Problemas de Sistemas de Ecuaciones Lineales

1. Disponemos de tres lingotes de distintas aleaciones de tres metales A, B y C. El primer lingote contiene 20 g del metal A, 20 g del B y 60 del C. El segundo contiene 10 g de A, 40 g de B y 50 g de C. El tercero contiene 20 g de A, 40 g de B y 40 g de C. Queremos elaborar, a partir de estos lingotes, uno nuevo que contenga 15 g de A, 35 g de B y 50 g de C. ¿Cuántos gramos hay que coger de cada uno de los tres lingotes?

2. En una reunión hay 22 personas, entre hombres, mujeres y niños. El doble del número de mujeres más el triple del número de niños, es igual al doble del número de hombres. Si, además, se sabe que el número de hombres es el doble del de mujeres, ¿cuántos hombres, mujeres y niños hay?

3. Por un rotulador, un cuaderno y una carpeta se pagan 3,56 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que, el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20 % del precio del rotulador. Calcula los precios que marcaba cada una de las cosas, sabiendo que sobre esos precios se ha hecho el 10 % de descuento.

4. En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de distintos sabores: vainilla, chocolate y nata. El presupuesto destinado para esta compra es de 540 euros y el precio de cada helado es de 4 euros el de vainilla, 5 euros el de chocolate y 6 euros el de nata. Conocidos los gustos de los estudiantes, se sabe que entre helados de chocolate y de nata se han de comprar el 20 % más que de vainilla.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales para calcular cuántos helados de cada sabor se compran a la semana.

b) Resuelve, mediante el método de Gauss, el sistema planteado en el apartado anterior.

5. Una compañía fabricó tres tipos de muebles: sillas, mecedoras y sofás. Para la fabricación de cada uno de estos tipos necesitó la utilización de ciertas unidades de madera, plástico y aluminio tal y como se indica en la tabla siguiente. La compañía tenía en existencia 400 unidades de madera, 600 unidades de plástico y 1 500 unidades de aluminio. Si la compañía utilizó todas sus existencias, ¿cuántas sillas, mecedoras y sofás fabricó?

6. En una tienda, un cliente se ha gastado 150 euros en la compra de 12 artículos, entre discos, libros y carpetas. Cada disco le ha costado 20 euros, cada libro 15 euros, y cada carpeta 5 euros. Se sabe que entre discos y carpetas hay el triple que de libros.

a) Formula el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.

b) Determina cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

7. Dos kilos de naranjas, más un kilo de plátanos, más dos kilos de mangos, valen 16,75 euros. Dos kilos de naranjas, más dos kilos de plátanos, más 3 de mangos, valen 25 euros. Tres kilos de naranjas, más un kilo de plátanos, más dos kilos de mangos, valen 17,75 euros. ¿Cuánto vale 1 kilo de naranjas? ¿Cuánto vale 1 kilo de plátanos? ¿Cuánto vale 1 kilo de mangos?

8. Un estado compra 540 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 27,28 y 32 dólares el barril, respectivamente. La factura total asciende a 16 346 000 dólares. Si del primer suministrador recibe el 30 % del total de petróleo comprado, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

9. De un número de tres cifras se sabe que la suma de estas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en 198; y, si se intercambian las de la unidades y decenas, el número aumenta en 36. Encuentra el número.

10. Si la altura de Luis aumentase el triple de la diferencia entre la altura de Eusebio y de Pablo, Luis sería igual de alto que Pablo. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Eusebio es lo mismo que nueve veces la de Luis. Halla las tres alturas.

11. La suma de las tres cifras de un número es 6; y, si se intercambian la primera y la segunda, el número aumenta en 90 unidades. Finalmente, si se intercambian la segunda y la tercera, el número aumenta en 9 unidades. Calcula dicho número.

