INFERENCIA ESTADISTICA EN LA EvAU

A tener en cuenta:

1) Si X es un variable aleatoria que se distribuye según una $N(\mu,\sigma)$, la media de las medias muestrales es igual a la media real de la población:

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\sum \overline{x}_i}{\text{nº de muestras posibles}} = \mu}$$

y $\overline{X} \to N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, donde n es el tamaño de las muestras.

2) En la práctica se suele considerar solo una muestra, por lo que $\overline{X} \simeq \overline{x}$.

3) Al intervalo

$$\boxed{\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$$

se le llama intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal; en este caso el **nivel de confianza** es $1-\alpha$ y el **nivel de significación** es α .

4) Si llamamos L a la longitud del intervalo de confianza, se tiene que: $L = 2z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

5) Si se mantiene el nivel de confianza ($1-\alpha$ y, por tanto, $z_{\alpha/2}$), entonces: $\begin{cases} n \nearrow & \Rightarrow L \searrow \\ n \searrow & \Rightarrow L \nearrow \end{cases}$.

6) Si $\begin{cases} \alpha \nearrow & \Rightarrow 1-\alpha \searrow \\ \alpha \searrow & \Rightarrow 1-\alpha \nearrow \end{cases}$.

7) Si se mantiene el tamaño de la muestra n, entonces: $\begin{cases} (1-\alpha) \nearrow & \Rightarrow L \nearrow \\ (1-\alpha) \searrow & \Rightarrow L \searrow \end{cases}$

8) El error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

9) Cuando $n \searrow \ \Rightarrow E \nearrow$.

1. ***[Julio de 2018 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Se desea investigar la resistencia en kg/cm² de cierto material suministrado por un proveedor, se sabe que esa resistencia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ = 15 kg/cm². Se tomó una muestra aleatoria de 400 elementos de ese material y se comprobó que la resistencia media de dicha muestra era de 110 kg/cm².*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional de la resistencia de ese material, con un nivel de confianza del 95 %.

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.

c) ¿Se puede admitir que la media de resistencia μ del material pueda ser de 111 kg/cm² con una confianza del 95 %? Razona tu respuesta.

<u>Solución:</u>

a) Sea X = resistencia de cierto material (en kg/cm²). Se tiene que $X \to N(\mu, 15)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 400$ y $\bar{x} = 110$

$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(110 - 1.96\frac{15}{\sqrt{400}} \ , \ 110 + 1.96\frac{15}{\sqrt{400}}\right) = (108.53 \ , \ 111.47)$$

2) Cuando aumenta el nivel de confianza, también aumenta $z_{\alpha/2}$, luego el intervalo se hace más grande. Por el contrario, si el nivel de confianza disminuye, también disminuye $z_{\alpha/2}$ y, por tanto, el intervalo de confianza se hace más pequeño.

3) Se puede admitir que μ puede ser 111, ya que $111 \in (108.53 \ , \ 111.47)$.

2. ***[Julio de 2018 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Una empresa quiere estudiar cada cuánto tiempo los clientes vuelven a comprar ropa de su marca, sabe que el tiempo entre compras se distribuye según una normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 4$ días. Se tomó una muestra aleatoria de 10 clientes y se comprobó que el tiempo hasta la siguiente compra fue de 50, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 68 y 71 días respectivamente.*

a) Halla el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo entre compras de esta marca, con un nivel de confianza del 95 %.

b) Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza.

c) ¿Crees que la media poblacional μ del tiempo entre compras puede ser 64 días con una probabilidad del 99 %? Razona tu respuesta.

<u>*Solución:*</u>

En primer lugar, calculamos la media muetral:

$$\bar{x} = \frac{50 + 58 + 59 + 60 + 62 + 63 + 64 + 65 + 68 + 71}{10} = 62$$

a) Sea X = tiempo que transcurre entre que un cliente compra ropa en la misma tienda. Se tiene que $X \rightarrow N(\mu, 4)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 10$ y $\bar{x} = 62$

$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$=\left(62-1.96\frac{4}{\sqrt{10}}\ \ ,\ \ 62+1.96\frac{4}{\sqrt{10}}\right)=(59.52\ \ ,\ \ 64.48)$$

b) Aumentando el tamaño de la muestra disminuye la longitud del intervalo de confianza, porque su valor aparece en el denominador, lo que hace que disminuya la amplitud del intervalo

c) Si aumentamos el nivel de confianza, aumenta la amplitud del intervalo de confianza, y como $64\in(59.52\ \ ,\ \ 64.48)$ con un nivel de confianza del 95 %, también pertenecerá con un nivel de confianza del 99 %.
Otra forma de justificarlo, es calculando el intervalo de confianza al 99 %:

$n=10$ y $\overline{x}=62$

$1-\alpha=0.99\rightarrow\alpha=0.01\rightarrow\alpha/2=0.005$

$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\frac{\alpha}{2}=1-0.005=0.995\Rightarrow z_{\alpha/2}=\frac{2.57+2.58}{2}=2.575$

$$\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(62-2.575\cdot\frac{4}{\sqrt{10}}\ \ ,\ \ 62+2.575\cdot\frac{4}{\sqrt{10}}\right)=(58.74\ \ ,\ \ 65.26)$$

y $64\in(58.74\ \ ,\ \ 65.26)$.

3. ***[Junio de 2018 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Para hacer un estudio del uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los jóvenes de un centro escolar, se tomó una muestra aleatoria de 10 menores, siendo el número de horas semanales que hacían uso de las nuevas tecnologías: 4.2, 4.6, 5, 5.7, 5.8, 5.9, 6.1, 6.2, 6.5 y 7.3 respectivamente. Sabiendo que la variable "número de horas diarias de uso de NT" sigue una distribución normal de desviación típica 2.1 horas, se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza para el número medio diario de horas que hacen uso de las nuevas tecnologías los alumnos de dicho centro con un nivel de confianza del 97 %.

b) Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

c) ¿Crees que la media poblacional μ del número medio de horas es 4 horas con una probabilidad del 90 %? Razona tu respuesta.

