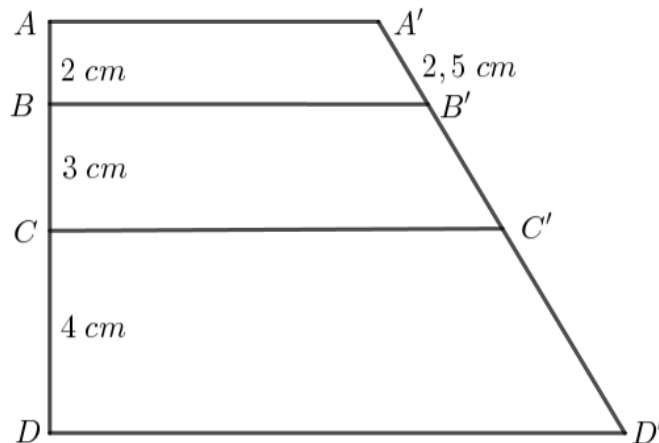
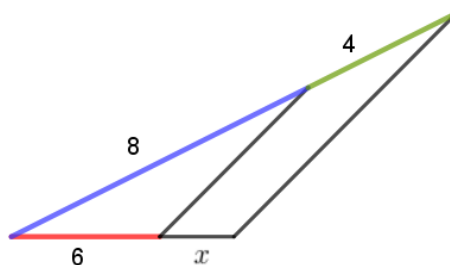


PROPORCIONALIDAD GEOMÉTRICA: TEOREMA DE TALES

1. Los segmentos a y b miden 4 y 5 cm, respectivamente, y son proporcionales a otros dos c y d . ¿Cuánto medirá d si c mide 6 cm?
2. La razón de dos segmentos a y b es 0,75. Si $b = 4$ cm, ¿cuánto vale a ?
3. Observa el dibujo:



- a) ¿Cuánto vale la razón $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$? ¿Y $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'D'}}$?
- b) Calcula $\overline{B'C'}$ y $\overline{C'D'}$.
4. Divide el segmento $d = 12$ cm en tres partes proporcionales a los segmentos $a = 2$ cm, $b = 3$ cm y $c = 4$ cm.
5. Dibuja un segmento $\overline{AB} = 8$ cm y divídelo gráficamente en siete partes iguales.
6. Divide el segmento $c = 10$ cm en dos partes proporcionales a los segmentos $a = 2$ cm y $b = 3$ cm.
7. ¿Cuánto vale x en la figura?

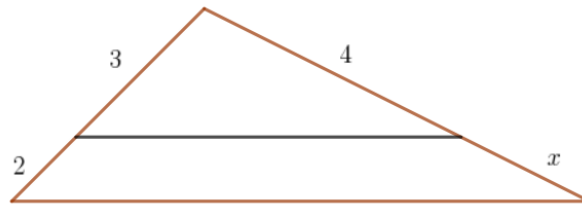


8. Si en un trapecio $ABCD$ se traza la paralela media, ¿cómo quedan divididos los lados no paralelos del trapecio?

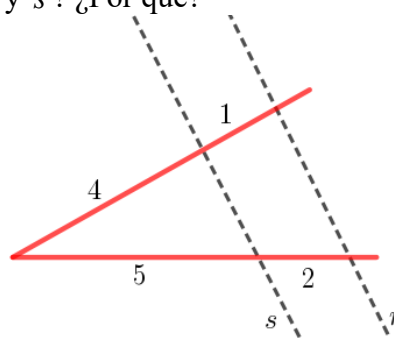
9. Dados los segmentos $a=8$ cm, $b=18$ cm y $c=12$ cm, halla el segmento cuarto proporcional gráfica y numéricamente.

10. Dados los segmentos $a=3$ cm y $b=4$ cm, obtén el segmento tercero proporcional gráfica y numéricamente.

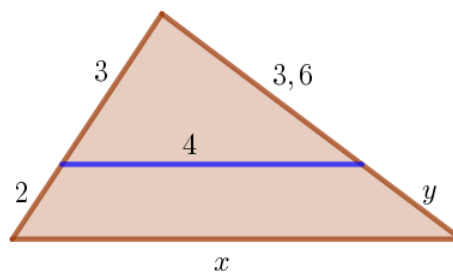
11. Calcula la longitud del segmento x .



12. ¿Son paralelas las rectas r y s ? ¿Por qué?