12. Un almacén distribuye cierto producto que fabrican tres marcas distintas: A, B y C. La marca A lo envasa en cajas de 250 g y su precio es de 1 euro; la marca B lo envasa en cajas de 500 g a un precio de 180 céntimos de euro; y, la marca C, lo hace en cajas de 1 kg a un precio de 330 céntimos. El almacén vende a un cliente 2,5 kg de este producto por un importe de 8,9 euros. Sabiendo que el lote iba envasado en 5 cajas, calcula cuántos envases de cada tipo se han comprado.

13. Una persona ha obtenido 6 000 € de beneficio por invertir un total de 60 000 € en tres empresas: A, B y C. La suma del dinero invertido en A y B fue 5 veces el invertido en C, y los beneficios fueron el 5 % en A, el 10 % en B y el 20 % en C.

a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad invertida en cada empresa.
b) Halla la solución.

14. Si la altura de Carlos aumenta el triple de la diferencia de las alturas de Antonio y Juan, Carlos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Antonio equivale a nueve veces la de Carlos.

a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones.
b) Halla las alturas de Carlos, Juan y Antonio.

15. De un número de tres cifras se sabe que la suma de estas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en 198, y si se intercambian las de las unidades y decenas, el número aumenta en 36. Encuentra el número.

16. Los sueldos del padre, la madre y un hijo sumados dan 3 250 euros. La madre gana el doble que el hijo. El padre gana $\frac{2}{3}$ de lo que gana la madre. Calcula cuánto gana cada uno.

17. Se tienen 9,50 euros en monedas de 5 céntimos, de 10 céntimos y de 50 céntimos. El número de monedas de 10 céntimos excede en 9 unidades al número de monedas de 50 céntimos, y por cada 3 monedas de 10 céntimos se tienen 4 de 5 céntimos. ¿Cuántos monedas se tienen de cada valor?

18. Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble que el de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

19. El gasto mensual en salarios de una empresa de 36 trabajadores es de 54 900 euros. Hay tres categorías de trabajadores; A, B y C. El salario mensual de un trabajador de la categoría A es de 900 €, el de uno de B es de 1500 euros y el de uno de C es de 3000 euros. Sin despedir a nadie, la empresa quiere reducir el gasto salarial en un 5 %. Para ello ha rebajado un 5 % el salario a la categoría A, un 4 % a la B y un 7 % a la C. Averigua cuántos trabajadores hay en cada categoría.

20. Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C, invirtiendo en C el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6 % de beneficios, B el 8 % y C el 10 %. Si el beneficio total fue de 1720 euros y el valor inicial de las acciones fue de 20 000 euros, determina la cantidad invertida en cada empresa.

21. Un tren transporta 500 viajeros y la recaudación del importe de sus billetes asciende a 2115 euros. Calcula de forma razonada cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 9 euros, cuántos han pagado el 20 % del billete y cuántos el 50 %, sabiendo que el número de viajeros que ha pagado el 20 % es el doble del número de viajeros que ha pagado el billete entero.

22. Una empresa cinematográfica dispone de tres salas A, B y C. Los precios de una entrada a cada una de las salas son 1, 2 y 3 euros, respectivamente, Un día, la recaudación conjunta de las tres salas fue de 420 euros y el número total de espectadores que acudieron fue de 200. Si los espectadores de la sala A hubieran asistido a la sala B y los de la B a la sala A, se obtendría una recaudación de 390 euros. Calcula el número de espectadores que acudió a cada sala.

23. El cajero automático de una entidad bancaria solo admite billetes de 50, de 20 y de 10 euros. Los viernes depositan en el cajero 225 billetes por un importe de 7000 euros. Averigua el número de billetes de cada valor depositado, sabiendo que la suma del número de billetes de 50 y de 10 euros es el doble que el número de billetes de 20 euros.

