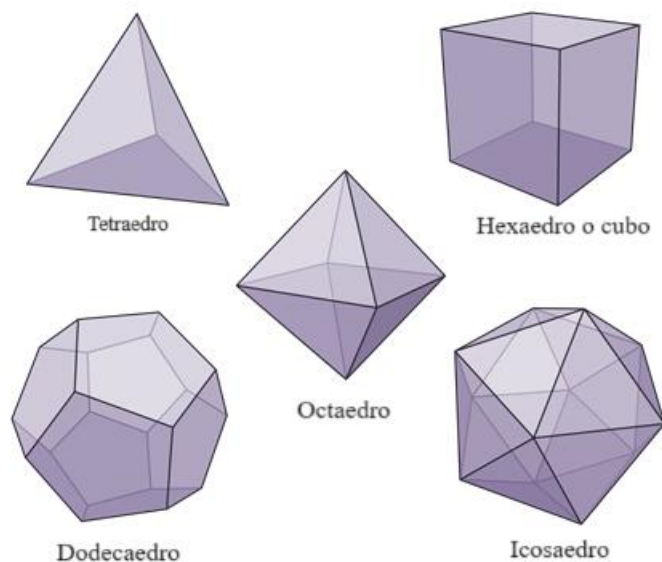


SdA 8: El quinto elemento: el secreto de los sólidos platónicos

Desde la antigua Grecia, los seres humanos han buscado la perfección en las formas. Los Sólidos Platónicos son los únicos poliedros regulares convexos que existen, y han fascinado a filósofos, matemáticos y artistas durante más de 2000 años.

¿Te atreves a descubrir por qué solo hay cinco?

En esta situación de aprendizaje te convertirás en un **geómetra explorador**. Tu misión será investigar, construir y demostrar las propiedades de estos cuerpos geométricos, y desvelar por qué Platón los asoció con los elementos del universo.



Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lidos_plat%C3%B3nicos

SÓLIDOS PLATÓNICOS

| C | V | A | n | m | Nombre |
|----|----|----|---|---|-----------------|
| 4 | 4 | 6 | 3 | 3 | Tetraedro |
| 6 | 8 | 12 | 4 | 3 | Hexaedro o cubo |
| 8 | 6 | 12 | 3 | 4 | Octaedro |
| 12 | 20 | 30 | 5 | 3 | Dodecaedro |
| 20 | 12 | 30 | 3 | 5 | Icosaedro |

Donde:

C = número de caras

n = número de lados de cada cara

m = número de aristas que inciden en cada vértice

A = número de aristas
 V = número de vértices

y los sólidos quedan determinados por C y n .

Un poco de historia

Los pitagóricos eran los seguidores de Pitágoras, y formaban un movimiento filosófico-religioso a mediados del siglo VI a.C. Este movimiento estaba conformado por astrólogos, músicos, matemáticos y filósofos, cuya creencia más destacada era que todas las cosas son, en esencia, números. A ellos se les atribuye el conocimiento del tetraedro, del cubo y del dodecaedro. Sin embargo, el icosaedro y el octaedro se deben a un amigo de Platón llamado Teeteto.

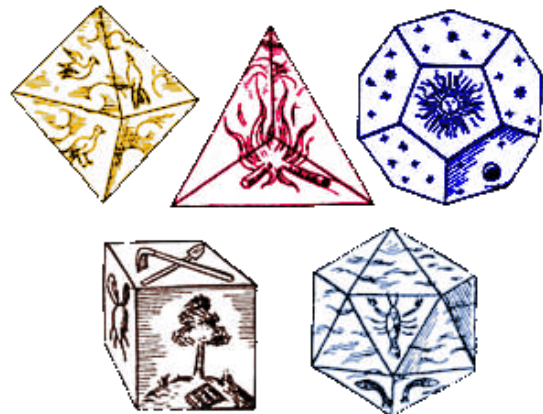
Platón (Atenas, 427 a 347 a.C.) fue un gran filósofo y matemático griego que fundó la Academia de Atenas. Cabe destacar su libro el Timeo, en el que los poliedros regulares tienen un papel destacado y por esto mismo, a estos cinco cuerpos se les conoce como **Sólidos Platónicos**. En esta obra se expone la asociación que ya había hecho Pitágoras entre el tetraedro, el cubo, el icosaedro y el octaedro con los 4 elementos primarios de la naturaleza. La veneración que hacían los Pitagóricos del dodecaedro conduce a Platón a considerar este como la quintaesencia o quinto elemento, la sustancia que creía que formaban los cuerpos celestiales, el símbolo del Cosmos.