<u>Solución:</u>
En primer lugar, calculamos la media muetral:

$$\overline{x}=\frac{4,2+4,6+5+5,7+5,8+5,9+6,1+6,2+6,5+7,3}{10}=5,73$$

a) Sea X = número de horas diarias que un alumno hace uso de las nuevas tecnologías. Se tiene que $X\rightarrow N(\mu,2.1)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n=10$ y $\overline{x}=5.73$

$1-\alpha=0.97\rightarrow\alpha=0.03\rightarrow\alpha/2=0.015$

$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\frac{\alpha}{2}=1-0.015=0.985\Rightarrow z_{\alpha/2}=2.17$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(5.73-2.17\frac{2.1}{\sqrt{10}}\ \ ,\ \ 5.73+2.17\frac{2.1}{\sqrt{10}}\right)=\left(4.29\ \ ,\ \ 7,17\right)$$

b) Podríamos disminuir la amplitud del intervalo aumentando el tamaño de la muestra pues n aparece en el denominador de la fórmula (del intervalo) y al aumentar, disminuye la longitud de este.

c) Sabemos que $4\notin\left(4.43\ \ ,\ \ 7.03\right)$ con un nivel de confianza del 97 %, pero al disminuir el nivel de confianza al 90 % también disminuye la longitud del intervalo, por lo que estamos seguros de 4 no está en ese nuevo intervalo. De todas formas, calculamos el intervalo de confianza al 90 % de confianza para comprobarlo:

$n=10$ y $\overline{x}=5.73$

$1-\alpha=0.90\rightarrow\alpha=0.10\rightarrow{}^{\alpha}\!/_{2}=0.05$

$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\dfrac{\alpha}{2}=1-0.05=0.95\Rightarrow z_{\alpha/2}=\dfrac{1.64+1.65}{2}=1.645$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(5.73-1.645\cdot\frac{2.1}{\sqrt{10}}\ \ ,\ \ 5.73+1.645\cdot\frac{2.1}{\sqrt{10}}\right)=\left(4.64\ \ ,\ \ 6.82\right)$$

Se tiene que $4\notin\left(4.64\ \ ,\ \ 6.82\right)$ y, por tanto, la respuesta es que no,

4. ***[Junio de 2018 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *El tiempo de conexión a internet por semana de los alumnos de una universidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma=1$ hora. Se eligió una muestra aleatoria de 100 alumnos y se observó que la media de tiempo en internet para esa muestra era de 5 horas.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media de tiempo de conexión a internet con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu=4$ horas con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente cómo se podría aumentar o disminuir la amplitud del intervalo. Razona tus respuestas.

c) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 94,64 %?

<u>Solución:</u>

a) Sea X = tiempo de conexión a internet por semana de los alumnos de una universidad. Se tiene que $X\rightarrow N\left(\mu,1\right)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n=100$ y $\overline{x}=5$

$1-\alpha=0.95\rightarrow\alpha=0.05\rightarrow{}^{\alpha}\!/_{2}=0.025$

$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\dfrac{\alpha}{2}=1-0.025=0.975\Rightarrow z_{\alpha/2}=1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(5-1.96\cdot\frac{1}{\sqrt{100}}\ \ ,\ \ 5+1.96\cdot\frac{1}{\sqrt{100}}\right)=\left(4.804\ \ ,\ \ 5.196\right)$$

b) No se puede admitir que $\mu=4$, ya que $4\notin\left(4.804\ \ ,\ \ 5.196\right)$.

Para disminuir la amplitud del intervalo de confianza, podemos mantener el nivel de confianza y aumentar el tamaño de la muestra o mantener el tamaño de la muestra y disminuir el nivel de confianza.

Para aumentar la amplitud del intervalo de confianza, podemos mantener el nivel de confianza y disminuir el tamaño de la muestra o mantener el tamaño de la muestra y aumentar el nivel de confianza.

c) $E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$n=100$ y $\sigma=5$

$1-\alpha=0.9464\rightarrow\alpha=0.0536\rightarrow\alpha/2=0.0268$

$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\frac{\alpha}{2}=1-0.0268=0.9732\Rightarrow z_{\alpha/2}=1.93$

Por tanto, $E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.93\cdot\frac{1}{\sqrt{100}}=0.193$, es decir, un error del 19.3 %.

5. ***[Septiembre de 2017 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *El rendimiento por árbol de una especie de pistacho sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma=1.2$ kilos. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 40 y se calcula la media muestral, siendo esta igual a 6.7 kilos.*

- *a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del rendimiento con un nivel de confianza del 95 %.*
- *b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.*
- *c) ¿Es razonable que la media de rendimiento de esta especie sea $\mu=5$ kilos, con un nivel de confianza del 90 %? Razona tu respuesta.*

<u>Solución:</u>

a) Sea *X* = rendimiento por árbol de una especie de pistacho. Se tiene que $X\rightarrow N\left(\mu,1.2\right)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n=40$ y $\overline{x}=6.7$

$1-\alpha=0.95\rightarrow\alpha=0.05\rightarrow\alpha/2=0.025\Rightarrow P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\frac{\alpha}{2}=1-0.025=0.975\Rightarrow z_{\alpha/2}=1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(6.7-1.96\cdot\frac{1.2}{\sqrt{40}}\ \ ,\ \ 6.7-1.96\cdot\frac{1.2}{\sqrt{40}}\right)=\left(6.33\ \ ,\ \ 7.07\right)$$

b) Si se mantiene el tamaño de la muestra, al aumentar el nivel de confianza, aumenta la amplitud del intervalo, y al disminuir el nivel de confianza, disminuye la amplitud del mismo.

c) No es razonable admitir que $\mu = 5$, ya que $5 \notin (6.33\ ,\ 7.07)$ y por lo explicado en b).

6. **[Septiembre de 2017 – Propuesta B – Ejercicio 6]** *El gasto mensual en electricidad (sin incluir los impuestos) sigue una distribución normad de media desconocida y desviación típica $\sigma = 7$ euros. Se eligen al azar 10 hogares y se pide el gasto mensual, siendo estos: 25, 29, 30, 32, 24, 28, 31, 32, 33 y 32 euros respectivamente.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del gasto por hogar, con un nivel de confianza del 97 %.

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 2 euros?

Solución:

Se tiene que

$$\overline{x} = \frac{25+29+30+32+24+28+31+32+33+32}{10} = 29.6$$

a) Sea X = gasto mensual en electricidad (sin incluir impuestos) de un hogar. Se tiene que $X \to N(\mu, 7)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 10 \text{ y } \overline{x} = 29.6$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(29.6 - 2.17\frac{7}{\sqrt{10}}\ ,\ 29.6 - 2.17\frac{7}{\sqrt{10}}\right) = (24.80\ ,\ 34.40)$$

b) Tenemos que $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2$, luego:

$$2.17 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 2.17 \cdot 7 < 2\sqrt{n} \Rightarrow \frac{15.19}{2} < \sqrt{n} \Rightarrow 7.595^2 < n \Rightarrow n > 57.68$$

Por tanto, el tamaño mínimo de la muestra debe ser 58.