24. Se consideran tres barras de metal compuestas de la siguiente forma:
Primera barra: 20 g de oro, 30 g de plata y 50 g de cobre.
Segunda barra: 40 g de oro, 20 g de plata y 90 g de cobre.
Tercera barra: 30 g de oro, 40 de plata y 50 g de cobre.
¿Qué cantidad deberá tomarse de cada una de las barras para obtener otra que contenga 43 g de oro, 46 g de plata y 91 g de cobre? Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones y resuélvelo de forma razonada.

25. En una clase de segundo de Bachillerato, por cada tres alumnos que estudian Tecnologías de la información, diez estudian Comunicación audiovisual, y por cada dos alumnos que estudian Tecnologías de la información, tres estudian Francés. Calcula, de forma razonada, el número de alumnos que cursan cada una de las materias mencionadas sabiendo que en la clase hay 35 alumnos y que cada uno de ellos sólo está matriculado en una de las asignaturas.

26. En una tienda de ropa se liquidan los pantalones que han quedado sin vender en la temporada. Los hay de tres tipos:

– Sin defecto, todos al mismo precio de 20 euros.
– Con defecto no apreciable, con una rebaja del 20% sobre el precio de los anteriores.
– Con defecto apreciable, con una rebaja del 60% sobre el precio de los que no tienen defecto.

Hay 70 pantalones para vender. El precio total de todos ellos es de 1280 euros, y los que tienen defecto suponen el 40% de los que no lo tienen. ¿Cuántos pantalones hay de cada clase? Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones y resuélvelo de forma razonada.

27. En una papelería entran tres clientes: el primero compra cuatro lapiceros y seis gomas de borrar y paga 1,60 euros; el segundo compra cinco lapiceros y tres bolígrafos y paga 2,45 euros, y el tercero paga 1,30 euros por cinco gomas de borrar y dos bolígrafos. Calcula, de forma razonada, el precio de cada uno de los productos.

28. Halla un número de tres cifras sabiendo que su suma es 12, que la cifra de las unidades es igual a la semisuma de las cifras de las centenas y de las decenas, y que, por último, el número que resulta al invertir las cifras del buscado es 198 unidades más pequeño que este.

29. Tres arroyos diferentes surten de agua a un depósito de agua destinada al consumo humano. El primero y el segundo juntos tardan 63 horas en llenarlo; el primero y el tercero juntos, 70 horas, y el segundo y el tercero, 90 horas. Calcula, de forma razonada, el tiempo que tardará en llenar el estanque cada uno de los arroyos por separado.

30. La suma de las edades actuales de tres hermanos es 63 años. Hace dos años, la edad del mediano era 5 años más que un tercio de la suma de las edades de los otros dos, y dentro de cuatro años, el menor tendrá 9 años más que la quinta parte de la suma de los otros dos. Halla las edades actuales de cada uno de los hermanos.

31. En una población se han presentado dos partidos políticos A y B, a las elecciones municipales y se han contabilizado 6 464 votos. Si 655 votantes del partido A hubiesen votado a B, ambos partidos habrían empatado a votos. La suma de votos no válidos y en blanco supone el 1 % de los que han votado a A o a B. Halla el número de votos obtenidos por cada partido.

SOLUCIONES

Problema 1:

$$\begin{cases} x = \text{ gramos que hay que coger del primer lingote} \\ y = \text{ gramos que hay que coger del segundo lingote} \\ z = \text{ gramos que hay que coger del tercer lingote} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,2x + 0,1y + 0,2z = 15 \\ 0,2x + 0,4y + 0,4z = 35 \\ 0,6x + 0,5y + 0,4z = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 2z = 150 \\ 2x + 4y + 4z = 350 \\ 6x + 5y + 4z = 500 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z) = (25,50,25)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 150 \\ 2 & 4 & 4 & 350 \\ 6 & 5 & 4 & 500 \end{array}\right) \xrightarrow[-3F_1+F_3]{-F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 150 \\ 0 & 3 & 2 & 200 \\ 0 & 2 & -2 & -50 \end{array}\right) \xrightarrow{-2F_2+3F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 150 \\ 0 & 3 & 2 & 200 \\ 0 & 0 & -10 & -250 \end{array}\right) \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ [3] \end{matrix}$$

De [3]: $z = \dfrac{-250}{-10} = 25$

Sustituimos en [2]: $y = \dfrac{200-50}{3} = 50$

Sustituimos en [1]: $x = \dfrac{150-50-50}{2} = 25$

Solución: hay que coger 25 g del primer lingote, 50 g del segundo lingote y 25 g del tercer lingote.

