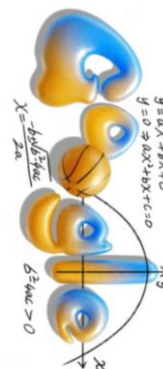


ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Resolución de ecuaciones de segundo grado

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, aplicando la fórmula general:

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $x^2 + 2x + 1 = 0$ | 10) $x^2 - 4x + 3 = 0$ |
| 2) $x^2 + 2x + 1 = 4$ | 11) $x^2 - 4x + 4 = 0$ |
| 3) $x^2 - 6x + 9 = 16$ | 12) $x^2 - 4x + 5 = 0$ |
| 4) $x^2 - 9x + 14 = 0$ | 13) $x^2 - 14x + 49 = 0$ |
| 5) $2x^2 + 6x - 20 = 0$ | 14) $5x^2 - 8x + 5 = 0$ |
| 6) $x^2 + 4x + 3 = 0$ | 15) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ |
| 7) $8x^2 - 6x + 1 = 0$ | 16) $3x^2 - 5x + 7 = 0$ |
| 8) $9x^2 - 6x + 1 = 0$ | 17) $20x^2 - 3x - 2 = 0$ |
| 9) $x^2 - 6x + 10 = 0$ | 18) $x^2 - 10x + 25 = 0$ |



2. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

- | | | |
|----------------|---------------------|--------------------|
| a) $5x^2 = 0$ | d) $4x^2 - 9 = 0$ | g) $3x^2 - 12 = 0$ |
| b) $-7x^2 = 0$ | e) $7x^2 + 5 = 705$ | h) $2 - 9x^2 = 1$ |
| c) $x^2 = 121$ | f) $49 - 4x^2 = 49$ | |

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, teniendo en cuenta que para que el producto de dos o más factores valga cero, al menos uno de ellos tiene que ser cero.

- | | |
|--|---------------------|
| a) $x(x-1) = 0$ | e) $2x(x-1) = 0$ |
| b) $(2x-12)x = 0$ | f) $4x(x-5) = 0$ |
| c) $\left(x - \frac{1}{2}\right)x = 0$ | g) $(x+1)(x+1) = 0$ |
| d) $x(6-3x) = 0$ | h) $(x+4)(x-4) = 0$ |

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- | | |
|---|--------------------------------|
| a) $x^2 - 8x = 0$ | g) $x^2 + \frac{x}{2} + 1 = 1$ |
| b) $5x^2 + 20x = 0$ | h) $\frac{9x - x^2}{6} = 0$ |
| c) $4x\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$ | i) $x^2 + 5x - 6 = 0$ |
| d) $x - x^2 = 0$ | j) $x^2 - 7x + 12 = 0$ |
| e) $4x^2 = -x$ | k) $x^2 - 2x - 8 = 0$ |
| f) $x = -x^2$ | l) $2x^2 - x - 1 = 0$ |

5. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| a) $-7x^2 = 0$ | d) $4x^2 - 400 = 0$ |
| b) $45x^2 + 5 = 5$ | e) $0 = 100x^2 - 25$ |

c) $x^2 = 144$

f) $2 - 4x^2 = 1$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x(x-5) = 0$

e) $x^2 + 2x = 0$

b) $2(x-6)x = 0$

f) $x - 2x^2 = 0$

c) $5x(6-3x) = 0$

g) $10x^2 = -5x$

d) $(x-4)(x+4) = 0$

h) $\frac{4x-16x^2}{4} = 0$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - x - 6 = 0$

