Unidad 1.2: Potencias

Potencias

¿Qué operación es una potencia?

Es una multiplicación (del mismo factor)

Notación y elementos

3^4 $\begin{cases} 3 = \text{base} \\ 4 = \text{exponente} \end{cases}$

¿Cómo se leen?

3^2 tres al cuadrado o tres elevado a dos

3^3 tres al cubo o tres elevado a tres

3^4 tres a la cuarta o tres elevado a cuatro

3^{10} tres elevado a diez

…

¿Cómo se calculan?

Multiplicando la base por sí misma tantas veces como indique el exponente.

$$3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4-\text{ veces}} = 81$$

Potencias especiales

- Un número elevado a cero es igual a la unidad: $5^0 = 1 \quad \left[a^0 = 1\right]$
- Un número elevado a uno es igual al mismo número: $8^1 = 8 \quad a^1 = a$
- Potencias de 10
  Se calculan escribiendo un 1 seguido de tantos ceros como indique el exponente:
  $10^5 = 100\,000$ (cinco ceros)

Propiedades de las potencias

$$\left.\begin{array}{l} (1)\ a^n \cdot a^m = a^{n+m} \\ (2)\ a^n : a^m = a^{n-m} \end{array}\right] \text{igual base}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3)\ a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \\ (4)\ a^n : b^n = (a : b)^n \end{array}\right] \text{igual exponente}$$

$$(5)\ \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$$

Raíz cuadrada exacta

$\sqrt{0} = 0$ $\quad \sqrt{1} = 1$ $\quad \sqrt{4} = 2$

$\sqrt{9} = 3$ $\quad \sqrt{16} = 4$ $\quad \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{36} = 6$ $\quad \sqrt{49} = 7$ $\quad \sqrt{64} = 8$

$\sqrt{91} = 9$ $\quad \sqrt{100} = 10$ $\quad \sqrt{121} = 11$

$\sqrt{144} = 12$ $\quad \sqrt{169} = 13$ $\quad \sqrt{196} = 14$

$\sqrt{225} = 15$

Operaciones combinadas

$$2^2 \cdot \left[2^6 - 4^2 \cdot \left(\sqrt{25} - 3\right)^2\right] =$$

$$= 2^2 \cdot \left[2^6 - 4^2 \cdot (5-3)^2\right] = 2^2 \cdot \left[2^6 - 3^2 \cdot 2^2\right] =$$

$$= 4 \cdot \left[64 - 9 \cdot 4\right] = 4 \cdot \left[64 - 36\right] =$$

$$= 4 \cdot 28 = 112$$

Problemas

De potencias:

Un frasco de laboratorio contiene inicialmente 2^5 bacterias. Sabiendo que la cantidad de bacterias se duplica (se multiplica por 2) cada hora, ¿cuántas bacterias habrá en el frasco después de 4 horas? Expresa el resultado final como una sola potencia de base 2 y calcula su valor numérico.

Al cabo de 4 horas: 2^4

Como inicialmente había 2^5.

En total hay $2^4 \cdot 2^5 = 2^9 = 512$ bacterias

De raíz cuadrada:

Se forma un cuadrado con 529 losas. Después, se le añade un borde de una losa de ancho alrededor de todo el perímetro.

a) ¿Cuántas losas hay en cada lado del cuadrado original?

b) ¿Cuántas losas se necesitan para formar ese borde?

a) Tenemos que calcular $\sqrt{529}$ que no está entre las que nos hemos estudiado, por lo que tenemos que probar:

$20^2 = 400,\ 21^2 = 441,\ 22^2 = 484,\ 23^2 = 529$

Por tanto, el cuadrado blanco tiene 23 losas de lado.

b) Lados horizontales (arriba y abajo):

$25 \cdot 2 = 50$

Lados verticales (izquierda y derecha, sin contar las esquinas que ya están en los horizontales): $23 \times 2 = 46$.

Total: $50 + 46 = 96$ baldosas de oro

De otra forma: $23 \cdot 4$ lados+4 esquinas $= 96$