Problema 2:

$$\begin{cases} x = \text{ número de hombres} \\ y = \text{ número de mujeres} \\ z = \text{ número de niños} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 22 \\ -2x + 2y + 3z = 0 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow (x,y,z) = (12,6,4)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 22 \\ -2 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[-F_1+F_3]{2F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 22 \\ 0 & 4 & 5 & 44 \\ 0 & -3 & -1 & -22 \end{array}\right) \xrightarrow{3F_2+4F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 22 \\ 0 & 4 & 5 & 44 \\ 0 & 0 & 11 & 44 \end{array}\right) \begin{matrix} [1] \\ [2] \\ [3] \end{matrix}$$

De [3]: $z = \dfrac{44}{11} = 4$

Sustituimos en [2]: $y = \dfrac{44-5\cdot 4}{4} = 6$

Sustituimos en [1]: $x = 22-6-4 = 12$

Solución: hay 12 hombres, 6 mujeres y 4 niños.

Problema 3:

$$\begin{cases} x = \text{ precio (sin descuesto) de un rotulador} \\ y = \text{ precio (sin descuesto) de un cuaderno} \\ z = \text{ precio (sin descuesto) de una carpeta} \end{cases}$$

	Rotulador	Cuaderno	Carpeta
Precio sin descuento	x	y	z
Precio con descuento	$0,9x$	$0,9y$	$0,9z$

$$\begin{cases} 0,9x+0,9y+0,9z=3,56 \\ y=\dfrac{x}{2} \\ z=y+0,2x \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(1,80\ ,\ 0,90\ ,\ 1,26)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 45 & 45 & 45 & 178 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & -5 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[45F_3-F_1]{45F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 45 & 45 & 45 & 178 \\ 0 & -135 & -45 & -178 \\ 0 & 180 & -270 & -178 \end{array}\right) \xrightarrow{180F_2+135F_3}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 45 & 45 & 45 & 178 \\ 0 & -135 & -45 & -178 \\ 0 & 0 & -44550 & -56070 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $z=\dfrac{-56070}{-44550}=\dfrac{623}{495}\simeq 1,26$

Sustituimos en [2]: $y=\dfrac{-178+45\cdot 1,26}{-135}\simeq 0,90$

Sustituimos en [1]: $x=\dfrac{178-45\cdot 0,90-45\cdot 1,26}{45}=1,80$

Solución: el rotulador costaba 1,80 €, el cuaderno, 0,90 € y la carpeta, 1,26 €.

Problema 4:

$$\begin{cases} x= \text{ número de helados de vainilla que se compran semanalmente} \\ y= \text{ número de helados de chocolate que se compran semanalmente} \\ z= \text{ número de helados de nata que se compran semanalmente} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=110 \\ 4x+5y+6z=540 \Rightarrow (x,y,z)=(50,20,40) \\ y+z=540 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 110 \\ 4 & 5 & 6 & 540 \\ 12 & -10 & -10 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[-12F_1+F_3]{-4F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 110 \\ 0 & 1 & 2 & 100 \\ 0 & -22 & -22 & -1320 \end{array}\right) \xrightarrow{22F_2+F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 110 \\ 0 & 1 & 2 & 100 \\ 0 & 0 & 22 & 880 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $z=\dfrac{880}{22}=40$

Sustituimos en [2]: $y=100-2\cdot 40=20$

Sustituimos en [1]: $x=110-40-20=50$

Solución: se compran 50 helados de vainilla, 20 de chocolate y 40 de nata.