e) $4x^2 - 1 = 0$

b) $2x^2 + 4x - 15 = 0$

f) $2x^2 - x - 3 = 0$

c) $x^2 + 3x + 2 = 0$

g) $5x^2 - 6x - 8 = 0$

d) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

h) $x^2 + 3x - 28 = 0$

8. Halla la solución de las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

9) $x^2 = 5x + 6$

2) $x^2 - 9x + 18 = 0$

10) $4x^2 + 12x = -9$

3) $x^2 - 6x + 9 = 0$

11) $5x^2 + 1 = 6x$

4) $2x^2 - 10x - 48 = 0$

12) $3x^2 - 39x + 10 = 0$

5) $x^2 - x = 20$

13) $6x^2 - 37x + 57 = 0$

6) $x^2 - 5x + 6 = 0$

14) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

7) $x^2 + 10x + 25 = 0$

15) $x(3x-2) = 65$

8) $3x^2 + 2x = 8$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

1) $x^2 = 16$

6) $3x = 4x^2 - 2x$

2) $7x^2 = 63$

7) $(x+1)(x-3) + 3 = 0$

3) $x^2 - 24 = 120$

8) $(x+9)(x-9) = 3(x-27)$

4) $5x^2 - 3 = 42$

9) $(2x+3)(2x-3) = 135$

5) $2x^2 - 18x = 0$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

1) $x^2 - 9x + 14 = 0$

8) $x^2 + 9x + 14 = 0$

2) $x^2 + 12x - 13 = 0$

9) $x^2 - 4x + 3 = 0$

3) $x^2 + 4x + 4 = 0$

10) $x^2 + x - 30 = 0$

4) $x^2 - 3x - 10 = 0$

11) $5x^2 - 32x + 12 = 0$

5) $x^2 + 5x + 4 = 0$

12) $77x^2 + 6x - 35 = 0$

6) $x^2 + 5x + 16 = 0$

13) $20x^2 + 43x + 21 = 0$

7) $x^2 - 8x + 16 = 0$

14) $5x^2 + 2x + 1 = 0$

11. Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

5) $2x^2 - 5x + 4 = 0$

2) $x^2 + 16x = 0$

6) $-2x^2 + 6x - 9 = 0$

3) $\frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

4) $x^2 - 5x + 4 = 0$

9) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

10) $3x^2 + 9x - 12 = 0$

11) $x^2 - 5x - 12 = 0$

7) $4x^2 - 9x + 11 = 0$

8) $x^2 + 10x + 25 = 0$

12) $x^2 - 3x + 2 = 0$

13) $3x^2 - 8x + 4 = 0$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $x^2 - 3x - 5 = 2x + 9$

2) $6x^2 - 5(x - 1) = x(x + 1) + 4$

3) $2x^2 + \frac{x}{4} = x^2 + \frac{4x}{5} + \frac{1}{5}$

4) $x(x + 1) - \frac{1}{2} = \frac{x - 4}{6}$

5) $\frac{2x + 2}{3} + \frac{x^2 - x}{5} = \frac{3x + 7}{10}$

6) $x^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \left(\frac{x}{4} - 1 \right)$

7) $\frac{x}{2} \left(x + \frac{1}{30} \right) = \frac{x}{3} \left(x + \frac{2}{5} \right)$

8) $\frac{x}{3} \left(x - \frac{1}{20} \right) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{15} \left(2x - \frac{1}{2} \right)$

9) $\frac{x^2}{2} + x = \frac{2x^2 - 5}{3} - 1$

Resolución de Ecuaciones de Segundo Grado

Recuerda que cualquier ecuación de segundo grado (completa o incompleta) se puede transformar en una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ [1], cuyas soluciones vienen dadas por la fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Método general para resolver ecuaciones de 2º grado:

1º) **Quitar paréntesis.** Lo que hay fuera del paréntesis **multiplica a todo** lo que hay dentro del paréntesis (propiedad distributiva).

2º) **Quitar denominadores.** Se calcula el m.c.m. de los denominadores y se opera como con las fracciones. Cuando todas las fracciones tengan el mismo denominador, se simplifican los denominadores.

3º) **Agrupar** todos los términos en uno de los dos miembros, de forma que la ecuación quede **igualada a cero**.

2º) **Operar** los términos que sean semejantes (los que tienen la misma parte literal), de forma que la ecuación se transforme en una de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

3º) **Obtener los coeficientes** a, b y c .

4º) **Aplicar la fórmula** de Bhaskara.

SOLUCIONES

Ejercicio 1:

1)	-1, -1	5)	2, -5	9)	No reales	13)	7, 7	17)	2/5, -1/4
2)	1, -3	6)	-1, -3	10)	1, 3	14)	No reales	18)	5, 5
3)	7, -1	7)	1/2, 1/4	11)	2, 2	15)	3/2, 3/2		
4)	7, 2	8)	1/3, 1/3	12)	No reales	16)	No reales		

Ejercicio 2:

a)	0	b)	0	c)	± 11	d)	± 2
e)	$\pm 3/2$	f)	± 10	g)	0	h)	$\pm 1/3$

Ejercicio 3:

a)	0 y 1	b)	0 y 6	c)	0 y $\frac{1}{2}$	d)	0 y 2
e)	0 y 1	f)	0 y 5	g)	-1 y -1	h)	± 4

Ejercicio 4:

a)	0 y 8	b)	0 y -4	c)	0 y $\frac{2}{3}$
d)	0 y 1	e)	0 y $-\frac{1}{4}$	f)	0 y -1
g)	0 y $-\frac{1}{2}$	h)	0 y 9	i)	1 y -6
j)	4 y 3	k)	4 y -2	l)	1 y $-\frac{1}{2}$