13. ¿Cuánto valen x e y en la figura?



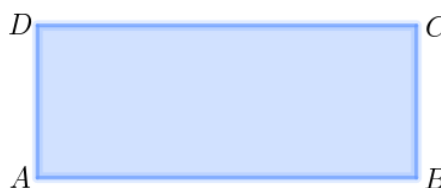
14. ¿Cuándo dos triángulos rectángulos son semejantes? Indica el criterio de semejanza.

15. Dibuja dos triángulos semejantes de forma que la razón de semejanza sea:

- a) 0,5 b) 2 c) 0,8

16. ¿Cuándo dos triángulos equiláteros son semejantes? ¿Cuánto vale la razón de semejanza?

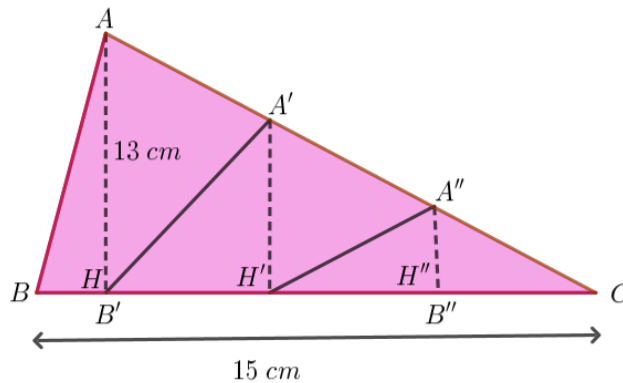
17. Obtén el rectángulo semejante al dado, siendo la razón de semejanza $k=1/3$.



18. Construye un triángulo equilátero semejante a uno de lado 5 cm, sabiendo que la razón de semejanza es $\frac{2}{5}$.

19. Construye un hexágono regular semejante a uno dado de lado 3 cm, sabiendo que la razón de semejanza es $k = 2,5$.

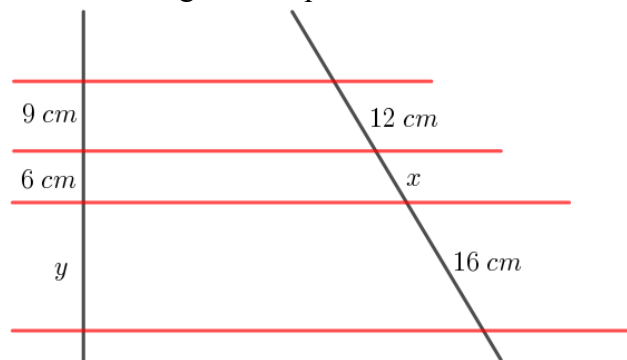
20. ¿Cuál es el valor de los lados $\overline{B'C}$, $\overline{A'H'}$ y $\overline{A''H''}$ en la figura?



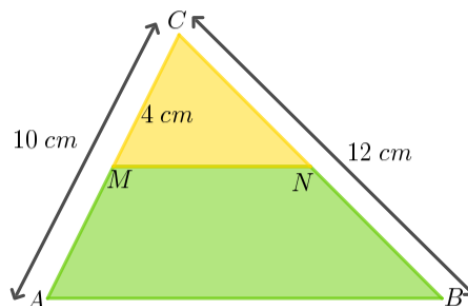
21. Dos cuadrados tienen como lados 8 y 12 m.

- ¿Son semejantes? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la razón de semejanza?
- ¿Cuánto vale la razón de sus perímetros? ¿Y la de sus áreas? ¿Y la de sus diagonales?

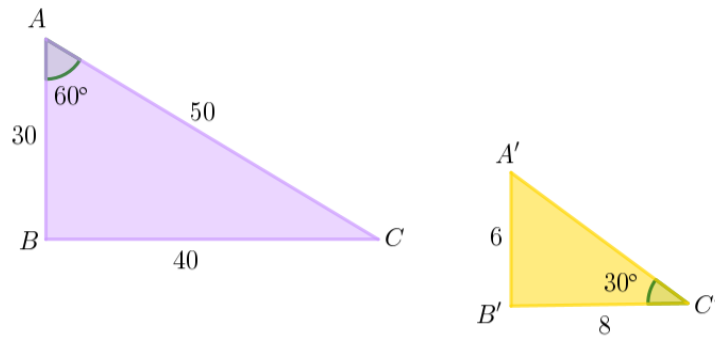
22. Calcula las longitudes de los segmentos que faltan.



