INFERENCIA ESTADISTICA EN LA PAU

En la práctica solo se toma una muestra por lo que $\overline{X} \simeq \overline{x}$.

1. ***Septiembre de 2001 – Bloque 4*** *En una prueba ciclista contra-reloj, la variable aleatoria: "Tiempo que tarda un corredor en recorrer la distancia de 22 kilómetros" se distribuye normalmente con una desviación típica de 3 minutos. Queremos estimar la media de la población. ¿Cuál es el tamaño mínimo que debería tener la muestra que hemos de tomar si queremos que el nivel de confianza sea del 94 % y el error admisible no supere el valor de 0.8?*

Solución:
Como sabemos que el error admitido *E*, viene dado por,

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

siendo σ la desviación típica poblacional, $Z_{\alpha/2}$ el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza $1-\alpha$ y *n* el tamaño muestral.
En nuestro caso, para una confianza del 94 %, $z_{\alpha/2} = 1.88$. Además, $\sigma = 3$ y $E = 0.8$.
Como queremos que $E < 0.8$, se tiene que cumplir:

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0.8 \Rightarrow 1.88\frac{3}{\sqrt{n}} < 0.8 \Rightarrow n > 49.7$$

Por tanto, el tamaño muestral debe ser de 50 o más.

2. ***Reserva Septiembre de 2001 – Bloque 4*** *En una de las pruebas de acceso a la Universidad, la variable "puntuación obtenida en la materia de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II" se distribuye normalmente con una desviación típica de 1,38. En una muestra de 50 alumnos se ha medido la misma variable y el valor obtenido para la media es de 4,93 puntos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional con una confianza del 92 % y explica el significado de este intervalo.*

Solución:
Sea *X* = puntuación obtenida en MCS II. Se tiene que $X \rightarrow N(\mu, 1.38)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 50 \text{ y } \overline{x} = 4.93$$

$$1-\alpha = 0.92 \rightarrow \alpha = 0.08 \rightarrow \alpha/2 = 0.04$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.04 = 0.96 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.75$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(4.93 - 1.75\frac{1.38}{\sqrt{50}} \; , \; 4.93 + 1.75\frac{1.38}{\sqrt{50}}\right) = (4.5885 \; , \; 5.2715)$$

2) En el 92 % de las posibles muestras, la media de la nota en MCS II está en el intervalo $(4.5885 \; , \; 5.2715)$.

3. ***Reserva Junio de 2002 – Bloque 4*** *En una muestra de 100 alumnos de bachillerato se ha obtenido una media de 10 en una prueba de aptitud numérica. La aptitud numérica es una variable que se distribuye normalmente en la población con desviación típica igual a 4. Halla un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 93 %. Interpreta el significado de este intervalo.*

Solución:

Sea X = puntuación obtenida en la prueba de aptitud numérica. Se tiene que $X \to N(\mu, 4)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 100$ y $\overline{x} = 10$

$1 - \alpha = 0.93 \to \alpha = 0.07 \to \alpha/2 = 0.035$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 1 - 0.035 = 0.965 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.81$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(10 - 1.81\frac{4}{\sqrt{100}} \ , \ 10 + 1.81\frac{4}{\sqrt{100}}\right) = (9.276 \ , \ 10.724)$$

2) En el 93 % de las posibles muestras, la media de la puntuación obtenida en la prueba de aptitud numérica está entre 9.276 y 10.724.

4. ***Reserva Septiembre de 2002 – Bloque 4*** *Se ha extraído, por muestreo aleatorio simple, una muestra de 36 sujetos y se les ha medido el tiempo de reacción a un estímulo visual, obteniéndose una media igual a 50 milisegundos. La variable "tiempo de reacción" se distribuye en la población según una normal de desviación típica igual a 3. Construir un intervalo de confianza para la media de la población a un nivel de confianza del 98 %. Interpretar el significado de dicho intervalo.*

Solución:

Sea X = tiempo de reacción a un estímulo visual. Se tiene que $X \to N(\mu, 3)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 36$ y $\overline{x} = 50$

$1 - \alpha = 0.98 \to \alpha = 0.02 \to \alpha/2 = 0.01$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 1 - 0.01 = 0.99 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.33$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(50 - 2.33\frac{3}{\sqrt{36}} \ , \ 50 - 2.33\frac{3}{\sqrt{36}}\right) = (48.835 \ , \ 51.165)$$

2) En el 98 % de las posibles muestras, la media del tiempo de reacción al estímulo visual está en el intervalo $(48.835 \ , \ 51.165)$.