7. **[Junio de 2017 – Propuesta A – Ejercicio 6]** *Los tiempos que tardan unos corredores en recorrer 6 kilómetros sigue una distribución normad de media desconocida y desviación típica $\sigma = 10$ minutos. Se eligen al azar 10 corredores y se mide el tiempo que tardan en hacer los seis kilómetros, siendo estos: 15, 19, 20, 22, 24, 25, 27, 28, 30 y 32 minutos respectivamente.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo medio que tarda los corredores en hacer los 6 kilómetros, con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto?

Solución:

Se tiene que

$$\overline{x}=\frac{15+19+20+22+24+25+27+28+30+32}{10}=24.2$$

a) Sea X = tiempo que tarda un corredor recorrer 6 kilómetros. Se tiene que $X \to N(\mu,10)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n=10$ y $\overline{x}=24.2$

$1-\alpha=0.95 \to \alpha=0.05 \to \alpha/2=0.025$

$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\frac{\alpha}{2}=1-0.025=0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2}=1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(24.2-1.96\cdot\frac{10}{\sqrt{10}}\ ,\ 24.2-1.96\cdot\frac{10}{\sqrt{10}}\right)=\left(18.00\ ,\ 30.40\right)$$

b) Tenemos que $E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<1$, luego:

$$1.96\cdot\frac{10}{\sqrt{n}}<1 \Rightarrow 1.96\cdot 10<\sqrt{n} \Rightarrow 19.6<\sqrt{n} \Rightarrow 19.6^2<n \Rightarrow n>384.16$$

Por tanto, el tamaño mínimo de la muestra debe ser 385.

8. **[Junio de 2017 – Propuesta B – Ejercicio 6]** *El gasto por hogar en teléfonos móviles e internet sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma=30$ euros. Tomando una muestra aleatoria de 9 hogares, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (128.3, 171.7).*

a) Calcula el nivel de confianza del intervalo y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.

b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 96,6 %?

<u>*Solución:*</u>

a) Sea X = gasto por hogar en teléfonos móviles e internet. Se tiene que $X \to N(\mu,30)$ y que $\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(128.3\ ,\ 171.7\right)$, de donde $\overline{x}=\frac{128.3+171.7}{2}=150$ € y, por tanto,

$$\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=128.3 \Rightarrow z_{\alpha/2}=\frac{(150-128.3)\cdot\sqrt{9}}{30}=2.17 \Rightarrow P(Z<2.17)=1-\frac{\alpha}{2}=0.985 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0.985 \Rightarrow \alpha=(1-0.985)\cdot 2=0.03 \Rightarrow 1-\alpha=0.97$$

Como consecuencia, el nivel de confianza es del 97 %.

b) Si

$n=9$ y $\overline{x}=150$

$$1-\alpha = 0.966 \rightarrow \alpha = 0.034 \rightarrow \alpha/2 = 0.017$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.017 = 0.983 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.12$$

Así, el error máximo admisible es:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.12 \cdot \frac{30}{\sqrt{100}} = 6.36\ €$$

INFERENCIA ESTADISTICA EN LA PAEG

9. ***[Septiembre de 2016 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *El gasto en electricidad por hogar y año sigue una distribución normad con media desconocida. Se elige una muestra aleatoria de 10 hogares y se observa que el gasto para los hogares de esta muestra (en euros) es: 828, 687, 652, 650, 572, 769, 860, 681, 589 y 755. Según la compañía eléctrica el gasto por hogar y año tiene una desviación típica* $\sigma = 10$ *euros.*

a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional del gasto en electricidad por hogar y año, con un nivel de confianza del 97 %.

b) ¿Aceptarías con un nivel de confianza del 97 % que la media poblacional es $\mu = 800$ *euros? ¿Y con un nivel de significación igual a 0,09? Razona tus respuestas.*

<u>Solución:</u>

Se tiene que

$$\overline{x} = \frac{828+687+652+650+572+769+860+681+589+755}{10} = 704.3$$

a) Sea X = gasto en electricidad por hogar y año. Se tiene que $X \rightarrow N(\mu, 10)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 10 \text{ y } \overline{x} = 704.3$$

$$1-\alpha = 0.97 \rightarrow \alpha = 0.03 \rightarrow \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(704.3 - 2.17 \cdot \frac{10}{\sqrt{10}}\ ,\ 704.3 + 2.17 \cdot \frac{10}{\sqrt{10}}\right) = (697.44\ ,\ 711.16)$$

b) No se puede admitir que $\mu = 800$, ya que $800 \notin (697.44\ ,\ 711.16)$

Si el nivel de confianza es del 91 % (ya que el nivel de significación es del 9 %), se tiene:

$$1-\alpha = 0.91 \rightarrow \alpha = 0.09 \rightarrow \alpha/2 = 0.045$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.045 = 0.955 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{1.69+1.7}{2} = 1.695$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(704.3 - 1.695 \cdot \frac{10}{\sqrt{10}} \ , \ 704.3 + 1.695 \cdot \frac{10}{\sqrt{10}}\right) = (698.94 \ , \ 709.66)$$

y $800 \notin (698.94 \ , \ 709.66)$, luego tampoco se puede admitir que $\mu = 800$ con un nivel de significación del 97 %.

También se puede concluir diciendo que si disminuye el nivel de significación (y, por tanto, $z_{\alpha/2}$), también disminuye la longitud del intervalo, y como consecuencia, si no estaba en el primero, tampoco va a poder estar en el segundo.

10. ***[Septiembre de 2016 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *El consumo medio de agua por habitante y día en España sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* $\sigma = 30$ *litros. Tomando una muestra aleatoria de habitantes, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (130.4, 169.6) con un nivel de confianza del 95%.*

a) Calcula el tamaño de la muestra utilizada y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.

b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 92.98 %?

<u>Solución:</u>

a) Sea X = consumo medio de agua por habitante y día en España. Se tiene que $X \to N(\mu, 30)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$\bar{x} = \frac{130.4 + 169.6}{2} = 150$$

$$1 - \alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

Por tanto:

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 150 - 1.96 \cdot \frac{30}{\sqrt{n}} = 130.4 \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1.96 \cdot 30}{19.6} = 3 \Rightarrow n = 9$$

b) $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$1 - \alpha = 0.9298 \to \alpha = 0.0702 \to \alpha/2 = 0.0351$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.0351 = 0.9649 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.81$$

Así, el error máximo admisible es de $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.81 \cdot \dfrac{30}{\sqrt{100}} = 5.43$ litros.

11. ***[Junio de 2016 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *La longitud de un determinado insecto sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* $\sigma = 0.52$ *centímetros. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 40 y se calcula la media muestral, siendo esta igual a 2.47 centímetros.*

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95 %.
b) ¿Es razonable que la media de la longitud del insecto sea $\mu = 2.2$, con un nivel de confianza del 95 %? Obtén un valor razonable para la media de la longitud de este insecto p con ese mismo nivel de confianza. Razona tus respuestas.