23. Los dos triángulos de la figura están en posición de Tales. Calcula la longitud de los lados que faltan (\overline{CN} , \overline{MA} y \overline{NB}).

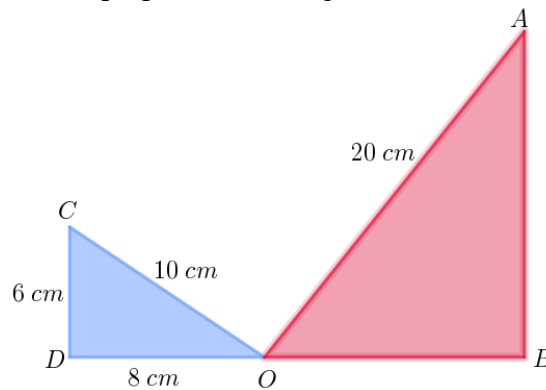


24. Observa los triángulos de la figura. ¿Son semejantes? ¿Qué criterio has aplicado? ¿Cuánto vale $A'C'$?

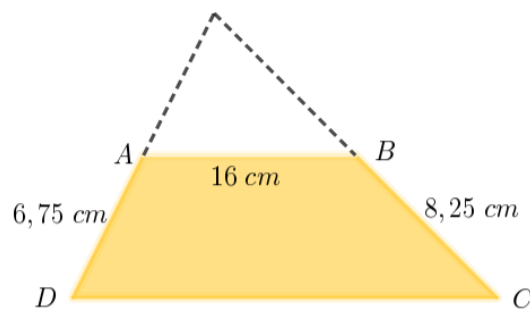


25. Dibuja un hexágono regular y construye otro semejante a él con razón de semejanza $1/3$.

26. En la figura OA y OC son perpendiculares. ¿Cuánto miden \overline{OB} y \overline{AB} ?



27. Al prolongar los lados no paralelos del trapecio $ABCD$ se obtiene un triángulo. Calcula sus lados.



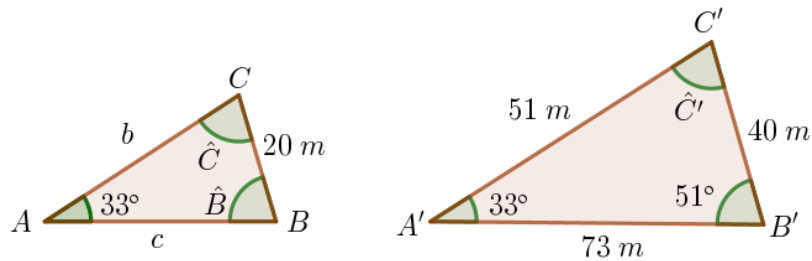
28. Dos polígonos regulares con el mismo número de lados, ¿son semejantes? ¿Y dos circunferencias cualesquiera?

29. Juana tiene un terreno rectangular de dimensiones 150×60 m. ¿Cómo puede calcular la distancia existente entre una fuente F , situada en medio del lado mayor, y un árbol A , que divide a uno de los lados menores en dos trozos de 20 y 40 m?

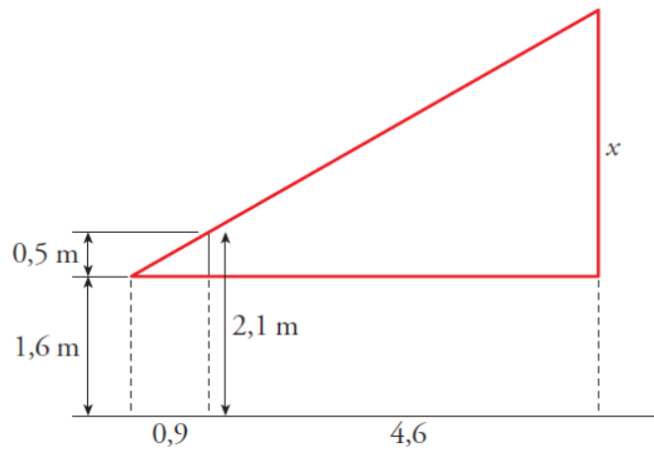
30. Pedro mide 1,7 m y comprueba que cuando su sombra mide 1,20 m, la sombra del árbol mide 4,80 m. ¿Cuál es la altura del árbol?