Ejercicio 5:

a)	0	b)	0	c)	± 12
d)	± 10	e)	$\pm \frac{1}{2}$	f)	$\pm \frac{1}{2}$

Ejercicio 6:

a)	0 y 5	b)	0 y 6	c)	0 y 2	d)	± 4
e)	0 y -2	f)	0 y $\frac{1}{2}$	g)	0 y $-\frac{1}{2}$	h)	0 y $\frac{1}{4}$

Ejercicio 7:

a)	-2 y 3	b)	-5 y 3	c)	-2 y -1	d)	$\frac{1}{2}$ y 2
e)	$\pm \frac{1}{2}$	f)	$\frac{3}{2}$ y -1	g)	2 y $-\frac{4}{5}$	h)	4 y -7

Ejercicio 8:

1)	4 y 3	2)	6 y 3	3)	3 y 1	4)	8 y -3	5)	5 y -4
6)	3 y 2	7)	-5 y -5	8)	$\frac{4}{3}$ y -2	9)	6 y -1	10)	$-\frac{3}{2}$ y 4
11)	1 y $\frac{1}{5}$	12)	Raíces	13)	$\frac{19}{6}$ y 3	14)	$\frac{3}{2}$ y 1	15)	$-\frac{3}{3}$ y 5

Ejercicio 9:

1)	± 4	2)	± 3	3)	± 12	4)	± 3	5)	0 y 9
6)	0 y $\frac{5}{4}$	7)	0 y 2	8)	0 y 3	9)	± 6		

Ejercicio 10:

1)	2 y 7	2)	-13 y 1	3)	-2 y -2	4)	-2 y 5
5)	-4 y -1	6)	No reales	7)	4 y 4	8)	-2 y -7
9)	1 y 3	10)	-6 y 5	11)	$\frac{2}{5}$ y 6	12)	$\frac{7}{11}$ y $-\frac{5}{7}$
13)	$-\frac{3}{4}$ y $-\frac{7}{5}$	14)	No reales				

Ejercicio 12:

1)	$7y - 2$	2)	$1y \frac{1}{5}$	3)	$\frac{4}{5}y - \frac{1}{4}$
4)	$\frac{1}{2}y \frac{1}{3}$	5)	$-1y \frac{1}{6}$	6)	$\frac{1}{4}y - \frac{1}{5}$
7)	$0y \frac{7}{10}$	8)	No reales	9)	$8y - 2$

Problemas de ecuaciones de segundo grado

- 13.** Halla dos números que sumen 8 y cuyo producto sea 15
- 14.** La suma del dinero que tienen dos amigos es de 55 euros y su producto 750. ¿Qué cantidad tiene cada uno?
- 15.** Si aumentamos en tres metros el lado de un cuadrado, su área aumenta en 51 m^2 . ¿Cuál es el lado del cuadrado?
- 16.** Una parcela de terreno de forma rectangular mide 25 metros más de largo que de ancho y su superficie total es de $1\,250 \text{ m}^2$. ¿Cuántos metros de malla metálica se necesitan para vallarla por los cuatro lados?
- 17.** El número de litros de agua, por persona y mes, que se pierden por falta de cuidado es igual al número de personas que trabajan en un edificio más cinco. Si en total se pierden 300 litros de agua al mes, ¿cuántas personas hay? ¿Cuántos litros se pierden por persona?
- 18.** Si disminuimos el lado de un cuadrado en 4 metros, su área queda disminuida en 64 m^2 . ¿Cuánto mide el lado?
- 19.** Juan dice que, si añade 3 años a su edad y lo eleva al cuadrado, el resultado es 225. ¿Cuántos años tiene Juan?
- 20.** El perímetro de un rectángulo es de 54 metros y su superficie es de 180 m^2 . ¿Cuáles son sus dimensiones?
- 21.** El precio de una camiseta es $\frac{3}{4}$ del precio de una camisa y el producto de los precios de ambas prendas es 972. ¿Cuál es el precio de cada una?
- 22.** Dos peatones salen del mismo punto para recorrer una distancia de 12 km. Uno de ellos anda 4 km/h más rápido que el otro y llega al punto de destino 4 horas antes. ¿Cuáles son las velocidades de ambos?
- 23.** Halla un número distinto de cero si sabes que la diferencia entre su cuadrado y su doble es igual a 5 veces el número.
- 24.** ¿Cuántos euros tiene Rosana si restando 192 al doble del cuadrado de la cantidad de sus euros da 200?