<u>Solución:</u>
a) Sea *X* = longitud de un determinado insecto. Se tiene que $X \to N(\mu, 0.52)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 40$ y $\bar{x} = 2.47$

$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(2.47 - 1.96 \cdot \frac{0.52}{\sqrt{40}} \;,\; 2.47 + 1.96 \cdot \frac{0.52}{\sqrt{40}}\right) = (2.31 \;,\; 2.63)$$

b) Como consecuencia del apartado a), no es razonable admitir que $\mu = 2.2$ con un nivel de confianza del 95 %.
Es razonable cualquier valor del intervalo $(2.31 \;,\; 2.63)$.

12. ***[Junio de 2016 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Se sabe que las puntuaciones de los alumnos en la PAEG siguen una distribución normal de desviación típica $\sigma = 1$. Los siguientes datos representan las puntuaciones de 15 alumnos elegidos al azar: 7.8, 6.8, 6.7, 6.2, 7.4, 8.1, 5.9, 6.9, 7.5, 8.3, 7.5, 7.1, 6.1, 7.0 y 7.5.*
a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional de la puntuación en la PAEG con un nivel de confianza del 97 %.
b) ¿Sería razonable pensar que esta muestra proviene de una población normal con media $\mu = 6$ con un nivel de confianza del 97 %? ¿Y con un nivel de significación igual a 0.08? Razona tus respuestas.

<u>Solución:</u>
a) Sea *X* = puntuaciones de los alumnos en la PAEG. Se tiene que $X \to N(\mu, 1)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 15$ y $\bar{x} = 7.12$

$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(7.12 - 2.17 \cdot \frac{1}{\sqrt{15}} \;,\; 7.12 + 2.17 \cdot \frac{1}{\sqrt{15}}\right) = (6.56 \;,\; 7.68)$$

b) No se puede admitir que $\mu = 6$ con un nivel de confianza del 97 %, ya que $6 \notin (6.56 \ , \ 7.68)$.

Si $\alpha = 0.08 \Rightarrow 1-\alpha = 0.92 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.04 \Rightarrow P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1-0.04 = 0.96 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.76$ y, por tanto, el nuevo intervalo de confianza es $\left(7.12 - 1.76 \cdot \frac{1}{\sqrt{15}} \ , \ 7.12 + 1.76 \cdot \frac{1}{\sqrt{15}}\right) = (6.67 \ , \ 7.57)$, luego tampoco se puede admitir que $\mu = 6$ con un nivel de significación del 8 %.

Esto también se podría haber justificado diciendo que, al disminuir el nivel de confianza, también disminuye la longitud del intervalo y, por tanto, si 6 no pertenece al intervalo dado en a), tampoco va a estar en un intervalo más pequeño.

13. ***[Septiembre de 2015 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *El contenido de nicotina en los cigarros de una marca determinada sigue una distribución normal de media desconocida y desviación tópica $\sigma = 2$ mg. Se toma una muestra aleatoria de 150 cigarros y se observa que la media del contenido en nicotina de la muestra es 9 mg.*

a) Calcula con un nivel de confianza del 95 % el intervalo de confianza para la media poblacional del contenido de nicotina de los cigarros de esa marca.

b) El fabricante afirma que el contenido en nicotina de estos cigarros es de solo 8.4 mg. ¿Se puede aceptar la afirmación del fabricante con un nivel de confianza del 95 %? ¿y con un nivel de significación igual a 0.2? Razona tus respuestas.

<u>Solución:</u>

a) Sea X = contenido de nicotina en los cigarros (de una determinada marca). Se tiene que $X \to N(\mu, 2)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 150$ y $\bar{x} = 9$

$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1-0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(9 - 1.96 \cdot \frac{2}{\sqrt{150}} \ , \ 9 + 1.96 \cdot \frac{2}{\sqrt{150}}\right) = (8.68 \ , \ 9.32)$$

b) No se puede aceptar que $\mu = 8.4$ con un nivel de confianza del 95 %, ya que $\mu = 8.4 \notin (8.68 \ , \ 9.32)$.

Si $\alpha = 0.2 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.1$ y $P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1-0.1 = 0.9 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{1.28+1.29}{2} = 1.285$

y, por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(9 - 1.285 \cdot \frac{2}{\sqrt{150}} \ , \ 9 + 1.285 \cdot \frac{2}{\sqrt{150}}\right) = (8.79 \ , \ 9.21)$$

luego no se puede aceptar que $\mu = 8.4$ con un nivel de significación del 2 %, ya que $\mu = 8.4 \notin (8.79 \ , \ 9.21)$.

14. ***[Septiembre de 2015 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Un fabricante de ordenadores sabe que el tiempo de duración, en meses, de un componente del ordenador que fabrica sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 6 meses. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95 % se ha obtenido para la media poblacional el intervalo de confianza (23.0398 , 24.9602).*

a) Calcula el valor que se obtuvo para la media de la muestra y el tamaño de la muestra utilizado.

b) ¿Cuál hubiera sido el error máximo admisible de su estimación si hubiera tomado una muestra de tamaño 250?

Solución:

a) Sea X = *el tiempo de duración, en meses, de un componente del ordenador*. Se tiene que $X \to N(\mu, 6)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

El valor de la media muestral es

$$\bar{x} = \frac{23.0398 + 24.9602}{2} = 24$$

Y, el tamaño de la muestra:

$$\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 24 - 1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} = 23.0398 \Rightarrow \frac{1.96 \cdot 6}{24 - 23.0398} = \sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n} = 12.25 \Rightarrow n = 150.06$$

esto es, el tamaño de la muestra es 151.

b) El error máximo admisible para $n = 250$ es:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{250}} = 0.74 \text{ meses}$$

15. ***[Junio de 2015 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Se sabe que el número de pulsaciones después de realizar una serie de ejercicios sigue una distribución normal de desviación típica $\sigma = 5$. Los siguientes datos representan las pulsaciones de 20 personas elegidas al azar después de realizar dichos ejercicios: 123, 125, 122, 134, 128, 129, 124, 130, 125, 126, 122, 127, 116, 128, 121, 125, 129, 123, 126 y 128.*

a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional del número de pulsaciones después de la realización de los ejercicios con un nivel de confianza del 97%.

b) ¿Sería razonable pensar que este ejemplo proviene de una población normal con media $\mu = 113.4$ con un nivel de confianza del 97%? ¿Y con un nivel de significación igual a 0.08? Razona tus respuestas.

