SISTEMAS DE ECUACIONES Y DE INECUACIONES

Sistemas de ecuaciones lineales

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales (uno por cada método: sustitución, igualación, reducción y geométrico):

1) $\begin{cases} 2x+4y=7 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{2x-5y}{6}=\dfrac{5}{4} \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{x+2y}{4}=-1 \\ 2(x+y)=6y+8 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=4 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{4}=2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{x+y}{6}=\dfrac{11}{6} \\ \dfrac{2x-3y}{5}-\dfrac{1}{10}=\dfrac{33}{10} \end{cases}$

5) $\begin{cases} \dfrac{2x}{3}+y+1=0 \\ \dfrac{x+1}{2}+\dfrac{y-1}{3}+1=0 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \dfrac{2x}{3}+y+1=0 \\ \dfrac{x+1}{2}+\dfrac{y-1}{3}+1=0 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \dfrac{x+15}{8}+\dfrac{3(y+1)}{16}=3 \\ \dfrac{7-x}{2}-\dfrac{1+y}{12}=3 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{5}-\dfrac{3y-1}{10}=-\dfrac{3}{10} \\ \dfrac{2x+3}{8}+\dfrac{y+7}{4}=\dfrac{19}{8} \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2x+4y=7 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{2x-5y}{6}=\dfrac{5}{6} \end{cases}$

10) $\begin{cases} \dfrac{x+15}{8}+\dfrac{3(y+1)}{16}=3 \\ \dfrac{7-x}{2}-\dfrac{1+y}{12}=3 \end{cases}$

Problemas de sistemas de ecuaciones lineales

2. En un barco viajan 480 pasajeros entre hombres y mujeres. El número de hombres es el triple que el de mujeres. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres hay?

3. Alberto tiene triple de edad que su Lucía. Si Alberto tuviese 30 años menos y Lucía 8 años más, los dos tendrían la misma edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?

4. Halla las dimensiones de una parcela rectangular sabiendo que es 25 m. más larga que ancha y que el perímetro es 400 m.

5. Entre Antonio y Carmen tienen 12 €. Si Carmen le da 1,7 € entonces Antonio tiene el doble que ella. ¿Cuántos euros tiene cada uno?

6. Dos kilos de peras y tres de manzanas cuestan 7,80 €. Cinco kilos de peras y cuatro de manzanas cuestan 13,20 €. ¿Cuánto cuesta el kilo de manzanas? ¿Y el kilo de peras?

7. En una tienda de informática, comprar 2 baterías externas y 3 cables USB cuesta 54 €. Por otro lado, comprar 1 batería externa y 5 cables USB cuesta 55 €. ¿Cuál es el precio de cada batería externa y de cada cable?

8. El perímetro de un rectángulo es de 84 cm. Si disminuimos su longitud en 4 cm y aumentamos su anchura en 4 cm, obtenemos un cuadrado perfecto. ¿Cuáles son las dimensiones (longitud y anchura) del rectángulo original?

9. A las 9:00 de la mañana, un coche sale de una ciudad por la autopista a una velocidad constante de 90 km/h. Media hora más tarde (a las 9:30), un segundo coche sale de la misma ciudad y por la misma carretera en su persecución a 110 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda cada coche en viajar hasta que el segundo alcanza al primero, y a qué distancia de la ciudad ocurre el alcance?

10. Un joyero quiere fabricar 100 kg de una aleación de latón que contenga un 35 % de cobre. Para ello, mezcla una aleación comercial que tiene un 20 % de cobre con otra que tiene un 60 % de cobre. ¿Cuántos kilogramos debe utilizar de cada tipo de aleación?

11. En una consola de videojuegos, descargar 3 juegos completos y 2 actualizaciones pequeñas ocupa 45 GB de espacio en el disco. Descargar 1 juego completo y 4 actualizaciones pequeñas ocupa 35 GB. ¿Cuántos GB ocupa un juego completo y cuántos ocupa una actualización?

12. La diferencia de edad entre un profesor de matemáticas y un alumno de 4º de la ESO es grande. Dentro de 5 años, la edad del profesor será el doble de la edad del alumno. Sin embargo, hace 10 años, la edad del profesor era el triple de la edad del alumno. ¿Qué edades tienen actualmente?