31. Carlos coloca una banderola de dos metros de alto, de forma que el extremo de su sombra coincide con el extremo de la sombra de un edificio. Si la sombra de la banderola es de 2,8 m y la del edificio, 6,3 m, calcula la altura del edificio.

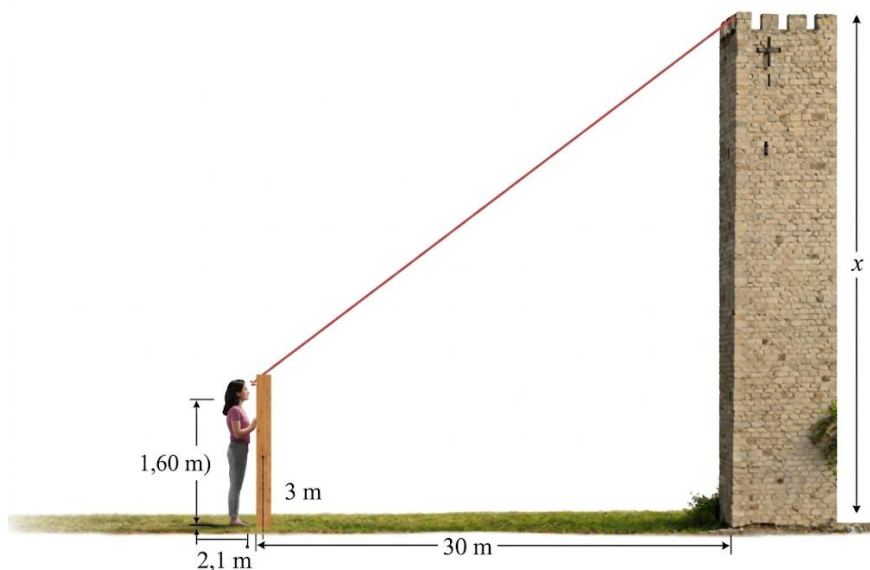
32. Sabemos que los siguientes triángulos son semejantes. Halla los lados y los ángulos que faltan.



33. Calcula x .



34. Para calcular la altura de una torre, María clava en el suelo un listón de tres metros de altura y, después, retrocede hasta que coinciden en la visual los extremos del listón y de la torre. A continuación, toma las medidas que ves en el dibujo. Con esos datos, resuelve el problema.



SOLUCIONES

Ejercicio 1:

Cuando dos pares de segmentos son proporcionales, se cumple:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Datos:

$$\begin{aligned} a &= 4 \text{ cm} \\ b &= 5 \text{ cm} \\ c &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sustituimos:

$$\frac{4}{5} = \frac{6}{d}$$

Productos cruzados:

$$4d = 30 \Rightarrow d = \frac{30}{4} = 7,5$$

Ejercicio 2:

Razón

$$\frac{a}{b} = 0,75$$

Dato: $b = 4$ cm.

Entonces:

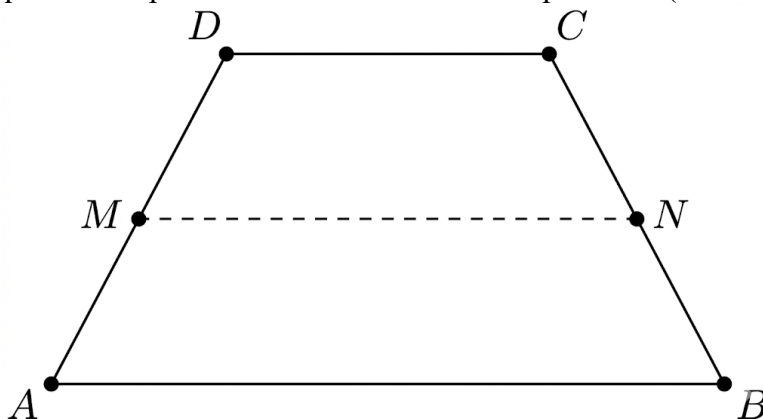
$$\frac{a}{4} = 0,75 \Rightarrow a = 0,75 \cdot 4 = 3$$

Ejercicio 3:

Ejercicio 7:

Ejercicio 8:

En un trapezio ABCD, la **paralela media** (también llamada base media o mediana) es el segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos (lados laterales).