Solución:

Se tiene que

$$\bar{x} = \frac{123 + 125 + 122 + 134 + 128 + 129 + 124 + 130 + 125 + 126 + \ldots}{20} = 125.6$$

a) Sea X = *número de pulsaciones después de realizar una serie de ejercicios*. Se tiene que $X \to N(\mu, 5)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 20 \text{ y } \bar{x} = 125.6$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(125.6 - 2.17\cdot\frac{5}{\sqrt{20}} \ , \ 125.6 + 2.17\cdot\frac{5}{\sqrt{20}}\right) = (123.17 \ , \ 128.03)$$

b) No es razonable admitir que $\mu = 113.2$ con un nivel de confianza del 97 %, ya que

$$113.2 \notin (123.17 \ , \ 128.03)$$

Si el nivel de significación es 0.08, entonces el nivel de confianza 92 % (1 – 0.08 = 0.92) y, por tanto, al disminuir el nivel de confianza, disminuye la amplitud del intervalo y, por tanto, tampoco se puede admitir que $\mu = 113.2$ con un nivel de significación de 0.08.

16. **[Junio de 2015 – Propuesta B – Ejercicio 6]** *Un fabricante de lámparas LED sabe que la vida útil de una lámpara LED sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 1000 horas. Tomando una muestra aleatoria de lámparas producidas por dicho fabricante, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (49804 , 50196) con un nivel de confianza del 95 %.*

a) Calcula el tamaño de la muestra utilizada y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.

b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 50 y un nivel de confianza del 92.98 %?

Solución:

a) Sea *X = vida útil de una lámpara LED*. Se tiene que $X \to N(\mu, 1000)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$\overline{x} = \frac{49804+50196}{2} = 50000$$

$$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

Por tanto, el tamaño de la muestra es:

$$\overline{x} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 50000 - 1.96\cdot\frac{1000}{\sqrt{n}} = 49804 \Rightarrow \frac{1.96\cdot 1000}{50000-49804} = \sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n} = 10 \Rightarrow n = 100$$

esto es, el tamaño de la muestra es 100.

b) Para $1-\alpha = 0.9298 \Rightarrow \alpha = 0.0702 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.0351$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-0.0351 = 0.9649 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.81$$

El error máximo admisible para $n = 50$ es:

$$E = z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.81\cdot\frac{1000}{\sqrt{50}} = 255.97 \text{ horas}$$

17. ***[Septiembre de 2014 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Para el estudio de la polución del aire, se mide la concentración de dióxido de nitrógeno por metro cúbico. Se sabe que, en los meses de invierno en una ciudad española, la concentración de esta sustancia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación tópica* $\sigma = 8$ *microgramos/m*^{3}*. Se eligen aleatoriamente 15 días de invierno y se mide la polución, la media de la muestra es de 35 microgramos/m*^{3} *de dióxido de nitrógeno.*

a) Halla el intervalo de confianza para la media poblacional de la concentración de dióxido de nitrógeno por metro cúbico en dicha ciudad, con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu = 40$ *con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza. Razona tus respuestas.*

<u>Solución:</u>

a) Sea X = *concentración de dióxido de nitrógeno por metro cúbico*. Se tiene que $X \to N(\mu, 8)$.
Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 15$ y $\overline{x} = 35$

$1 - \alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(35 - 1.96 \cdot \frac{8}{\sqrt{15}} \ , \ 35 + 1.96 \cdot \frac{8}{\sqrt{15}}\right) = (30.95 \ , \ 39.05)$$

b) No se puede admitir que $\mu = 40$ con un nivel de confianza del 95 %, ya que $40 \notin (30.95 \ , \ 39.05)$.

Al aumentar (disminuir) el nivel de confianza aumenta (disminuye) la amplitud del intervalo.

18. ***[Septiembre de 2014 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *El tiempo medio que tarda una empresa de mensajería en recoger un paquete en el domicilio de un cliente sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* $\sigma = 10$ *minutos. Se eligen al azar 10 encargos y se mide el tiempo que tardan los empleados en recoger los paquetes, siendo estos: 15, 19, 20, 22, 24, 25, 27, 28, 30 y 32 minutos respectivamente.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo medio que tarda la empresa en recoger un paquete del domicilio del cliente, con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto?

<u>Solución:</u>

a) Se tiene que $\overline{x} = \frac{15+19+20+22+24+25+27+28+30+32}{10} = 24.2$

Sea X = *tiempo medio que tarda una empresa de mensajería en recoger un paquete en el domicilio de un cliente*. Se tiene que $X \to N(\mu, 10)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 10$ y $\overline{x} = 24.2$

$$1-\alpha=0.95 \rightarrow \alpha=0.05 \rightarrow \alpha/2=0.025$$

$$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\frac{\alpha}{2}=1-0.025=0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2}=1.96$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(24.2-1.96\cdot\frac{10}{\sqrt{10}} \ , \ 24.2+1.96\cdot\frac{10}{\sqrt{10}}\right)=\left(18.00 \ , \ 30.40\right)$$

b) Queremos que $E<1$.

$$E=z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1.96\cdot\frac{10}{\sqrt{n}}<1 \Rightarrow 19.6<\sqrt{n} \Rightarrow n>384.16$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser 385.

19. ***[Junio de 2014 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Una empresa produce dispositivos electrónicos con pantalla HD, la resolución de estas pantallas sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma=20$ pixeles. Se tomo una muestra aleatoria de 100 dispositivos electrónicos y mediante un estudio estadístico se obtuvo el intervalo de confianza (1076.08 , 1083.92) para la resolución media de las pantallas elegidas al azar.*

a) Calcula el valor de la resolución media de las pantallas de los 100 dispositivos electrónicos elegidos para la muestra.

b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo.

c) ¿Cómo podríamos aumentar o disminuir la amplitud del intervalo? Sin calcular el intervalo de confianza, ¿se podría admitir que la media poblacional sea $\mu=1076.08$ pixeles con un nivel de confianza del 90 %? Razona tus respuestas.

<u>Solución:</u>

a) Sea *X = resolución de las pantallas HD*. Se tiene que $X \rightarrow N\left(\mu,20\right)$ y $n=100$. Entonces:

$$\bar{x}=\frac{1076.08+1083.92}{2}=1080$$

b) Como $\bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1076.08 \Rightarrow z_{\alpha/2}=\dfrac{1080-1076.08}{\frac{20}{\sqrt{100}}}=1.96 \Rightarrow P\left(Z<1.96\right)=0.975=1-\frac{\alpha}{2}$ y,

por tanto, $0.975=1-\frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha=\left(0.975-1\right)\cdot\left(-2\right)=0.05 \Rightarrow 1-\alpha=0.95$, luego el nivel de confianza es del 95 %.

c) Podemos aumentar (disminuir) la amplitud del Interval de confianza, disminuyendo (aumentando) el tamaño de la muestra.