5. ***Junio de 2003 – Bloque 4*** *Un grupo de 144 alumnos de secundaria seleccionados al azar en una determinada Comunidad realizan una prueba de conocimientos sobre la geografía de su autonomía, sacando una nota media de 6,3 puntos. Las puntuaciones obtenidas se distribuyen normalmente con una desviación típica de 6.*

1) Calcula, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores se encontrará la media de la población de los alumnos de secundaria de dicha comunidad.

2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

Solución:

1)) Nos piden un intervalo de confianza para la media poblacional, que tiene la forma

$$\left(\overline{X}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=$$

Para $\overline{x}=6.3,\ \sigma=6,\ n=144$ y para el 98% deconfianza, $z_{\alpha/2}=2.33$ se tiene que:

$$\left(6.3-2.33\frac{6}{\sqrt{144}}\ ,\ 6.3+2.33\frac{6}{\sqrt{144}}\right)=(5.135\ ,\ 7.465)$$

2)) Hay una probabilidad del 98 % de que la media de la población se encuentre dentro del intervalo calculado en el apartado anterior.

6. ***Septiembre de 2003 – Bloque 4*** *Se ha aplicado una prueba, para medir el coeficiente intelectual, a una muestra de 100 universitarios españoles elegida de forma aleatoria. Calculada la media de esta muestra se han obtenido 98 puntos. Sabiendo que las puntuaciones de la prueba siguen una distribución normal de desviación típica del 5.*

1) Calcular, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores se encontrará la media de la población universitaria española.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

Solución:

1) Se trata de calcular el intervalo de confianza de la media poblacional. Este intervalo es:

$$\left(\overline{X}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Para $\overline{x}=98,\ \sigma=15,\ n=100$ y para el 98% deconfianza, $z_{\alpha/2}=2.33$ se tiene que:

$$\left(98-2.33\frac{15}{\sqrt{100}},98+2.33\frac{15}{\sqrt{100}}\right)=(94.835,\ 99.165)$$

2) Esto significa que el cociente intelectual de los universitarios españoles está entre el 94.835 y el 99.165 con una probabilidad de 0.98.

7. ***Reserva Junio de 2003 – Bloque 4*** *Las puntuaciones de un test de razonamiento numérico, en la población adulta española, se distribuyen normalmente con una varianza de 100. Aplicando el test a una muestra de 37 personas adultas se obtiene una media de 45.*

1) Calcula, con una probabilidad del 99 %, entre qué valores se encontrará la media de la población.

2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

Solución:

Sea *X* = puntuación obtenida en el test de razonamiento numérico. Se tiene que $X\to N(\mu,\sigma)$, con $\sigma^2=100\to\sigma=10$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 37$ y $\overline{x} = 45$

$1-\alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow \alpha/2 = 0.005$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.005 = 0.995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{2.57+2.58}{2} = 2.575$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(45 - 2.575\frac{10}{\sqrt{37}} \ , \ 45 + 2.575\frac{10}{\sqrt{37}}\right) = (40.767 \ , \ 49.233)$$

2) En el 99 % de las posibles muestras, la media de la puntuación obtenida en el test de razonamiento numérico está en el intervalo $(40.767 \ , \ 49.233)$.

8. ***Reserva Septiembre de 2003 – Bloque 4*** *Se elige por muestreo aleatorio simple un grupo de 100 sujetos y se les pasa un cuestionario sobre salud. La media obtenida en el cuestionario fue de 90. Se sabe que las puntuaciones en ese cuestionario se distribuyen normalmente con una varianza de 81.*

1) Calcular, con una probabilidad del 99 %, entre qué valores se encontrará la media de la población.

2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

Solución:

Sea X = puntuación obtenida en un cuestionario sobre salud. Se tiene que $X \rightarrow N(\mu,\sigma)$, con $\sigma^2 = 81 \rightarrow \sigma = 9$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 100$ y $\overline{x} = 90$

$1-\alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow \alpha/2 = 0.005$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.005 = 0.995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{2.57+2.58}{2} = 2.575$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(90 - 2.575\frac{9}{\sqrt{100}} \ , \ 90 + 2.575\frac{9}{\sqrt{100}}\right) = (87.683 \ , \ 92.318)$$

2) En el 99 % de las posibles muestras, la media de la puntuación obtenida en el cuestionario sobre salud está en el intervalo $(87.683 \ , \ 92.318)$.