Por el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{DM}}{\overline{MA}} = \frac{\overline{CN}}{\overline{NB}}$$

Ejercicio 9:

Ejercicio 11:

Proporción:

$$\frac{2}{x} = \frac{3}{4}$$

$$2 \cdot 4 = 3x \Rightarrow 8 = 3x \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

Ejercicio 12:

Para que las rectas r y s sean paralelas se tiene que cumplir que $\frac{4}{1} = \frac{5}{2}$, pero esto es falso, porque $8 \neq 5$, luego las rectas no son paralelas.

Ejercicio 13:

Cálculo de y :

$$\frac{3}{2} = \frac{3,6}{y} \Rightarrow y = \frac{3,6}{\frac{3}{2}} = 2,4$$

Cálculo de x :

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \approx 6,67$$

Ejercicio 16:

Dos triángulos **equiláteros** siempre son semejantes entre sí, porque todos los ángulos de un triángulo equilátero miden 60° .

La **razón de semejanza** k es el cociente entre las longitudes de dos lados correspondientes de los triángulos.

Si un triángulo equilátero tiene lado L_1 y el otro tiene lado L_2 , entonces:

$$k = \frac{L_1}{L_2}$$

(y es la misma para cualquier par de lados correspondientes o alturas, ya que todas las medidas lineales son proporcionales).

Ejercicio 17

Dos triángulos equiláteros son siempre semejantes entre sí, sin importar sus tamaños. Esto se debe a que:

- Todos los triángulos equiláteros tienen los tres ángulos iguales a 60°
- Criterio de semejanza: si dos triángulos tienen sus tres ángulos correspondientes iguales, entonces son semejantes

Ejercicio 20

1. Tenemos un triángulo grande ABC con una base $BC = 15$ cm y una altura (línea punteada desde A) de 13 cm.
2. Dentro de este, hay triángulos más pequeños ($\triangle A'B'C$ y $\triangle A''B''C$) que comparten el vértice C y parecen estar contruidos dividiendo los lados por la mitad sucesivamente.
 - El punto A' parece ser el punto medio del lado AC .
 - El punto A'' parece ser el punto medio del segmento $A'C$.

Esto significa que cada triángulo interior es semejante al anterior con una **razón de semejanza de $1/2$** . Es decir, sus lados y alturas miden la mitad que los del triángulo anterior.

A continuación, calculamos el valor de cada segmento solicitado:

1. Calcular el lado $\overline{B'C}$ El triángulo $\triangle A'B'C$ es la mitad de grande que el triángulo $\triangle ABC$. Por lo tanto, su base $\overline{B'C}$ será la mitad de la base total \overline{BC} .

- $\overline{BC} = 15 \text{ cm}$
- $\overline{B'C} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ cm}$

2. Calcular el lado (altura) $\overline{A'H'}$ De la misma manera, la altura del triángulo mediano ($\overline{A'H'}$) será la mitad de la altura del triángulo grande (13 cm).

- Altura grande = 13 cm
- $\overline{A'H'} = \frac{13}{2} = 6.5 \text{ cm}$

3. Calcular el lado (altura) $\overline{A''H''}$ El triángulo más pequeño ($\triangle A''B''C$) es la mitad de grande que el triángulo mediano ($\triangle A'B'C$). Por lo tanto, su altura será la mitad de la altura anterior ($\overline{A'H'}$).

- $\overline{A'H'} = 6.5 \text{ cm}$
- $\overline{A''H''} = \frac{6.5}{2} = 3.25 \text{ cm}$

Respuesta final:

- $\overline{B'C} = 7.5 \text{ cm}$
- $\overline{A'H'} = 6.5 \text{ cm}$
- $\overline{A''H''} = 3.25 \text{ cm}$

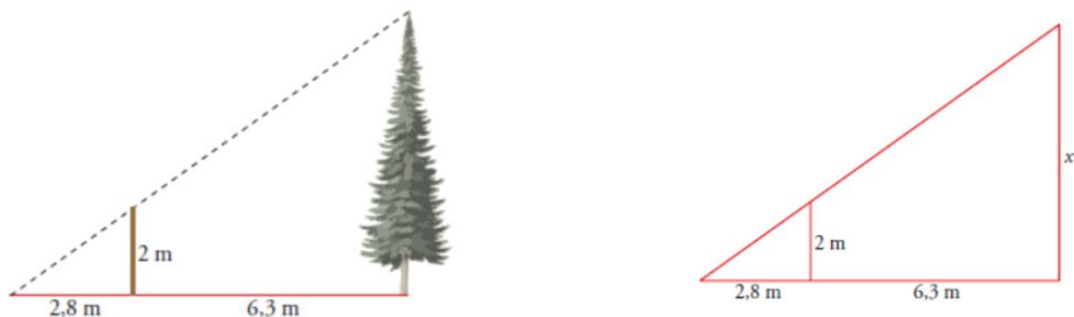
Problema 32



Proporción:

$$\frac{1,2}{4,8} = \frac{1,7}{x} \Rightarrow x = \frac{4,8 \cdot 1,7}{1,2} = 6,8 \text{ m}$$