Actividades

1. Los elementos del universo

Investiga a qué elemento primario corresponde cada uno de los sólidos platónicos, y completa la siguiente tabla:

| Nombre | Elemento |
|-----------------|----------|
| Tetraedro | |
| Hexaedro o cubo | |
| Octaedro | |
| Dodecaedro | |
| Icosaedro | |



Fuente: <https://www.educa.jcyl.es/>

2. Fórmulas misteriosas

Investiga y completa la siguiente tabla en función de la longitud de la arista a (tienes que indicar las fórmulas exactas):

| Nombre | Área | Volumen |
|-----------|------|---------|
| Tetraedro | | |

| | | |
|-----------------|--|--|
| Hexaedro o cubo | | |
| Octaedro | | |
| Dodecaedro | | |
| Icosaedro | | |

3. Manos a la obra

Completa la siguiente tabla, teniendo en cuenta que $a = 10$ cm, y dando el resultado con dos cifras decimales redondeadas.

4. Construcción de un sólido platónico

Construye un modelo tridimensional de uno de los cinco sólidos platónicos utilizando palillos y plastilina o cualquier otro material que tú consideres. ¡Intenta sólidos «complejos»!

5. El secreto de Euler

Investiga y busca la fórmula de Euler que relaciona el número de caras, vértices y aristas en determinados poliedros. Enuncia correctamente dicho teorema y comprueba, realizando los cálculos necesarios, que se verifica para los sólidos platónicos.

Reflexiona:

1. Más allá de las matemáticas

Los sólidos platónicos han fascinado a filósofos, artistas y científicos durante miles de años, mucho más allá de las clases de matemáticas. ¿Crees que la búsqueda de la «perfección» o de las «formas básicas» que hizo Platón sigue presente hoy en día? Piensa, por ejemplo, en el diseño de objetos, logotipos, videojuegos o incluso en la búsqueda de la partícula más pequeña en física. ¿Dónde crees que los humanos seguimos buscando estructuras «perfectas» o «fundamentales»?

2. La perfección no existe

Platón pensaba que estos cinco sólidos eran perfectos porque sus caras, aristas y vértices son todos iguales. En nuestra vida diaria, a menudo buscamos la «perfección» en las notas, en el físico o en lo que publicamos en redes sociales. ¿Crees que es realista o saludable buscar esta «perfección platónica» en nuestra vida? ¿Qué tiene de valioso, comparado con los sólidos platónicos, algo que no es «perfecto» o regular, como un árbol, una roca o incluso nosotros mismos?

SOLUCIONES

Actividad 1: Los elementos del universo

Según la tradición platónica y pitagórica descrita en el texto, cada sólido representa un elemento de la naturaleza debido a la forma de sus caras y su "movimiento" percibido.

| Nombre | Elemento | Breve justificación |
|-----------------|----------------------------------|--|
| Tetraedro | Fuego | Sus caras triangulares son punzantes y móviles, como el calor. |
| Hexaedro o cubo | Tierra | Es el sólido más estable y estable, como el suelo que pisamos. |
| Octaedro | Aire | Es ligero y suave, fácil de mover, como el viento. |
| Dodecaedro | Universo (Éter/Quintaesencia) | Es el más esférico de los restantes, fluye fácilmente como el agua. |
| Icosaedro | Agua | Platón lo asoció con el cosmos y los cuerpos celestiales por su complejidad. |