9. ***Junio de 2004 – Bloque 4 - B)*** *Las alturas, expresadas en centímetros de los estudiantes de segundo de Bachillerato se distribuyen normalmente con una desviación típica de 20 cm. En un colectivo de 500 estudiantes de segundo de Bachillerato se ha obtenido una media de 160 cm.* ***1)*** *Calcula, con una probabilidad del 98 % , entre qué valores estará la media de la altura de la población total de estudiantes de segundo de Bachillerato.* ***2)*** *Interpreta el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1)) Nos piden un intervalo de confianza para la media poblacional, que tiene la forma

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Para se tiene que:

$$\left(160 - 2.33\frac{20}{\sqrt{500}} \;,\; 160 + 2.33\frac{20}{\sqrt{500}}\right) = (157.16 \;,\; 162.08)$$

2)) En el 98 % de las posibles muestras, la media de la altura de la población está en el intervalo $(157.16 \;,\; 162.08)$.

10. ***Septiembre de 2004 – Bloque 4 - B)*** *Un estudio realizado sobre 144 usuarios de automóviles revela que la media anual de kilómetros recorridos es de 18000 kms. Si el número de kms recorridos anualmente sigue una distribución normal con desviación típica de 2000 kms.* ***1)*** *Calcula, con una probabilidad del 97 %, entre qué valores estará la media del número de kms recorridos anualmente por la población total de usuarios de automóviles.* ***2)*** *Interpreta el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) Se trata de calcular el intervalo de confianza de la media poblacional de los kilómetros recorridos. Este intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

En nuestro caso: $\overline{x} = 18000,\ \sigma = 2000,\ n = 144$ y para el 97 % de probabilidad, $Z_{\alpha/2} = 2.17$. Así:

$$\left(18000 - 2.17\frac{2000}{\sqrt{144}}, 18000 + 2.17\frac{2000}{\sqrt{144}}\right) = (17638.3 \;,\; 18361.7)$$

2) Esto significa que la media de km recorridos por la población de usuarios de esos coches estará entre 17 638.3 y 18 361.7 con una probabilidad de 0.97.

11. ***Reserva 2 de 2004 – Bloque 4 - B)*** *Una marca de coches afirma que el número de meses que una determinada pieza fabricada por ellos tarda en romperse sigue una distribución normal de desviación típica 9 meses. Se toma una muestra de 121 coches con esa pieza y se observa que el número medio de meses que tarda en romperse dicha pieza es de 32 meses.*
1) *Calcula, con una probabilidad del 97 %, entre qué valores estará la media del número de meses que tarda en romperse dicha pieza en la población total de coches que la llevan.* ***2)*** *Interpreta el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

Sea X = número de meses que una pieza tarda en romperse. Se tiene que $X \to N(\mu, 9)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$n = 121$ y $\overline{x} = 32$

$1 - \alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$

$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$=\left(32-2.17\frac{9}{\sqrt{121}}\ \ ,\ \ 32+2.17\frac{9}{\sqrt{121}}\right)=\left(30.225\ \ ,\ \ 33.775\right)$$

2) En el 97 % de las posibles muestras, el tiempo medio, en meses, que tarda en romperse una pieza está en el intervalo $\left(30.225\ \ ,\ \ 33.775\right)$.

12. ***Junio de 2005 – Bloque 4 - B)*** *Una máquina de refrescos está ajustada de tal manera que la cantidad de líquido despachada se distribuye en forma normal con una desviación típica de 0,15 decilitros.* ***1)*** *Encontrar un intervalo de confianza del 97 % para la media de todos los refrescos que sirve esta máquina, si una muestra aleatoria de 36 refrescos tiene un contenido promedio de 2,25 decilitros.* ***2)*** *Interpreta el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) Se trata de calcular el intervalo de confianza de la media poblacional de los kilómetros recorridos. Este intervalo es:

$$\left(\overline{X}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

En nuestro caso: $\overline{x}=2.25,\ \sigma=0.15,\ n=36$ y para el 97 % de probabilidad, $z_{\alpha/2}=2.17$. Así:

$$\left(2.25-2.17\frac{0.15}{\sqrt{36}}\ \ ,\ \ 2.25+2.17\frac{0.15}{\sqrt{36}}\right)=\left(2.2\ \ ,\ \ 2.3\right)$$

2) El resultado anterior nos dice que la probabilidad de que la media (desconocida) de la Población esté en el intervalo $\left(2.2\ \ ,\ \ 2.3\right)$ es del 97 %, es decir, la media de la cantidad de líquido despachado por la máquina, del 97 % de las posibles muestras de 36 refrescos está entre 2.2 y 2.3 decilitros.