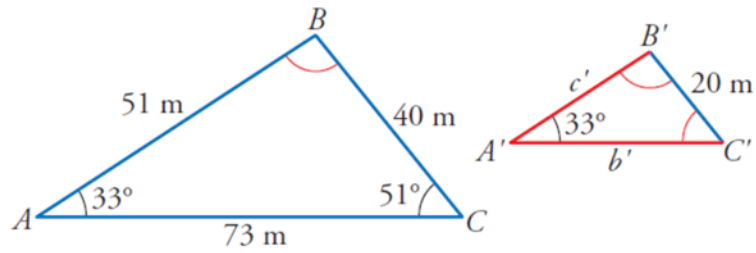
Problema 32



Proporción:

$$\frac{2,8}{2,8+6,3} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{(2,8+6,3) \cdot 2}{2,8} = 6,5 \text{ m}$$

Problema 33



$$B = 180^\circ - 51^\circ - 33^\circ = 96^\circ$$

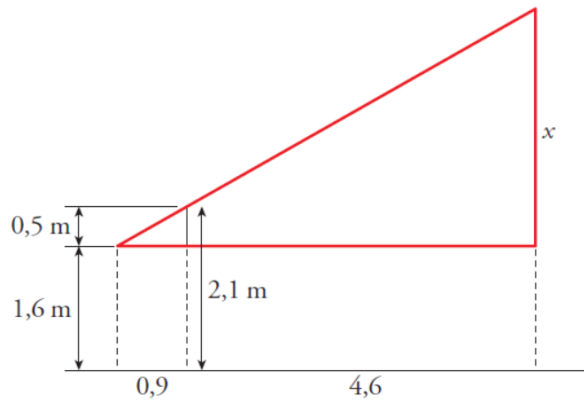
$$B' = 96^\circ$$

$$C' = 61^\circ$$

$$b' = \frac{73}{2} = 36,5 \text{ m}$$

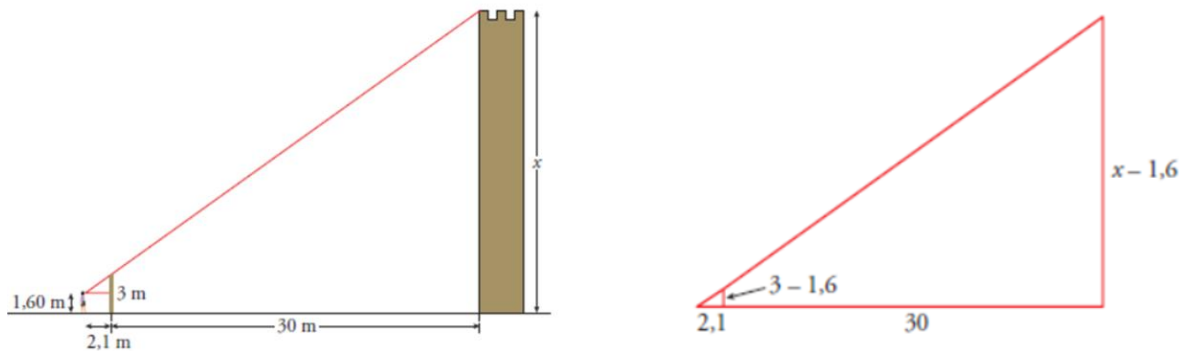
$$c' = \frac{51}{2} = 25,5 \text{ m}$$

Problema 34



$$\frac{x}{0,5} = \frac{5,5}{0,9} \Rightarrow x = 0,5 \cdot \frac{5,5}{0,9} = 3,06 \text{ m}$$

Problema 35



Proporción:

$$\frac{2,1}{2,1+30} = \frac{3-1,6}{x-1,6} \Rightarrow x = \frac{32,1 \cdot 1,4}{2,1} + 1,6 = 23 \text{ m}$$