13. Un alumno ha olvidado la combinación de su taquilla, que consiste en un número de dos cifras. Recuerda dos pistas: «La suma de las dos cifras es 11» y «Si invierto el orden de las cifras, el número que obtengo es 27 unidades menor que el original». ¿Cuál es el número de la combinación?

14. Dos impresoras industriales están imprimiendo posters para un evento. Si la impresora A trabaja durante 3 horas y la B durante 5 horas, entre las dos imprimen 1160 posters. Si la A trabaja 4 horas y la B solo 2 horas, imprimen 800 posters. ¿Cuántos posters imprime cada máquina por hora?

15. En un triángulo rectángulo, la suma de los dos ángulos agudos es de 90º. Sabiendo que el ángulo agudo mayor es igual al doble del ángulo agudo menor más 18 grados, calcula la medida de ambos ángulos.

16. Un grupo de alumnos vende pulseras artesanales para financiar su viaje de fin de curso. Las pulseras grandes las venden a 8 € y las pequeñas a 5 €. Al final del recreo, han vendido un total de 25 pulseras y han recaudado exactamente 170 €. ¿Cuántas pulseras de cada tipo han vendido?

Sistemas de ecuaciones no lineales

17. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales, por el método que creas más conveniente:

1) $\begin{cases} y - x = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 58 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x-y=15 \\ xy=100 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x-y=2 \\ x^2+xy=0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=11-3x \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3x-y=3 \\ 2x^2+y^2=9 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x^2+xy+y^2=21 \\ x+y=1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x+y=1 \\ xy+2y=2 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ xy-y^2=0 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x^2+y^2=74 \\ 2x^2-3y^2=23 \end{cases}$

12) $\begin{cases} 3x+2y=0 \\ x(x-y)=2(y^2-4) \end{cases}$

18. Resuelve gráfica y analíticamente los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} y=x^2+2x-2 \\ y=5x+2 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(4,22)\\(1,7)\end{cases}$)

b) $\begin{cases} y=\frac{1}{3}x^2-3 \\ y=-x^2+9 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(3,0)\\(-3,0)\end{cases}$)

c) $\begin{cases} y=2x^2-5x-6 \\ y=3x+4 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(10,34)\\(-2,-2)\end{cases}$)

d) $\begin{cases} y=-x^2-1 \\ y=x^2-4x+5 \end{cases}$ (Soluciones: No tiene)

e) $\begin{cases} y=2x^2-8x-3 \\ y=x^2-2x-3 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(0,-3)\\(6,21)\end{cases}$)

f) $\begin{cases} y=2x^2+6x \\ y=2x^2-10x+12 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\left(\frac{3}{4},\frac{63}{8}\right)$)

g) $\begin{cases} y=x^2-2x+1 \\ y=-2x+2 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(1,0)\\(-1,4)\end{cases}$)

h) $\begin{cases} y=x^2-6x+7 \\ y=-x^2+2x+7 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(0,7)\\(4,-1)\end{cases}$)

19. Comprueba analítica y gráficamente que estos dos sistemas no tienen solución:

a) $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2} \\ y=x-3 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(3,0)\\(1,-2)\end{cases}$)

b) $\begin{cases} y=\frac{1}{x-1} \\ y=x-1 \end{cases}$ (Soluciones: $(x,y)=\begin{cases}(0,-1)\\(2,1)\end{cases}$)

20. Resuelve analítica y gráficamente este sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 4x + y = 5 \\ 2x + y = 14 \end{cases}$$ (Soluciones: $(x, y) = (3,8)$ doble)

21. Resuelve analítica y gráficamente los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x+1} \\ y = 3x + 4 \end{cases}$ (Soluciones: $(x, y) = \begin{cases} (-2,-2) \\ \left(-\dfrac{1}{3}, 3\right) \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = \sqrt{x+1} \\ y = x - 5 \end{cases}$ (Soluciones: $(x, y) = \begin{cases} (8,3) \\ (3,-2) \end{cases}$)

Problemas de sistemas de ecuaciones no lineales

22. Un agricultor quiere cercar un terreno rectangular. Dispone de 60 metros de valla para rodear todo el perímetro. Si sabe que el área del terreno es de 216 m², ¿cuáles son las dimensiones (largo y ancho) del terreno?