13. ***Septiembre de 2005 – Bloque 4 - B)*** *Un experto en gestión de calidad quiere estudiar el tiempo promedio que se necesita para hacer tres perforaciones en una pieza metálica. Se calcula el tiempo promedio de una muestra aleatoria de 36 trabajadores, resultando 2,6 segundos. Suponiendo que el tiempo de perforación se distribuye según una normal con desviación típica 0,3 segundos,* ***1)*** *encontrar un intervalo de confianza del 99,4 % para dicho tiempo promedio de perforación.* ***2)*** *Interpreta el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) El intervalo de confianza para la media poblacional viene dado por:

$$\left(\overline{X}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

En nuestro caso: $\overline{x}=2.6,\ \sigma=0.3,\ n=36$ y para el 99.4 % de probabilidad, $z_{\alpha/2}=2.75$. Así:

$$\left(2.6-2.75\frac{0.3}{\sqrt{36}},2.6+2.75\frac{0.3}{\sqrt{36}}\right)=\left(2.4625\ \ ,\ \ 2.7375\right)$$

2) Esto significa que el tiempo promedio del 99.4 % de las muestras de tamaño 36 estaré entre 2.4625 segundos y 2.7375 segundos. O lo que es lo mismo; la probabilidad de que una muestra de 36 trabajadores emplee un tiempo promedio entre 2.4625 y 2.7375 segundos es 0.994.

14. ***Reserva 1 de 2005 – Bloque 4 - B)*** *Se desea estudiar la intensidad media que circula por una componente de un circuito en circunstancias diversas. Se supone que la intensidad, en miliamperios, sigue una distribución aproximadamente normal con desviación típica de 12 miliamperios. Llevadas a cabo 25 medidas en instantes elegidos al azar, se obtuvo una media* *muestral de 85 miliamperios.* ***1)*** *Estimar con una confianza del 97,8 % entre qué valores estará la intensidad media.* ***2)*** *Interpreta el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

Sea X = intensidad media que circula por una componente de un circuito. Se tiene que $X \to N(\mu, 12)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 25 \text{ y } \bar{x} = 85$$

$$1 - \alpha = 0.978 \to \alpha = 0.022 \to \alpha/2 = 0.011$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.011 = 0.989 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.29$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(85 - 2.29\frac{12}{\sqrt{25}} \ , \ 85 + 2.29\frac{12}{\sqrt{25}}\right) = (79.504 \ , \ 90.496)$$

2) En el 97.8 % de las posibles muestras, la media de la intensidad media que circula por una componente del circuito está entre 79.504 y 90.496 miliamperios.

15. ***Reserva 2 de 2005 – Bloque 4 - B)*** *Un fabricante produce focos que tienen un promedio de vida con distribución aproximadamente normal con una desviación típica de 40 horas. Si una muestra de 30 focos tiene una vida promedio de 780 horas,*

1) *Calcula, con una probabilidad del 96,6 %, entre qué valores se encontrará el promedio de vida de los focos de ese fabricante.* ***2)*** *Interpreta el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

Sea X = promedio de vida del foco. Se tiene que $X \to N(\mu, 40)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 30 \text{ y } \bar{x} = 780$$

$$1 - \alpha = 0.966 \to \alpha = 0.034 \to \alpha/2 = 0.017$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.017 = 0.983 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.12$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(780 - 2.12\frac{40}{\sqrt{30}} \ , \ 780 - 2.12\frac{40}{\sqrt{30}}\right) = (764.52 \ , \ 795.48)$$

2) En el 96.6 % de las posibles muestras, la media de la vida promedio de los focos está entre 764.52 y 795.48 horas.