Por otra parte, al disminuir el nivel de confianza, al 90 %, también disminuye la amplitud del intervalo, luego si $\mu=1076.08$ no está en el intervalo de confianza al 95 %, tampoco puede estar en el intervalo de confianza al 90 %, que tiene menor amplitud.

20. ***[Junio de 2014 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *En un aeropuerto, el tiempo de espera de un viajero frente a la cinta transportadora hasta que sale su maleta sigue una distribución normal de media desconocida y desviación tópica $\sigma=3$ minutos. Se tomo una muestra aleatoria de 50 viajeros, y se observó que el tiempo medio de espera era de 17 minutos.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de espera de la maleta en ese aeropuerto con un nivel de confianza del 95 %.
b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu = 16$ con un nivel de confianza del 95 %? ¿Como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza sin variar el nivel de confianza? Razona tus respuestas.

Solución:
a) Sea *X = tiempo de espera de un viajero frente a la cinta transportadora hasta que sale su maleta*. Se tiene que $X \to N(\mu, 3)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 50$ y $\overline{x} = 17$

$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(17 - 1.96 \cdot \frac{3}{\sqrt{50}} \ , \ 17 + 1.96 \cdot \frac{3}{\sqrt{50}}\right) = (16.17 \ , \ 18.83)$$

b) No se puede admitir que $\mu = 16$ con un nivel de confianza del 95 %, ya que $40 \notin (30.95 \ , \ 39.05)$.

Si queremos que la amplitud del intervalo sea menor, manteniendo el nivel de confianza, podemos aumentar el tamaño de la muestra.

21. **[Reserva 2 de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6]** *En un tramo peligroso de una carretera, se sabe que la velocidad a la que circulan los vehículos sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 15$ km/h. Se tomo una muestra aleatoria de 400 vehículos que circulaban por dicho punto peligroso, y se comprobó que la velocidad media de los vehículos de dicha muestra era de 110 km/h.*
a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional de la velocidad de circulación en el tramo peligroso, con un nivel de confianza del 95 %.
b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.

Solución:
a) Sea *X = velocidad a la que circulan los vehículos*. Se tiene que $X \to N(\mu, 15)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 400$ y $\overline{x} = 110$

$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$=\left(110-1.96\cdot\frac{15}{\sqrt{400}}\ ,\ 110+1.96\cdot\frac{15}{\sqrt{400}}\right)=(108.53\ ,\ 111.47)$$

b) Al aumentar (disminuir) el nivel de confianza aumenta (disminuye) la amplitud del intervalo.

22. ***[Reserva 2 de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Una empresa, dedicada a la cría de gusanos de la harina como cebo de pesca, sabe que la duración en estada larvario de este insecto se distribuye según una normal de media desconocida y desviación típica $\sigma=4$ días. Se tomo una muestra aleatoria de 10 huevos y se comprobó que la duración en estado larvario de estos gusanos fue de 50, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 68 y 71 días respectivamente.*

a) Halla el intervalo de confianza para la duración media poblacional en estado larvario de estos insectos, con un nivel de confianza del 95 %. (1.25 puntos)

b) Explica, razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza. (0.75 puntos)

Solución:

a) Se tiene que $\overline{x}=\dfrac{50+58+59+60+62+63+64+65+68+71}{10}=62$

Sea X = *duración en estada larvario de la cría gusano de la harina*. Se tiene que $X\to N(\mu,4)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n=10$ y $\overline{x}=62$

$1-\alpha=0.95\to\alpha=0.05\to\alpha/2=0.025$

$P\left(Z<z_{\alpha/2}\right)=1-\dfrac{\alpha}{2}=1-0.025=0.975\Rightarrow z_{\alpha/2}=1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

$$=\left(62-1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{10}}\ ,\ 62+1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{10}}\right)=(59.52\ ,\ 64.48)$$

b) Para disminuir la amplitud del intervalo, con el mismo nivel de confianza, podemos aumentar el tamaño de la muestra.

23. ***[Reserva 1 de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Una empresa sabe que el tiempo que tardan sus empleados en realizar un test psicotécnico sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma=4$ minutos. Se eligen al azar 10 empleados y se contabiliza el tiempo que tardan en realizar dicho test, siendo estos tiempos: 40, 42, 48, 51, 52, 54, 59, 61, 63 y 70 minutos respectivamente.*

a) Halla un intervalo de confianza para la duración media poblacional en realizar dicho test psicotécnico, con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Cual deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con un nivel de confianza del 95 %, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto?

Solución:

a) Se tiene que $\overline{x}=\dfrac{40+42+48+51+52+54+59+61+63+70}{10}=54$

Sea X = *tiempo que tardan los empleados en realizar un test psicotécnico*. Se tiene que

$X \to N(\mu, 4)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 10$ y $\overline{x} = 54$

$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(54 - 1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{10}} \ , \ 54 + 1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{10}}\right) = (51.52 \ , \ 56.48)$$

b) Queremos que $E = z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1$. Luego:

$$1.96\cdot\frac{4}{\sqrt{n}} < 1 \Rightarrow \sqrt{n} > 1.96\cdot 4 = 7.84 \Rightarrow n > 61.47$$

y, como consecuencia, el tamaño mínimo de la muestra es 62.

24. ***[Reserva 1 de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *En una población, se sabe que el consumo anual de electricidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica* $\sigma = 650$ *kWh. Se tomo una muestra aleatoria de 100 viviendas y se obtuvo que el consumo medio anual de electricidad, para la muestra estudiada, fue de 3670 kWh.*

a) Calcula el intervalo de confianza para el consumo medio anual de electricidad en dicha, población, con un nivel de confianza del 95%.

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza, el aumento o la disminución del nivel de confianza.

25. ***[Septiembre de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *La concentración de ácido úrico en sangre, en mujeres sanas, se distribuye según una normal de media desconocida y desviación típica 1 mg/dl. Se seleccionan al azar 100 mujeres y, mediante un análisis, se observa que la concentración media de ácido úrico en la muestra estudiada es de 3.5 mg/dl.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media de la concentración de ácido úrico en las mujeres con un nivel de confianza del 97 %.

b) Explica razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

26. ***[Septiembre de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *En un centro de investigación, se está estudiando el tiempo de eliminación de una toxina en la sangre mediante un fármaco. Se sabe que el tiempo de eliminación de esta toxina sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 6 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 pacientes y se concluye que el tiempo que tardan en eliminar dicha toxina es: 39, 41, 42, 44, 48, 50, 53, 54, 59 y 60 horas respectivamente.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de eliminación de dicha toxina con un nivel de confianza del 97%.

b) ¿Cuál debería ser como mínimo el tamaño de la muestra, para que el error máximo admisible de estimación de la media sea inferior a 2 horas, con un nivel de confianza del 97%?