Actividad 2: Fórmulas misteriosas

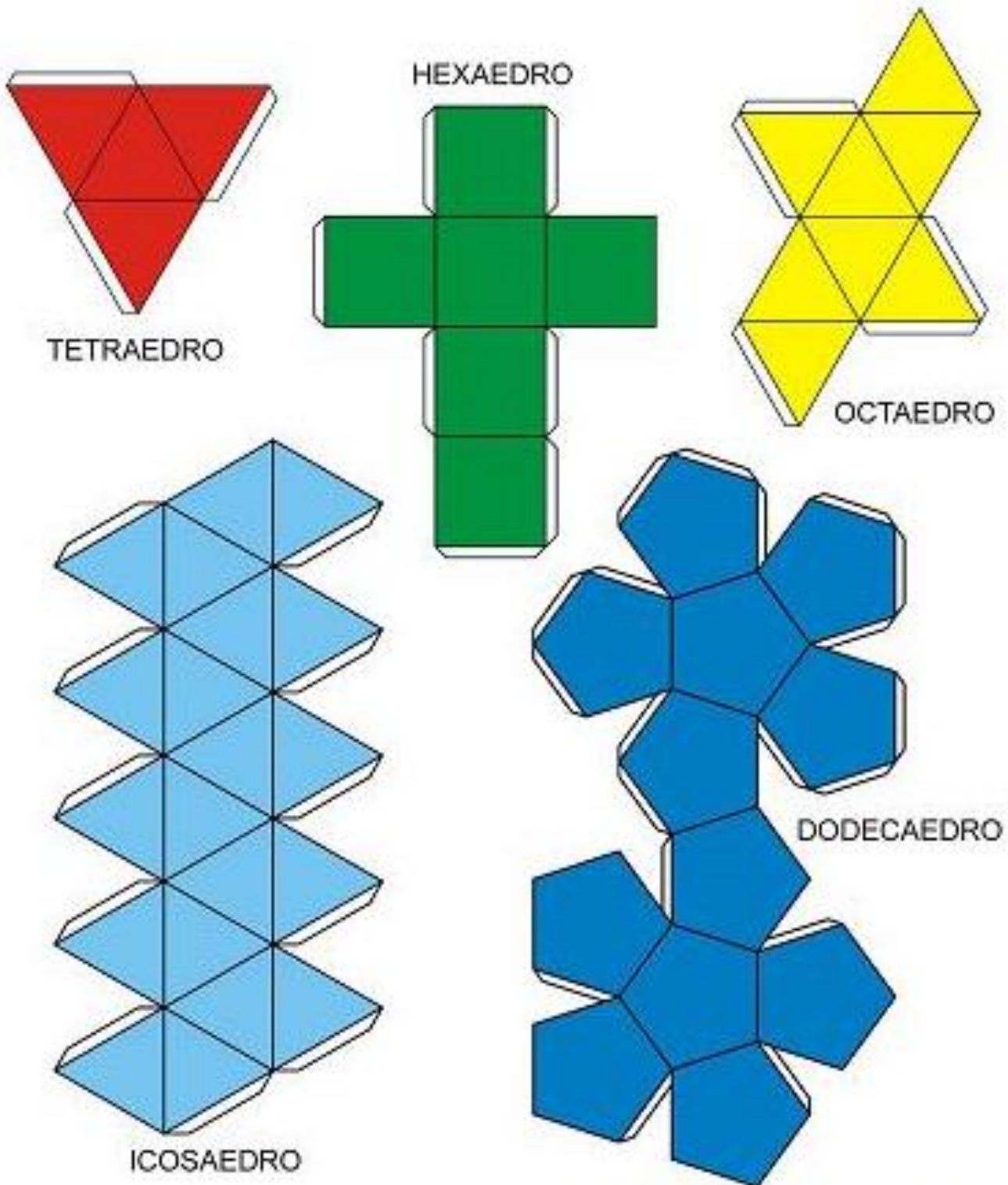
| Nombre | Área | Volumen |
|-----------------|--|--|
| Tetraedro | $a^2 \cdot \sqrt{3}$ | $\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$ |
| Hexaedro o cubo | $6a^2$ | a^3 |
| Octaedro | $2a^2 \cdot \sqrt{3}$ | $\frac{\sqrt{2}}{3} a^3$ |
| Dodecaedro | $15a^2 \cdot \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$ | $\frac{5a^3}{2} \sqrt{\frac{47+21\sqrt{5}}{10}}$ |
| Icosaedro | $5a^2 \cdot \sqrt{3}$ | $\frac{5a^3}{6} \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$ |