16. ***Junio de 2006 – Bloque 4 - B)*** *La distribución de las puntuaciones de un tipo de examen de matemáticas se considera normal. Aplicando este tipo de examen a una muestra de 81 personas adultas se obtiene una media de 6,4 y una desviación típica de 3.* ***1)*** *Encontrar un intervalo de confianza al 98,4 % para la media de las puntuaciones en la población adulta.* ***2)*** *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:
Sea X = puntuación en el examen de matemáticas. Se tiene que $X \to N(\mu, 3)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 81 \text{ y } \overline{x} = 6.4$$

$$1-\alpha = 0.984 \to \alpha = 0.016 \to \alpha/2 = 0.008$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.008 = 0.992 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.41$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(6.4 - 2.41\frac{3}{\sqrt{81}} \ , \ 6.4 + 2.41\frac{3}{\sqrt{81}}\right) = (5.597 \ , \ 7.023)$$

2) En el 98.4 % de las posibles muestras, la media de la puntuación en el examen de matemáticas está entre 5.597 y 7.203 puntos.

17. ***Septiembre de 2006 – Bloque 4 - B)*** *Se desea hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de texto. Para ello, se elige una muestra aleatoria de 121 libros de texto encontrando que tienen un precio medio de 23 euros. Si sabemos que los precios de los libros de texto siguen una distribución normal con desviación típica de 5 euros,* ***1)*** *Encontrar un intervalo de confianza al 98,8 % para el precio medio de los libros de texto.* ***2)*** *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:
Sea X = precio de los libros de texto. Se tiene que $X \to N(\mu, 5)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 121 \text{ y } \overline{x} = 23$$

$$1-\alpha = 0.988 \to \alpha = 0.012 \to \alpha/2 = 0.006$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.006 = 0.994 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.51$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(23 - 2.51\frac{5}{\sqrt{121}} \ , \ 23 + 2.51\frac{5}{\sqrt{121}}\right) = (21.86 \ , \ 24.14)$$

2) En el 98.8 % de las posibles muestras, la media del precio de los libros de texto está entre 21.86 y 24.14 euros.

18. ***Reserva 1 de 2006 – Bloque 4 - B)*** *Las tensiones de ruptura de los cables fabricados por una empresa se distribuye aproximadamente en forma normal con una desviación típica de 120 Nw.* ***1)*** *Encontrar un intervalo de confianza al 97 % para la media de la tensión de ruptura de todos los cables producidos por esa empresa si una muestra aleatoria de 49 cables de esa empresa ha presentado una media de ruptura de 1790 Nw.* ***2)*** *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

Sea X = tensión de ruptura de los cables. Se tiene que $X \to N(\mu,120)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 49 \text{ y } \bar{x} = 1790$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(1790 - 2.17\frac{120}{\sqrt{49}} \ , \ 1790 + 2.17\frac{120}{\sqrt{49}}\right) = (1\,752.8 \ , \ 1\,827.2)$$

2) En el 97 % de las posibles muestras, la media de la tensión de ruptura de los cables del fabricante está entre 1 752.8 y 1 827.2 Nw.

19. **Reserva 2 de 2006 – Bloque 4 - B)** *Se ha tomado una muestra de los precios de un mismo producto en 64 comercios españoles elegidos al azar y se ha encontrado una media de 27 euros. Si los precios del producto se distribuyen según una normal con desviación típica de 6 euros.* ***1)*** *Encontrar un intervalo de confianza al 96,6 % para la media de los precios de ese producto en España.* ***2)*** *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

Sea X = precio del producto. Se tiene que $X \to N(\mu,6)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 64 \text{ y } \bar{x} = 27$$

$$1-\alpha = 0.966 \to \alpha = 0.034 \to \alpha/2 = 0.017$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.017 = 0.983 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.12$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(27 - 2.12\frac{6}{\sqrt{24}} \ , \ 27 + 2.12\frac{6}{\sqrt{24}}\right) = (24.40 \ , \ 29.60)$$

2) En el 96.6 % de las posibles muestras, la media del precio del producto está entre 24.40 y 29.60 euros.