Solución:

a) Sea X = *tiempo de eliminación de una toxina en la sangre mediante un fármaco*. Se tiene que $X \to N(\mu,6)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 10 \text{ y } \bar{x} = \frac{39+41+42+44+48+50+53+54+59+60}{10} = 49$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(49 - 2.17 \cdot \frac{6}{\sqrt{10}} \ , \ 49 + 2.17 \cdot \frac{6}{\sqrt{10}}\right) = (44.88 \ , \ 53.12)$$

b) Queremos que $E < 2$.

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 2.17 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 6.51 < \sqrt{n} \Rightarrow n > 42.38$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser 43.

27. ***[Junio de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Se considera una muestra aleatoria de 10 consumidores mayores de edad, que en las rebajas de invierno gastaron: 65, 72, 74, 75, 80, 81, 82, 84, 87 y 90 euros respectivamente.*

a) Sabiendo que el gasto por persona, en las rebajas de invierno, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica a = 20 euros, halla un intervalo de confianza para el gasto medio poblacional con un nivel de confianza del 95 %.

b) Explica razonadamente como podríamos disminuir la amplitud del intervalo con el mismo nivel de confianza.

28. ***[Junio de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Una fábrica produce cables de acero, cuya resiliencia*[1] *sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 10$ kJ/m^3. Se tomo una muestra aleatoria de 100 piezas y mediante un estudio estadístico se obtuvo un intervalo de confianza (898.04 , 901.96) para la resiliencia media de los cables de acero producidos en la fábrica.*

a) Calcula el valor de la resiliencia media de las 100 piezas de la muestra.

b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo.

29. ***[Reserva 2 de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Se ha tomado una muestra aleatoria de los precios, en euros, de un determinado refresco en 10 establecimientos de una ciudad y han resultado ser: 0.60, 0.80, 1.20, 0.95, 0.65, 0.70, 0.75, 0.85, 1 y 0.90. Suponiendo que el precio de este producto se distribuye según una ley normal de desviación típica 0.10 euros, se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza del 97% para el precio medio del refresco en dicha ciudad.

b) Razona y explica qué se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza (0.75 puntos)

[1] En ingeniería, se llama resiliencia de un material a la energía de deformación que puede ser recuperada de un cuerpo deformado cuando cesa el esfuerzo que causa la deformación. La resiliencia es igual al trabajo externo realizado para deformar un material hasta su límite elástico

30. ***[Reserva 2 de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *En una ciudad el consumo de agua por persona y día sigue una distribución normad de desviación típica 20 litros. Se eligieron al azar 50 personas, cuyo gasto medio de agua al día fue de 185 litros.*

a) Halla el intervalo de confianza al 95 % para el consumo medio diario de agua por persona y día en esa ciudad.

b) Razona como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

31. ***[Reserva 1 de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Un fabricante de un determinado modelo de impresoras sabe que la duración de este producto sigue una distribución normad con desviación típica 6 meses. Se hizo un estudio de mercado y se observó que la duración media de 50 impresoras elegidas aleatoriamente fue de 40 meses. Se pide:*

a) Calcula el intervalo de confianza del 95 % para la duración media de este tipo de impresoras.

b) Razona como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

32. ***[Reserva 1 de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Para hacer un estudio del uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los jóvenes de un centro escolar, se tomó una muestra aleatoria de 10 menores, siendo el número de horas diarias que hacían uso de las nuevas tecnologías: 4.2, 4.6, 5, 5.7, 5.8, 5.9, 6.1, 6.2, 6.5 y 7.3 respectivamente. Sabiendo que la variable "número de horas diarias de uso de NT" sigue una distribución normal de desviación típica 2.1 horas, se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza para el número medio diario de horas que hacen uso de las nuevas tecnologías los alumnos de dicho centro con un nivel de confianza del 97%.

b) Explica razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

33. ***[Septiembre de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Se sabe que "la cantidad de glucosa en la sangre" en individuos adultos y sanos sigue una ley normal de media desconocida y desviación típica 20 mg/dl. Se eligió aleatoriamente una muestra de 100 personas, siendo la media de la cantidad de glucosa en sangre para esta muestra de 85 mg/dl. Se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza del 95 % para la media poblacional de "la cantidad de glucosa en sangre"

b) Discute razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.

34. ***[Septiembre de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *En un establecimiento de comida rápida se sabe que el tiempo que emplean en comer sus clientes sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 7 minutos. El tiempo que emplearon 10 clientes elegidos aleatoriamente fue de 15, 20, 28, 21, 26, 30, 16, 18, 35 y 27 minutos respectivamente. Se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza para la media del tiempo que tardan en comer los clientes del establecimiento con un nivel de confianza del 97 %.

b) ¿Cuál debería ser como mínimo el tamaño de la muestra para que el error de estimación de la media sea inferior a 2 minutos con el mismo nivel de confianza?

<u>*Solución:*</u>

a) Sea X = *tiempo que emplean en comer los clientes*. Se tiene que $X \to N(\mu, 7)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 10 \text{ y } \bar{x} = \frac{15+20+28+21+26+30+16+18+35+27}{10} = 23.6$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(23.6 - 2.17 \cdot \frac{7}{\sqrt{10}} \ , \ 23.6 + 2.17 \cdot \frac{7}{\sqrt{10}}\right) = (18.50 \ , \ 28.40)$$

b) Queremos que $E < 2$.

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 2.17 \cdot \frac{7}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 7.595 < \sqrt{n} \Rightarrow n > 57.68$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser 58.

35. ***[Junio de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Se sabe que "el peso de los paquetes de harina", que se producen en una fábrica, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 20 gramos. Se seleccionan al azar 50 paquetes de harina y se observa que tienen un peso medio de 745 gramos.*

a) Halla el intervalo de confianza para el peso medio de los paquetes de harina de dicha, fábrica con un nivel de confianza del 97 %.

b) Explica razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

36. ***[Junio de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Se estudió el cociente intelectual de 10 estudiantes de 2º de Bachillerato elegidos aleatoriamente de un determinado centro escolar, siendo estos valores: 80, 96, 87, 104, 105, 99, 112, 89, 90 y 110. Sabiendo que el cociente intelectual se distribuye según una normal con desviación típica, 15. Se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza al nivel del 95% para la media del cociente intelectual de los estudiantes de 2º de Bachillerato de dicho centro escolar.

b) Razona y explica que se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza.