- 25.** Un salón de forma rectangular tiene una pared de longitud cuádruple que otra. ¿Cuánto miden sus paredes, si su área es de 256 m^2 ?
- 26.** María tiene 72 euros y esta cantidad coincide con el resultado de multiplicar los euros que tienen Luis y Óscar. Sabiendo que Luis tiene un euro más que Óscar, ¿cuántos euros tiene cada uno?
- 27.** Halla las dimensiones de una parcela rectangular, sabiendo que mide 180 m de perímetro y que tiene 20 m más de largo que de ancho.
- 28.** Si a los lados de un cuadrado se le aumenta en 3 y 5 m, respectivamente, la superficie del nuevo rectángulo es de 440 m^2 . ¿Cuánto medía el lado del cuadrado primitivo?
- 29.** Un lado de un rectángulo es 14 cm más largo que otro. Su diagonal es 16 cm más larga que su lado menor. ¿Cuál es la superficie del rectángulo?
- 30.** En un triángulo isósceles, la base mide 6 cm menos que cada lado igual. Si su altura mide 24 cm, ¿cuál es su área?
- 31.** La diagonal de un rectángulo es 3 cm mayor que su lado mayor y éste es 21 cm mayor que el otro. Halla su superficie.
- 32.** Si el radio de un círculo disminuye en 7 cm su superficie, también disminuye en $1\,428 \text{ cm}^2$. ¿Cuánto mide el radio del círculo primitivo?
- 33.** Un trozo rectangular de cartulina mide 11 cm más de largo que de ancho. Con él se quiere construir una caja de $4\,640 \text{ cm}^3$ cortando 16 cm^2 de cada esquina y doblando sus bordes. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja?
- 34.** La superficie de un triángulo equilátero es de $324\sqrt{3} \text{ cm}^2$. ¿Cuánto mide su lado?
- 35.** Al aumentar el lado de un cuadrado en 8 cm, su área aumenta en 128 cm^2 . ¿Cuánto medía su lado?
- 36.** [***] Dos ciclistas salen del mismo punto para recorrer una distancia de 36 km. Uno de ellos va a una velocidad de 3 km/h más rápido que el otro, y llega al punto de destino 1 hora antes. ¿Cuáles son las velocidades de ambos?
- 37.** [***] Varios amigos compran un disco de 24 euros para el regalo de cumpleaños de un miembro de la pandilla. A la hora de pagar, dos de ellos no tienen dinero, por lo que los demás deben aumentar su aportación en un euro cada uno. ¿Cuántos son los que hacen el regalo?
- 38.** [***] Un grifo A tarda el llenar un depósito cinco horas más que otro grifo B. Si se abren los dos a la vez, el depósito se llena en 6 horas. ¿Cuánto tarda el grifo B actuando en solitario?

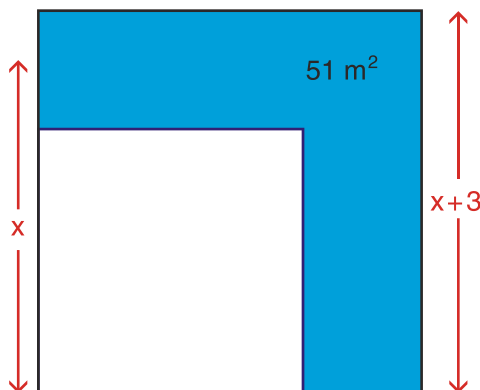
SOLUCIONES

Ejercicio 14 - Solución:

$$\begin{array}{l|l} \text{Un amigo} \rightarrow x & x(55-x) = 750 \rightarrow x^2 - 55x + 750 = 0 \\ \text{Otro} \rightarrow (55-x) & x = \frac{55 \pm \sqrt{3025 - 3000}}{2} = \begin{cases} x = 30 \\ x = 25 \end{cases} \end{array}$$

Un amigo tiene 25 euros, y el otro, 30 euros $\square 30 \cdot 25 = 750 \square$.

Ejercicio 15 - Solución:



$$\begin{aligned} (x+3)^2 - x^2 &= 51 \rightarrow x^2 + 6x + 9 - x^2 = 51 \\ 6x &= 42 \rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

El lado del cuadrado mide 7 m.