39. **Junio de 2007 – Bloque 4 - B)** *Para determinar cómo influye en la osteoporosis una dieta pobre en calcio, se realiza un estudio sobre 100 afectados por la enfermedad, obteniéndose que toman una media de calcio al día de 900 mg. Suponemos que la toma de calcio en la población de afectados por la enfermedad se distribuye normalmente con una desviación típica de 150.*
1) *Encontrar un intervalo de confianza al 99 % para la media de calcio al día que toma toda la población afectada.*
2) *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) Sea X = dosis de calcio (diario) en mg. Se tiene que $X \to N(\mu,150)$. Además, tenemos los

siguientes datos:

$$n = 100 \text{ y } \overline{x} = 900$$

$$1-\alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow \alpha/2 = 0.005$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.005 = 0.995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.575$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(900 - 2.575\frac{150}{\sqrt{100}} \ , \ 900 + 2.575\frac{150}{\sqrt{100}}\right) = \left(861.375 \ , \ 938.625\right)$$

2) En el 99 % de las posibles muestras, la dosis media de calcio diario está entre 861.375 y 938.625 mg.

40. ***Septiembre de 2007 – Bloque 4 - B)*** *En un estudio sobre la conductividad térmica de un determinado material, en unas condiciones particulares, se han tomado 81 mediciones de conductividad térmica obteniéndose una media de 41,9. En esas condiciones se sabe que la desviación típica de la conductividad es 0,3. Si suponemos que la conductividad térmica está distribuida de manera normal.*

1) *Encontrar un intervalo de confianza al 96 % para la conductividad promedio de este material.*

2) *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) Sea X = conductividad térmica del material. Se tiene que $X \rightarrow N\left(\mu, 0.3\right)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 81 \text{ y } \overline{x} = 41.9$$

$$1-\alpha = 0.96 \rightarrow \alpha = 0.04 \rightarrow \alpha/2 = 0.02$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.02 = 0.98 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{0.9798 + 0.9803}{2} = 0.98005$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(41.9 - 0.98005\frac{0.3}{\sqrt{81}} \ , \ 41.9 + 0.98005\frac{0.3}{\sqrt{81}}\right) = \left(40.97 \ , \ 41.03\right)$$

2) En el 96 % de las posibles muestras, la conductividad térmica media del material está entre 40.97 y 41.03.

41. ***Reserva 1 de 2007 – Bloque 4 - B)*** *La duración de los préstamos de libros en una determinada biblioteca sigue una distribución normal con desviación típica de 8 días. Tomamos una muestra de 100 libros de esa biblioteca y observamos que tienen una duración media de préstamo de 14 días.*

1) *Encontrar un intervalo de confianza al 99 % para la duración media de los libros de esa biblioteca*

2) *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) Sea X = duración de los préstamos. Se tiene que $X \to N(\mu, 8)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 100 \text{ y } \bar{x} = 14$$

$$1 - \alpha = 0.99 \to \alpha = 0.01 \to \alpha/2 = 0.005$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.005 = 0.995 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.575$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(14 - 2.575\frac{8}{\sqrt{100}} \ , \ 14 + 2.575\frac{8}{\sqrt{100}}\right) = (11.94 \ , \ 16.06)$$

2) En el 99 % de las posibles muestras, la duración media de los préstamos está entre 11.94 y 16.06 días.

42. ***Reserva 2 de 2007 – Bloque 4 - B)*** *Se desea hacer un estudio sobre el peso de las cajas de cereales de una determinada marca, para ello se elige una muestra de 64 paquetes y se obtiene un peso medio de 195 g. Sabemos que la distribución de los pesos de esas cajas de cereales es normal con desviación típica de 10 g.*
1) *Encontrar un intervalo de confianza al 98 % para el peso medio de todas las cajas de cereales de esa marca.*
2) *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:
1) Sea X = peso de las cajas de cereales. Se tiene que $X \to N(\mu, 10)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 64 \text{ y } \bar{x} = 195 \text{ gr}$$

$$1 - \alpha = 0.98 \to \alpha = 0.02 \to \alpha/2 = 0.01$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.01 = 0.99 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{0.9898 + 0.9901}{2} = 0.98995$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(195 - 0.98995\frac{10}{\sqrt{64}} \ , \ 195 + 0.98995\frac{10}{\sqrt{64}}\right) = (193.76 \ , \ 196.24)$$

2) En el 98 % de las posibles muestras, el peso medio de las cajas de cereales está entre 193.76 y 196.24 gramos.

