!

- No es raro en absoluto -dijo el farolero-. Hace ya un mes que estamos hablando juntos.

- ¿Un mes?

- Sí. Treinta minutos. ¡Treinta días! Buenas noches. Y volvió a encender el farol.

El principito lo miró y le gustó el farolero que era tan fiel a la consigna. [...]

- Este es el único de quien pude haberme hecho amigo. Pero su planeta es verdaderamente demasiado pequeño. No hay lugar para dos...

El principito no osaba confesarse que añoraba a este bendito planeta, sobre todo, por las mil cuatrocientas puestas de sol, ¡cada veinticuatro horas!

Misión 1.1. Evidentemente el hombre que «posee estrellas» es un símbolo de las personas que solo se preocupan de acumular dinero y guardarlo en los bancos. Escribe el número de estrellas que posee el hombre de negocios mediante un número.

Misión 1.2. En la última frase del texto del Principito hay un cálculo erróneo. Detéctalo y corrígelo.

Misión 1.3. Vamos a investigar y a ver si el número de estrellas del cuento coincide con el real. ¿Cuántas estrellas hay en el Universo? ¿Coincide dicho número con el del hombre de negocios? Escribe dicho número mediante una potencia de 10, aproxima, a los miles de millón el número de estrellas que cuenta el hombre de negocios, expresa dicho número mediante una potencia de 10 y compara el número que has encontrado con el que obtienes de la aproximación anterior.

Fase 2: Investigación de números grandes

Para asombrar a los visitantes de nuestra feria de ciencias, necesitamos recopilar datos que desafíen la imaginación, desde la antigüedad hasta la ciencia ficción.

Misión 2.1. Arquímedes de Siracusa (ca. 287 a. C. – ibídem, ca. 212 a. C.), en su libro «El contador de arena» reflexiona sobre el número de granos de arena que hay en el Universo, si éste estuviera formado por granos de arena. Para responder a esa pregunta inventó los exponenciales y sus reglas de uso (la notación, la forma de escribir, es muy importante en Matemáticas). ¿Cuál fue la estimación de Arquímedes?

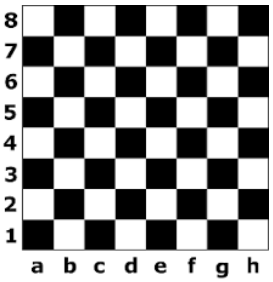
Misión 2.2. Busca el número de átomos en el Universo observable.



Fuente: educaciontrespuntocero.com

Misión 2.3. Investiga y compara el orden del árbol de jugadas (número de partidas posibles) del ajedrez y del Go[1]. ¿Cuál es matemáticamente más complejo?

[1] El go es un juego de estrategia en que dos jugadores (adversarios) luchan con el objetivo de lograr controlar un mayor territorio que el oponente.



Fuente : docs.kde.org

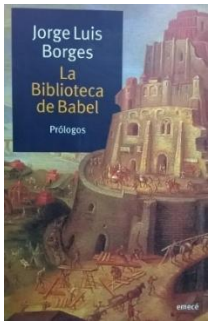


Fuente: Imágenes de Google



Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Go

Misión 2.4. ¿De cuántas formas es posible ordenar los libros de la Biblioteca de Babel (libro de Jorge Luis Borges)?



Fuente: https://www.iberlibro.com/

Misión 2.5. ¿Qué es un gúgol? ¿Y un gúgolplex? Resume brevemente su historia.

Fase 3: Una geometría «imposible»

En el Universo cinematográfico de Marvel (MCU), se han puesto de moda los «Multiversos». Sin embargo, este concepto no es nuevo, ya que la primera referencia acerca de múltiples universos proviene de la literatura védica (800 a. C.-200 a. C.), concretamente del Bhagavata-Purana, escrito por Viasa. El término «multiverso» fue acuñado en 1895 por el psicólogo William James. Este concepto se ha usado en cosmología, física, astronomía, filosofía, psicología transpersonal y ficción, en particular dentro de la ciencia ficción y de la fantasía. Hay quien ha estimado el número de multiversos. ¿Cuál es dicha estimación?

Misión 3.1. ¿Cuántos vértices tiene un cuadrado? Dibuja un cuadrado y escribe el número de vértices como una potencia.

Misión 3.2. Nuestro mundo tiene tres dimensiones: largo, ancho y alto. Un cuadrado en dimensión 3 es un cubo. Dibuja un cubo, cuenta sus vértices y escribe dicho número en forma de potencia.

Misión 3.3. También, en el Universo cinematográfico de Marvel (MCU), hay un elemento, el teseracto, que es un «cubo» que contenía la Gema del Infinito que representa la estructura del espacio. Si se usaba correctamente, el Teseracto podía abrir portales a cualquier parte del universo y proporcionar un viaje interdimensional. Pues bien, un teseracto no es más que un «cuadrado» en un espacio de dimensión 4. Busca y dibuja un teseracto, cuenta su número de vértices y expresa dicho número como una potencia de dos.

Misión 3.4.¿Cuántos vértices tiene un «cuadrado» en un espacio de dimensión 5? ¿Y en un espacio de dimensión 1?

Fase 4: Taller matemático

Contesta a las siguientes cuestiones (investiga):

1) ¿Qué es una potencia? ¿Cómo se escriben las potencias? Indica sus elementos. ¿Cómo se leen las potencias?
2) ¿Cómo se calcula una potencia de exponente natural? ¿Y si el exponente es cero?
3) Propiedades de las potencias:
    a. Igual base
        i. Producto de potencias de la misma base
        ii. Cociente (división) de potencias de la misma base
    b. Igual exponente
        i. Potencia de un producto (multiplicación)
        ii. Potencia de un cociente
    c. Potencia de una potencia
4) Definición de raíz cuadrada
5) ¿Cuándo un número es un cuadrado perfecto?
6) Operaciones combinadas con potencias y raíces cuadradas.
   Realiza, paso a paso, dos operaciones combinadas, que no sean de las que vienen en el libro o de las que hemos realizado en clase.
7) Problemas
   Busca, enuncia y resuelve dos problemas: uno que se resuelva mediante una potencia, y otro que se resuelva mediante una raíz cuadrada (que no sean los que vienen en el libro o de los que hemos realizado en clase).