

INECUACIONES Y SISTEMAS DE INECUACIONES

Inecuaciones de primer grado con una incógnita

1. Halla el conjunto de soluciones de las inecuaciones:

a) $3x - 7 < 5$

b) $7 \geq 8x - 5$

c) $2 - x > 3$

d) $1 - 5x \leq -8$

e) $2x + 4 > 0$

f) $-5 + 3x < 7$

g) $-2x + 7 \geq \frac{x}{2} - 3$

h) $\frac{2(x+2)}{3} < 2x$

i) $\frac{x-1}{2} > x+1$

j) $1 - x \leq \frac{x}{3}$

k) $\frac{x-4}{4} + 1 \leq \frac{x+4}{8}$

l) $\frac{x-4}{3} - 2 > \frac{x}{2}$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones, y representa las soluciones:

a) $\frac{3-x}{2} + x \leq 3x - \frac{x}{4}$ (Solución: $x \geq \frac{2}{3}$)

b) $-2x + 9 \geq 5x - \frac{1}{2}$ (Solución: $x \leq \frac{19}{14}$)

c) $3 + \frac{2x-5}{4} - x < x+1$ (Solución: $x > \frac{1}{2}$)

d) $\frac{3x}{5} - 2 > 3x + 10$ (Solución: $x < -5$)

3. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{1+12x}{4} + \frac{x-4}{2} > \frac{3(x+1)-(1-x)}{8}$

b) $\frac{3x-2}{6} - \frac{4x+1}{10} \leq -\frac{2}{15} - \frac{2(x-3)}{4}$

c) $\frac{2x-3}{6} - \frac{3(x-1)}{4} - \frac{2(3-x)}{6} + \frac{5}{8} < 0$

d) $\frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{2}(x+1) \geq 1 - \frac{3}{4}(x+3)$

e) $6\left(\frac{x+1}{8} - \frac{2x-3}{16}\right) \geq 3\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{8}(3x-2)$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} < \frac{35}{16} \\ \text{g)} \quad & \frac{x+3}{5} - \frac{(x-1)^2}{4} > \frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{x}{2} + 2\right) \\ \text{h)} \quad & \frac{1}{2} \left[1 - (x+2)^2 \right] \leq -x - \frac{x^2-1}{2} \end{aligned}$$

Inecuaciones de segundo grado con una incógnita

4. Resuelve:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & -x^2 + 3x - 2 \geq 0 & \text{e)} \quad & x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ \text{b)} \quad & 2x^2 + 9x - 5 > 0 & \text{f)} \quad & -x^2 + 4x < 0 \\ \text{c)} \quad & x^2 - 2x + 3 > x + 1 & \text{g)} \quad & -x^2 + 3x - 6 < -x - 2 \\ \text{d)} \quad & -x^2 + x - 5 \geq -2x - 3 \end{aligned}$$

5. Resuelve las siguientes inecuaciones estudiando el signo de cada factor:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (x-1)(x+3) > 0 & \text{c)} \quad & x(x-4) < 0 \\ \text{b)} \quad & (x-5)(x+2) \leq 0 & \text{d)} \quad & (x+1)(3-x) \leq 0 \end{aligned}$$

6. Resuelve las siguientes inecuaciones, y representa gráficamente las soluciones:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{1}{2} + 2x^2 + 2x \leq 4 + \frac{1}{2} & & \text{(Solución: } -2 \leq x \leq 1) \\ \text{b)} \quad & x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} > 0 & & \text{(Solución: } x < -3 \text{ ó } x > \frac{1}{2}) \end{aligned}$$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (x+1)^2 - 3x = 3 \\ \text{b)} \quad & (2x+1)^2 = 1 + (x-1)(x+1) \\ \text{c)} \quad & \frac{(x+1)(x-3)}{2} + x = \frac{x}{4} \\ \text{d)} \quad & x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = x^2 - 2 \\ \text{e)} \quad & \frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0 \\ \text{f)} \quad & \frac{x^2 - x - 4}{4} = \frac{x^2 + x - 2}{2} \end{aligned}$$

Sistemas de inecuaciones 2×1

8. Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{cases} x-2 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} & \text{e)} \quad & \begin{cases} 3-x > 0 \\ 3+x > 0 \end{cases} \\ \text{b)} \quad & \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-5 \leq 0 \end{cases} & \text{f)} \quad & \begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{c)} \begin{cases} x-2 \leq 5 \\ 3-x \geq 1 \end{cases} & \text{g)} \begin{cases} x+3 \leq 1 \\ x-2 \geq -4 \end{cases} \\
 \text{d)} \begin{cases} 3x+2 \geq x-4 \\ 5-x \geq -2 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} 3x-4 \leq 6 \\ 3x-9 \geq x+1 \end{cases} \\
 \text{i)} \begin{cases} 2x-2 \leq x+5 \\ -x+6 \geq 3 \end{cases} & \text{m)} \begin{cases} 5-x \leq 4x-4 \\ 1-2x \geq -3 \end{cases} \\
 \text{j)} \begin{cases} 3x-15 \leq x-5 \\ -x+12 \geq 6 \end{cases} & \text{n)} \begin{cases} 3x-15 \geq x-5 \\ -x+12 \leq 6 \end{cases} \\
 \text{k)} \begin{cases} 5x+5 < 3x+4 \\ 3x+3 < 5x-3 \end{cases} & \text{ñ)} \begin{cases} 4x+1 > 2x+9 \\ x+8 < 5-2x \end{cases} \\
 \text{l)} \begin{cases} 2x-10 > -x+2 \\ 12-4x > -3x+2 \end{cases} &
 \end{array}$$