23. Busca un número de dos cifras sabiendo que la suma de sus dígitos es 13 y que la suma de los cuadrados de dichos dígitos es 89.

24. En un triángulo rectángulo, la suma de las longitudes de los dos catetos es de 35 cm. Si la hipotenusa mide 25 cm, calcula la longitud de ambos catetos.

25. Dibujamos dos cuadrados en una hoja cuadriculada. La diferencia entre las longitudes de sus lados es de 4 cm. Si la suma de las áreas de ambos cuadrados es de 40 cm², ¿cuánto mide el lado de cada cuadrado?

26. Un profesor divide a su clase en dos grupos para realizar un proyecto. El número total de alumnos entre los dos grupos es 15. Si el producto del número de alumnos de cada grupo es 56, ¿cuántos alumnos hay en cada grupo?

27. Una mesa rectangular tiene un diseño donde la longitud supera a la anchura en exactamente 70 cm. Si la distancia entre las dos esquinas opuestas (la diagonal) es de 130 cm, ¿cuáles son las dimensiones de la mesa?

28. El área de un jardín rectangular es de 120 m². Si aumentamos su longitud en 2 metros y disminuimos su anchura en 2 metros, el área del nuevo rectángulo sigue siendo exactamente la misma. ¿Cuáles son las dimensiones originales del jardín?

29. La suma de dos números positivos es 20. Si sumamos los inversos (fracciones) de ambos números, el resultado es 5/24. ¿Cuáles son esos dos números?

30. El área de un triángulo rectángulo es de 24 cm². Sabiendo que la suma de sus dos catetos es de 14 cm, calcula la longitud de los catetos y la de la hipotenusa.

31. Un candado de dos cifras se abre con un número cuyos dígitos multiplicados dan 18. Si restamos 27 al número original, obtenemos el mismo número pero con las cifras invertidas. ¿Cuál es el código?

Sistemas de inecuaciones 2×1

32. Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} x-2>0 \\ x+3>0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+1>0 \\ x-5\le 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-2\le 5 \\ 3-x\ge 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x+2\ge x-4 \\ 5-x\ge -2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3-x>0 \\ 3+x>0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x\ge 0 \\ 1-x<0 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x+3\le 1 \\ x-2\ge -4 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 3x-4\le 6 \\ 3x-9\ge x+1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 2x-2\le x+5 \\ -x+6\ge 3 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 3x-15\le x-5 \\ -x+12\ge 6 \end{cases}$

k) $\begin{cases} 5x+5<3x+4 \\ 3x+3<5x-3 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 2x-10>-x+2 \\ 12-4x>-3x+2 \end{cases}$

m) $\begin{cases} 5-x\le 4x-4 \\ 1-2x\ge -3 \end{cases}$

n) $\begin{cases} 3x-15\ge x-5 \\ -x+12\le 6 \end{cases}$

ñ) $\begin{cases} 4x+1>2x+9 \\ x+8<5-2x \end{cases}$

33. Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x+2\ge x-4 \\ 5-x\ge -3 \end{cases}$ (Solución: $-3\le x\le 8$)

b) $\begin{cases} 2x-2\le x+4 \\ -x+5\ge 3 \end{cases}$ (Solución: $x\le 2$)

c) $\begin{cases} 3x-15\ge x-5 \\ -x+12\ge 6 \end{cases}$ (Solución: $5\le x\le 6$)

d) $\begin{cases} x\ge 1 \\ 1-x<0 \end{cases}$ (Solución: $x>1$)

e) $\begin{cases} 3x-4<2 \\ x\ge 2 \end{cases}$ (Solución: No tiene)

Sistemas de inecuaciones 2×2

34. Representa gráficamente la solución de cada uno de los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x+y\le 5 \\ -2x+3y\ge 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y>6 \\ 3x+5y<10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y<2-x \\ y\ge x+2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x-y\le 4 \\ -x+3y\ge -1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} y\le 2-x \\ y\le x+2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} y<x+3 \\ y>-x+3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y < 4 - x \\ y \geq x + 4 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \geq 1 \end{cases}$