<u>Solución:</u>

a) Sea X = *cociente intelectual de los estudiantes de 2º de Bachillerato*. Se tiene que $X \to N(\mu, 15)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 10 \ \text{ y } \ \bar{x} = \frac{80+96+87+104+105+99+112+89+90+110}{10} = 97.2$$

$$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(97.2 - 1.96 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}} \ , \ 97.2 + 1.96 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}}\right) = (87.90 \ , \ 106.50)$$

b) Si queremos un intervalo de menor ancho, manteniendo el nivel de confianza, hay que aumentar el tamaño de la muestra.

37. ***[Reserva 2 de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Los siguientes datos son los pesos en gramos del contenido de 16 bolsas de pipas que se seleccionaron de un proceso de llenado con el propósito de verificar el peso promedio: 503, 506, 491, 499, 498, 505, 503, 504, 493, 501, 505, 500. 497, 502, 506, 487 gramos. Si el peso de cada bolsa es una variable aleatoria normad con una desviación típica de 5 gr. Se pide:*

a) Obtener el intervalo de confianza estimado al 97 %, para la media de llenado de este proceso.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

38. ***[Reserva 2 de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Para un estudio sobre el tiempo de vida medio que tarda un recién graduado en encontrar su primer empleo, se hizo una encuesta a 100 antiguos alumnos. Obteniendo un tiempo medio de 4.8 meses. Sabemos que el tiempo medio hasta obtener el primer empleo sigue una distribución normad con desviación típica 1 mes. Se pide:*

a) Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio de obtención del primer empleo.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) ¿Crees que serla valido el intervalo de confianza obtenido, si la muestra se hubiera escogido entre los estudiantes con mejor expediente? Razona tu respuesta.

39. ***[Reserva 1 de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *La desviación típica del número de horas diarias que duermen los estudiantes de un instituto es de 3 horas. Se considera una muestra aleatoria de 40 estudiantes de ese instituto que revela una media de sueño de 7 horas. Suponiendo que el número de horas de sueño sigue una distribución normal. Se pide:*

a) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para el número medio de horas de sueño de todos los estudiantes de esa comunidad.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

40. ***[Reserva 1 de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Los siguientes datos son los pesos en gramos del contenido de 16 bolsas de lentejas que se seleccionaron de un proceso de llenado con el propósito de verificar el peso promedio: 503, 506, 491, 499, 498, 505, 503, 504, 493, 501, 505, 500. 497, 502, 506, 487 gramos. Si el peso de cada bolsa es una variable aleatoria normad con una desviación típica de 5 gr. Se pide:*

a) Obtener el intervalo de confianza estimado al 95 %, para la media de llenado de este proceso.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si hubiéramos elegido las bolsas más varías? Razona tu respuesta.

41. ***[Septiembre de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *Se ha extraído una muestra de 10 familias de residentes en un barrio obteniéndose los siguientes datos: 19987, 20096, 19951, 20263, 20014, 20027, 20023, 19942, 20078, 20069. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue, una distribución normal de desviación típica 100 euros.*

a) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la renta familiar media.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

42. ***[Septiembre de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se toma una muestra aleatoria de 100 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es de 50 segundos. Se pide:*

a) Calcular un intervalo de confianza al 95 % para la duración media de las llamadas.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

43. ***[Junio de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6]*** *La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comerciad, sigue una distribución normad con desviación típica 10 segundos. Se toma una muestra aleatoria de 100 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es de 50 segundos. Se pide:*

a) Calcular un intervalo de confianza al 97 % para la duración media de las llamadas.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si la encuesta se hubiera realizado con 100 llamadas de un único empleado? Razona tu respuesta.

44. ***[Junio de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6]*** *Se ha extraído una muestra de 10 familias de residentes en un barrio obteniéndose los siguientes datos: 19987, 20096, 19951, 20263, 20014, 20027, 20023, 19942, 20078, 20069. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue una distribución normal de desviación típica 150 euros.*

a) Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para la renta familiar media.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si la muestra se hubiera elegido entre las familias con más ingresos del barrio? Razona tu respuesta.

45. ***[Reserva 2 de 2010]*** *Un experto en gestión de calidad quiere estudiar el tiempo promedio que se necesita para realizar un proceso por parte de un conjunto de trabajadores. Se calcula el tiempo promedio de una muestra aleatoria de 36 trabajadores, resultando 2.6 segundos. Suponiendo que el tiempo de realización del proceso se distribuye según una normal con desviación típica 0.3 segundos.*

a) Encontrar el intervalo de confianza del 97 % para dicho tiempo promedio.

b) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

c) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

46. ***[Reserva 1 de 2010]*** *La compañía eléctrica desea estimar el consumo medio de electricidad por hogar en una determinada ciudad. Se ha realizado una encuesta a 100 viviendas elegidas aleatoriamente de la ciudad. Se ha obtenido un consumo medio de 363,5 kilovatios al mes y se sabe que el consumo de electricidad por hogar se distribuye según una normal de desviación típica 10 kilovatios al mes.*

a) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de consumo de electricidad por hogar.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) ¿Crees que será válido el intervalo de confianza obtenido, si hubiéramos elegido las 100 viviendas más grandes de la ciudad? Razona tu respuesta.

47. ***[Septiembre 2010]*** *Para determinar cómo influye la práctica diaria de deporte en el peso se ha realizado un estudio sobre 100 hombres que practican deporte de forma diaria. Obteniéndose una media de 65 kilos y suponemos que el peso en la población de personas que practican deporte se distribuye según una normal con una desviación típica de 2 kilos.*

a) Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para la media de peso de las personas que practican deporte.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

Solución:

a) Sea X = *peso de las personas que practican deporte diariamente*. Se tiene que $X \to N(\mu, 2)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 100$ y $\bar{x} = 65$

$1-\alpha = 0.95 \to \alpha = 0.05 \to \alpha/2 = 0.025$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(65 - 1.96 \cdot \frac{2}{\sqrt{100}} \ , \ 65 + 1.96 \cdot \frac{2}{\sqrt{100}}\right) = (64.61 \ , \ 65.39)$$

b) En el 95 % de las posibles muestras, el peso medio de las personas que practican deporte diariamente está entre 64.61 y 65.39 kilos.

c) Si queremos un intervalo de menor ancho, podemos mantener el nivel de confianza y aumentar el tamaño de la muestra o mantener el tamaño de la muestra y disminuir el nivel de confianza.

48. ***[Junio 2010]*** *Para efectuar un control de calidad sobre la duración en horas de un componente electrónico se elige una muestra aleatoria de 36 componentes obteniéndose una duración media de 40 horas. Sabiendo que la duración de estos componentes electrónicos se distribuye según una normal con una desviación típica de 10 horas.*

a) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la duración media de los componentes electrónicos.

b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

c) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.