9. Halla el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} \begin{cases} 3x+2 \geq x-4 \\ 5-x \geq -3 \end{cases} & (\text{Solución: } -3 \leq x \leq 8) \\
 \text{b)} \begin{cases} 2x-2 \leq x+4 \\ -x+5 \geq 3 \end{cases} & (\text{Solución: } x \leq 2) \\
 \text{c)} \begin{cases} 3x-15 \geq x-5 \\ -x+12 \geq 6 \end{cases} & (\text{Solución: } 5 \leq x \leq 6) \\
 \text{d)} \begin{cases} x \geq 1 \\ 1-x < 0 \end{cases} & (\text{Solución: } x > 1) \\
 \text{e)} \begin{cases} 3x-4 < 2 \\ x \geq 2 \end{cases} & (\text{Solución: No tiene})
 \end{array}$$

Sistemas de inecuaciones 2×2

10. Representa gráficamente la solución de cada uno de los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} \begin{cases} x+y \leq 5 \\ -2x+3y \geq 6 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} 2x-y \leq 4 \\ -x+3y \geq -1 \end{cases} \\
 \text{b)} \begin{cases} 2x-y > 6 \\ 3x+5y < 10 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} y \leq 2-x \\ y \leq x+2 \end{cases} \\
 \text{c)} \begin{cases} y < 2-x \\ y \geq x+2 \end{cases} & \text{g)} \begin{cases} y < x+3 \\ y > -x+3 \end{cases} \\
 \text{d)} \begin{cases} y < 4-x \\ y \geq x+4 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} x+y \leq 1 \\ x-y \geq 1 \end{cases}
 \end{array}$$

Problemas de inecuaciones de primer grado

11. María tiene 7 años menos que su hermano Juan. ¿Cuántos años puede tener María si sabemos que el triple de su edad es mayor que el doble de la de su hermano?

- 12.** Una empresa paga a sus trabajadores eventuales 30 € por las 20 primeras horas de trabajo. A partir de ahí, cobran a 18 € la hora. ¿Cuántas horas deben trabajar para ganar más de 1 200 €?
- 13.** Recuerda que cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. Si los lados de un triángulo miden $5x-12$, $2x+24$ y $x+36$, ¿entre qué valores puede variar x ?
- 14.** Una empresa de automóviles fabrica el mismo modelo de coche con dos motores similares: el TGi con motor de gasolina y el TDi con motor diesel. El coche de gasolina cuesta 26 000 euros y el diesel 32 000 euros. Los gastos de mantenimiento son iguales en ambos modelos. Suponiendo que el kilómetro del coche de gasolina tiene un precio medio de 10 céntimos, se pide a partir de qué kilómetros es rentable la compra del modelo diesel.
- 15.** Una empresa de alquiler de coches cobra 30 € fijos más 25 céntimos por kilómetro recorrido. Otra empresa de la competencia no tiene canon fijo, pero cobra 45 céntimos por kilómetro recorrido. ¿A partir de cuántos kilómetros es más económica la primera?
- 16.** Una fábrica paga a cada agente comercial 1 euro por artículo vendido más una cantidad fija de 1 000 euros. Otra fábrica de la competencia paga 150 céntimos por artículo y 400 euros fijos. ¿Cuántos artículos debe vender un agente comercial de la competencia para ganar más dinero que el primero?
- 17.** Halla los números naturales cuyo triple menos seis unidades es mayor que su doble más cinco unidades.
- 18.** Un padre y un hijo se llevan 22 años. Determina en qué período de sus vidas la edad del padre excede en más de 6 años al doble de la edad del hijo.
- 19.** ¿Cuáles son los números cuyo triple excede a su duplo en más de 30?
- 20.** Una empresa de informática cobra por elaborar un programa de ordenador 1 000 euros más 120 euros por hora de programación. Otra empresa de la competencia cobra siempre 10 000 euros cualquiera que sea el número de horas de programación. ¿En qué condiciones conviene elegir una u otra empresa?
- 21.** En una cesta hay 18 manzanas, algunas de las cuales (no necesariamente todas) se van a distribuir, sin partirlas, en dos bolsas, de modo que en la segunda bolsa haya 3 manzanas más que en la primera. ¿Cuántas manzanas puede haber en cada bolsa?

Soluciones de los problemas:

11) María tiene más de 14 años

12) Más de 70 horas

13) $4 < x < 364$

14) Más de 120 000 km

15) A partir de 150 kilómetros, es más económica la primera empresa.

16) Debe vender más de 1200 artículos.

17) Los números naturales mayores que 11.

18) Cuando el hijo tiene menos de 16 años (es decir, desde que nace hasta los 15 años).

19) Son los números mayores que 30.

20) Si el programa requiere menos de 75 horas, conviene la primera empresa.

Si el programa requiere **más de 75 horas**, conviene la segunda empresa.

Si son exactamente 75 horas, cuestan lo mismo.

21) $x \leq 7.5$