

ECUACIONES BICUADRADAS, RADICALES, DE GRADO SUPERIOR A 2 Y CON FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas, comprobando las soluciones obtenidas:

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| 1) $x^4 - 26x^2 = -25$ | 6) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ |
| 2) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$ | 7) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ |
| 3) $4x^4 + 9 = 37x^2$ | 8) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ |
| 4) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ | 9) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$ |
| 5) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ | 10) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$ |

2. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales, comprobando las «soluciones» obtenidas:

- | | |
|------------------------------|---|
| 1) $\sqrt{x+4} = 7$ | 10) $4 + x + 4\sqrt{x} = 36 + x$ |
| 2) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$ | 11) $\sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$ |
| 3) $x + \sqrt{5x+10} = 8$ | 12) $\sqrt{2x-3} + 1 = x$ |
| 4) $2\sqrt{x-3} - x + 3 = 0$ | 13) $\sqrt{3x-5} + 1 = x - 2$ |
| 5) $5\sqrt{2x-5} - 1 = 2x$ | 14) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+10} - 7 = 0$ |
| 6) $\sqrt{10-x} + 3x = 6$ | 15) $\sqrt{x^2+7} + 2 = 2x$ |
| 7) $2x + \sqrt{x+4} = 2$ | 16) $36 + x + 4 - 12\sqrt{x+4} = 2x - 1$ |
| 8) $x + 1 - \sqrt{5x-1} = 0$ | 17) $x + 5 - 49 - 2x = 8 - 14\sqrt{2x+8}$ |
| 9) $6\sqrt{x-5} = x + 3$ | 18) $7 + 2x = 1 + x + 3 + 2\sqrt{3+x}$ |

3. Resuelve las siguientes ecuaciones factorizadas:

- | | |
|--------------------------|--|
| 1) $x^2(x-1)(x+1) = 0$ | 6) $x^2(x-1)(x+10) = 0$ |
| 2) $x^2(2x-3) = 0$ | 7) $3x(x+2)(x-5) = 0$ |
| 3) $x(x-4)(x+3) = 0$ | 8) $3x^2(x^2-5) = 0$ |
| 4) $(x-1)(x-2)(x-4) = 0$ | 9) $(x+1)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) = 0$ |
| 5) $2x(x-3)(x+4) = 0$ | 10) $(x+2)(x-3)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0$ |

4. Resuelve las siguientes ecuaciones factorizadas:

- 1) $(2x-3)^2 = 0$
- 2) $(2x+3)(2x-3) = 0$
- 3) $(6x-2)(5x^2-45x) = 0$
- 4) $\frac{3x^2-5}{4}(2x^2-3x+x^2+5x) = 0$
- 5) $(5x^2-4x)(x^2-2x+1) = 0$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones de grado superior a dos:

1) $x^4 - x^2 = 0$

6) $x^4 + 9x^3 - 10x^2 = 0$

2) $2x^3 - 3x^2 = 0$

7) $3x^3 - 9x^2 - 30x = 0$

3) $x^3 - x^2 - 12x = 0$

8) $3x^4 - 15x^2 = 0$

4) $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$

9) $x^3 + x^2 - 5x - 5 = 0$

5) $2x^3 + 2x^2 - 24x = 0$

10) $x^4 - x^3 - 9x^2 + 3x + 18 = 0$

6. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(x-2)^2}{x^2} - \frac{1}{2x} = \frac{8+3x}{2x^2} - \frac{2}{x}$

b) $\frac{3x+1}{x^3} + \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{2x+3}{x^2}$

c) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x-2}{x^2-1}$

d) $\frac{x^2+4}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2x+1}{x+1}$

e) $\frac{1+x}{x-3} - \frac{x}{3x-9} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{x-3} \right)$

f) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado con una incógnita:

1) $\frac{6}{4x^2+x-3} = \frac{1}{x^2+x-1}$

5) $\frac{3x}{x-1} - \frac{1}{x} = 5$

2) $3x+2 = \frac{3(4x+3)}{4-3x}$

6) $\frac{x+3}{x-3} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{x-1}$

3) $\frac{2(3x+2)}{x-1} = \frac{3x+4}{x+2}$

7) $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{3x+1}{x-2} = \frac{3-16x}{x^2-4}$

4) $6 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2} = \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$

8) $\frac{4}{x(2x+1)^2} - \frac{3x+1}{(2x+1)^2} = \frac{1}{2x+1} - \frac{2x-4}{2x^2+x}$

SOLUCIONES:**Ejercicio 1:**

1)	$\pm 1 y \pm 5$	2)	$\pm 2 y \pm 1/2$	3)	$\pm 3 y \pm 1/2$	4)	$\pm 1 y \pm 3$
5)	$\pm 1 y \pm 1/2$	6)	$\pm 1 y \pm \sqrt{2}$	7)	$\pm 2 y \pm 3$	8)	± 3
9)	$\pm 3 y \pm 5$	10)	$\pm 1/2 y \pm 1/3$				

Ejercicio 2:

1)	45	2)	4	3)	3	4)	3 y 7
5)	7 y 9/2	6)	1	7)	0	8)	1 y 2
9)	4 y 16	10)	64	11)	4/3	12)	2
13)	7	14)	6	15)	3	16)	5
17)	4 y 284	18)	-3 y 1				

Ejercicio 3:

1)	0, 0, -1, 1	3)	0, 4, -3	5)	0, 3, -4	7)	0, -2, 5	9)	$-1, \pm\sqrt{5}$
2)	0, 0, 3/2	4)	1, 2, 4	6)	0, 0, 1, -10	8)	0, 0, ± 5	10)	$-2, 3, \pm\sqrt{3}$

Ejercicio 4:

1)	3/2 y 3/2	2)	$\pm 3/2$	3)	0, 0, 0, -2	4)	$\pm\sqrt{\frac{5}{3}}, 0, -\frac{2}{3}$	5)	0, 4/5, 1, 1
----	-----------	----	-----------	----	-------------	----	--	----	--------------

Ejercicio 5:

1)	0, 0, -1, 1	3)	0, 4, -3	5)	0, 3, -4	7)	0, -2, 5	9)	$-1, \pm\sqrt{5}$
2)	0, 0, 3/2	4)	1, 2, 4	6)	0, 0, 1, -10	8)	0, 0, ± 5	10)	$-2, 3, \pm\sqrt{3}$

Ejercicio 6:

a) $x = 4$	b) $x = \pm 1$	c) $x = \begin{cases} 0 \\ 4 \end{cases}$
d) $x = \pm 2$	e) $x = -18$	f) $x = 3$ (doble)

Ejercicio 7:

1)	-3, 1/2	3)	-1, -4	5)	$\frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$	7)	1, 3
2)	-1/3, -1/3	4)	No reales	6)	5, 3/5	8)	0, -8