43. ***Junio de 2008 – Bloque 4 – B)*** *Para efectuar un control de calidad sobre la duración en horas de un modelo de juguetes electrónicos se elige una muestra aleatoria de 36 juguetes de ese modelo obteniéndose una duración media de 97 horas. Sabiendo que la duración de los juguetes electrónicos de ese modelo se distribuye normalmente con una desviación típica de 10 horas.*
1) *Encontrar el intervalo de confianza al 99,2 % para la duración media de los juguetes electrónicos de ese modelo.*
2) *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:
1) Sea X = duración (en horas) del modelo de juguete electrónico. Se tiene que $X \to N(\mu, 10)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 36 \text{ y } \overline{x} = 97$$

$$1-\alpha = 0.992 \to \alpha = 0.008 \to \alpha/2 = 0.004$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.004 = 0.996 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.65$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(97 - 2.65\frac{10}{\sqrt{36}} \ , \ 97 + 2.65\frac{10}{\sqrt{36}}\right) = (92.58 \ , \ 101.42)$$

2) En el 99.2 % de las posibles muestras, la duración media del modelo de juguete electrónico analizado está entre 92.58 y 101.42 horas.

44. ***Septiembre de 2008 – Bloque 4 – B)*** *Tras múltiples observaciones se ha constatado que el número de pulsaciones de los deportistas entre 20 y 25 años se distribuye normalmente con una desviación típica de 9 pulsaciones. Si una muestra de 100 deportistas de esa edad presenta una media de 64 pulsaciones.*
1) *Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de pulsaciones de los todos los deportistas de esa edad.*
2) *Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:
1) Sea X = número de pulsaciones de un deportista (de entre 20 y 28 años). Se tiene que $X \to N(\mu, 9)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 100 \text{ y } \overline{x} = 64$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(64 - 2.17\frac{9}{\sqrt{100}} \ , \ 64 + 2.17\frac{9}{\sqrt{100}}\right) = (62.05 \ , \ 65.95)$$

2) En el 97 % de las posibles muestras, el número medio de pulsaciones, de los deportistas de entre 20 y 28 años, están entre 62.05 y 65.95.

45. ***Reserva 1 de 2008 – Bloque 4 – B)*** *Para mejorar la duración de unas lámparas eléctricas, un fabricante está ensayando un nuevo método de producción que se considera aceptable por dar lugar a una distribución normal de desviación típica igual a 300 horas. Se toma una muestra de 50 lámparas de este fabricante y se observa que su duración media es de 2320 horas.*
1) *Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de pulsaciones de los todos los deportistas de esa edad.*

***2)** Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) Sea X = duración de las lámparas eléctricas. Se tiene que $X \to N(\mu, 300)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 50 \text{ y } \overline{x} = 2320$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(2320 - 2.7\frac{300}{\sqrt{50}} \ , \ 2320 + 2.7\frac{300}{\sqrt{50}}\right) = (2205.45 \ , \ 2434.55)$$

2) En el 97 % de las posibles muestras, la duración media de las lámparas está entre 2205.45 y 2434.55 horas.

46. **Reserva 2 de 2008 – Bloque 4 – B)** *Se quiere estudiar la media de edad de jóvenes que se presentan a una prueba para un puesto de trabajo en el ayuntamiento de una gran ciudad, para ello se elige una muestra aleatoria de 100 jóvenes que se presentan a la prueba observando que la media de edad es 20,2 años. Sabiendo que la variable estudiada se distribuye normalmente en la población con desviación típica de 10 años, **1)** encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de edad de los todos los jóvenes que se presentan a dicha prueba. **2)** Interpretar el significado del intervalo obtenido.*

Solución:

1) Sea X = edad de los que se presentan a la prueba. Se tiene que $X \to N(\mu, 10)$. Además, tenemos los siguientes datos:

$$n = 100 \text{ y } \overline{x} = 20.2$$

$$1-\alpha = 0.97 \to \alpha = 0.03 \to \alpha/2 = 0.015$$

$$P\left(Z < z_{\alpha/2}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.015 = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

Por tanto, el intervalo es:

$$\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= \left(20.2 - 2.17\frac{10}{\sqrt{100}} \ , \ 20.2 + 2.17\frac{10}{\sqrt{100}}\right) = (18.03 \ , \ 22.37)$$

2) En el 97 % de las posibles muestras, la edad media de los que se presentan a la prueba está entre 18.03 y 22.37 años.