Regla de Pascal, 1654

$$\binom{n+1}{k}=\binom{n}{k}+\binom{n}{k-1} \quad \forall n,k\in\mathbb{N} \text{ con } k\le n$$

Demostración algebraica:

$$\binom{n}{k}+\binom{n}{k-1}=\frac{n!}{k!(n-k)!}+\frac{n!}{(k-1)!\left[n-(k-1)\right]!}=\frac{n!(n-k+1)+kn!}{k!(n-k+1)!}=$$

$$=\frac{n!(n-k+1+k)}{k!(n+1-k)!}=\frac{(n+1)!}{k!\left[(n+1)-k\right]!}=\binom{n+1}{k}$$

Demostración combinatoria:

Cuando elegimos k objetos de un conjunto de $n+1$ objetos, se tiene que si:

- excluimos el último, en este caso los k objetos se eligen de entre los primeros n: $\binom{n}{k}$
- cuando elegimos el último, entonces los $k-1$ restantes deben elegirse de entre los n primeros: $\binom{n}{k-1}$

Por tanto, $\binom{n+1}{k}=\binom{n}{k}+\binom{n}{k-1}$.