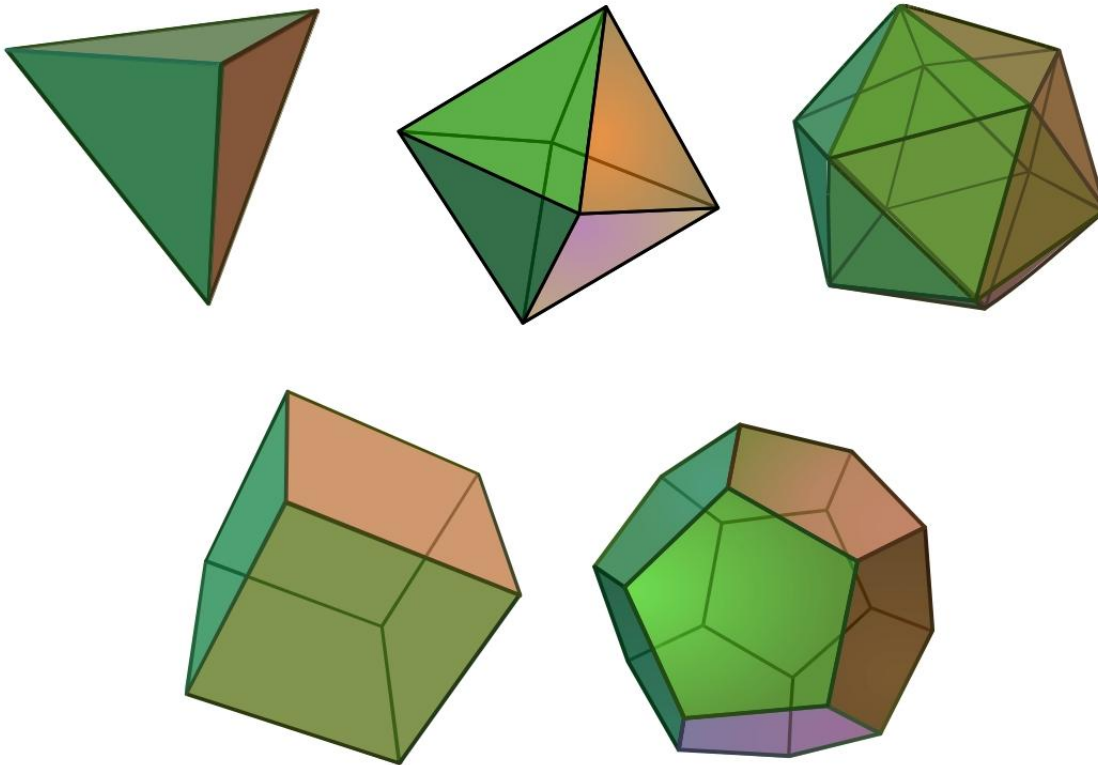
Actividad 3: Manos a la obra (Cálculos)

| Nombre | Área (cm ²) | Volumen (cm ³) |
|-----------------|-------------------------|----------------------------|
| Tetraedro | 173,21 | 117,85 |
| Hexaedro o cubo | 600,00 | 1 000,00 |
| Octaedro | 346,41 | 471,40 |
| Dodecaedro | 2 064,57 | 7663,12 |

| | | |
|-----------|--------|----------|
| Icosaedro | 866,03 | 2 181,69 |
|-----------|--------|----------|

Actividad 4: Construcción de un sólido platónico





Actividad 5: El secreto de Euler

Teorema de Euler para poliedros convexos: La fórmula que relaciona el número de Caras (C), Vértices (V) y Aristas (A) de un poliedro convexo es la siguiente:

$$C + V - A = 2$$

Comprobación:

| Nombre | C | V | A | $C + V - A = 2$ |
|-----------------|-----|-----|-----|-------------------------------|
| Tetraedro | 4 | 4 | 6 | $4 + 4 - 6 = 2 \checkmark$ |
| Hexaedro o cubo | 6 | 8 | 12 | $6 + 8 - 12 = 2 \checkmark$ |
| Octaedro | 8 | 6 | 12 | $8 + 6 - 12 = 2 \checkmark$ |
| Dodecaedro | 12 | 20 | 30 | $12 + 20 - 30 = 2 \checkmark$ |
| Icosaedro | 20 | 12 | 30 | $20 + 12 - 30 = 2 \checkmark$ |

Reflexiona:

1. Se usan muchísimo. Por ejemplo, los virus tienen forma de icosaedro para protegerse mejor, los dados tienen forma de cubo, y en los videojuegos y pelis de animación todo se construye con triángulos y polígonos para que el ordenador funcione más rápido.

2. No es bueno buscar esa perfección, porque nadie es perfecto. Un árbol con las ramas torcidas tiene más personalidad que uno totalmente recto. Las personas también: nuestros pequeños defectos y rarezas nos hacen únicos. Si todos fuéramos perfectos e iguales, el mundo sería muy aburrido.