Ejercicio 16 - Solución:

x = longitud de uno de los lados

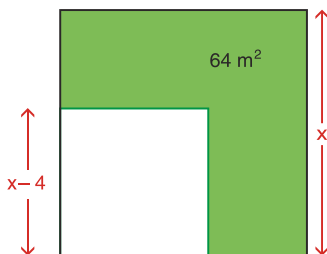
$$x(x+25) = 1250 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow 150 \text{ m se necesitan}$$

Ejercicio 17 - Solución:

x = número de personas

$$x(x+5) = 300; \text{ Hay 15 personas y se pierden 20 litros por persona)}$$

Ejercicio 18 - Solución:



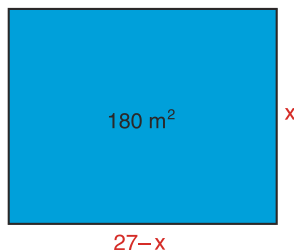
$$\begin{aligned} x^2 - (x-4)^2 &= 64 \rightarrow x^2 - (x^2 - 8x + 16) = 64 \\ x^2 - x^2 + 8x - 16 &= 64 \rightarrow 8x = 80 \\ x &= \frac{80}{8} = 10 \text{ m} \end{aligned}$$

El lado del cuadrado mide 10 m.

Ejercicio 19 - Solución: $x = \text{edad de Juan}$

$$(x+3)^2 = 225 \rightarrow x^2 + 6x + 9 - 225 = 0$$

$$x^2 + 6x - 216 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 864}}{2} = \begin{cases} x = 12 \\ x = -18 \end{cases} \text{ (No vale)}$$

 $x = 12$ años**Ejercicio 20 - Solución:**

$$x(27-x) = 180 \rightarrow x^2 - 27x + 180 = 0$$

$$x = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 720}}{2} = \begin{cases} x = 15 \text{ (No vale)} \\ x = 12 \end{cases}$$

Las dimensiones del rectángulo son 12 m y 15 m.

Ejercicio 21 - Solución:

$$\text{Camisa} \rightarrow x \quad \left| \quad \frac{3}{4}x \cdot x = 972 \rightarrow 3x^2 = 3888 \right.$$

$$\text{Camiseta} \rightarrow \frac{3}{4}x \quad \left| \quad x = \sqrt{\frac{3888}{3}} \rightarrow \begin{cases} x = 36 \\ x = -36 \end{cases} \text{ (No vale)}$$

La camisa vale 36 euros y la camiseta, $\frac{3 \cdot 36}{4} = 27$ euros.**Ejercicio 22 - Solución:** $x = \text{velocidad del peatón}$

$$v_1 \rightarrow x \quad \left| \quad \frac{12}{x+4} + 4 = \frac{12}{x} \rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \right.$$

$$v_2 \rightarrow x+4 \quad \left| \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases} \text{ (No vale)}$$

Un peatón va a 2 km/h, y el otro, a 6 km/h.

Ejercicio 35 - Solución:

$$v_1 \rightarrow x \quad \left| \quad \frac{36}{x+3} + 1 = \frac{36}{x} \rightarrow x^2 + 3x - 108 = 0 \right.$$

$$v_2 \rightarrow x+3 \text{ Llega 1 h antes} \quad \left| \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2} = \begin{cases} x = 9 \\ x = -12 \end{cases} \text{ (No vale)}$$

Un ciclista va a 9 km/h, y el otro, a 12 km/h.

Ejercicio 37 - Solución:

Si son x los que hacen el regalo, cada uno pone $\frac{24}{x}$ euros.

Al ser dos menos, ponen un euro más:

$$\begin{aligned}
 (x-2) \cdot \left(\frac{24}{x} + 1 \right) &= 24 \rightarrow \frac{24 \cdot (x-2)}{x} + (x-2) = 24 \rightarrow \\
 &\rightarrow 24 \cdot (x-2) + x(x-2) = 24x \rightarrow 24x - 48 + x^2 - 2x - 24x = 0 \rightarrow \\
 &\rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0 \\
 x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2} &= \begin{cases} x = \frac{2+14}{2} = 8 \\ x = \frac{2-14}{2} = -6 \text{ (No vale)} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Son 8 los amigos que hacen el regalo.

Ejercicio 38 - Solución:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{B} & \rightarrow x \text{ horas} \\ \text{A} & \rightarrow x+5 \text{ horas} \\ \text{A+B} & \rightarrow 6 \text{ horas} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{B, en una hora, llena } \frac{1}{x} \text{ de depósito} \\ \text{A, en una hora, llena } \frac{1}{x+5} \text{ de depósito} \\ \text{A+B, en 1 hora, llenan } \frac{1}{6} \text{ de depósito} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} &= \frac{1}{6} \rightarrow (x+5) \cdot 6 + 6x = x \cdot (x+5) \rightarrow \\
 &\rightarrow 6x + 30 + 6x = x^2 + 5x \rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0
 \end{aligned}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{2} = \begin{cases} x = \frac{7+13}{2} = 10 \\ x = \frac{7-13}{2} = -3 \text{ (No vale)} \end{cases}$$

El grifo B tarda, él solo, 10 horas en llenar el depósito.