Problema 5:

$$\begin{cases} x= \text{ número de sillas fabricadas} \\ x= \text{ número de mecedoras fabricadas} \\ z= \text{ número de sofás fabricados} \end{cases} \begin{cases} x + y + z = 400 \\ x + y + 2z = 600 \Rightarrow (x,y,z)=(100,100,200) \\ 2x+3y+5z=1500 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 400 \\ 1 & 1 & 2 & 600 \\ 2 & 3 & 5 & 1500 \end{array}\right) \xrightarrow[-2F_1+F_3]{-F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 400 \\ 0 & 0 & 1 & 200 \\ 0 & 1 & 3 & 700 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [2]: $z=200$
Sustituimos en [3]: $y=700-3\cdot 200=100$
Sustituimos en [1]: $x=400-200-100=100$
Solución: se fabrican 100 sillas, 200 mecedoras y 200 sofás.

Problema 6:

$$\begin{cases} x = \text{ número de discos} \\ y = \text{ número de libros} \\ z = \text{ número de carpetas} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=12 \\ 20x+15y+5z=150 \\ x-3y+z=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(4,3,5)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 4 & 3 & 1 & 30 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[-F_1+F_2]{-4F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & -1 & -3 & -18 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $y=\dfrac{-12}{-4}=3$

Sustituimos en [2]: $z=\dfrac{-18+3}{3}=5$

Sustituimos en [1]: $x=12-5-3=4$

Solución: ha comprado 4 disco, 3 libros y 5 carpetas.

Problema 7:

$$\begin{cases} x = \text{ precio de 1 kg de naranjas} \\ y = \text{ precio de 1 kg de plátanos} \\ z = \text{ precio de 1 kg de mangos} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y+2z=16,75 \\ 2x+2y+3z=25 \\ 3x+y+2z=17,75 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(1 \ , \ 1,75 \ , 6,5)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 16,75 \\ 2 & 2 & 3 & 25 \\ 3 & 1 & 2 & 17,75 \end{array}\right) \xrightarrow[-F_1+F_3]{-F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 16,75 \\ -2 & 0 & -1 & -8,5 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $x=1$

Sustituimos en [2]: $z=\dfrac{-8,5+2\cdot 1}{-1}=6,5$

Sustituimos en [1]: $y=16,75-2-13=1,75$

Solución: 1 kg de naranjas cuesta 1 €, 1 kg de plátanos 1,75 € y 1 kg de mangos 6,5 €.

Problema 8:

$$\begin{cases} x = \text{ número de barriles que compra al primer suministrador} \\ y = \text{ número de barriles que compra al segundo suministrador} \\ z = \text{número de barriles que compra al tercer suministrador} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+z=540\ 000 \\ 27x+28y+32z=16\ 346\ 000 \\ x=0,3\cdot 540\ 000 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(162\ 000 \ , \ 31\ 000 \ , \ 347\ 000)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162\ 000 \\ 1 & 1 & 1 & 540\ 000 \\ 27 & 28 & 32 & 16\ 346\ 000 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-32F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162\ 000 \\ 1 & 1 & 1 & 540\ 000 \\ -5 & -4 & 0 & -934\ 000 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [1]: $z = \dfrac{-1-2}{-1} = 3$

Sustituimos en [3]: $y = \dfrac{-934\ 000 + 5 \cdot 162\ 000}{-4} = 31\ 000$

Sustituimos en [2]: $z = 540\ 000 - 162\ 000 - 31\ 000 = 347\ 000$

Solución: compra 162 000 barriles al primero, 31 000 barriles al segundo y 347 000 barriles al tercero.

Problema 9:

Si el número es $xyz \Rightarrow \begin{cases} x = \text{cifra de las centenas} \\ y = \text{cifra de las decenas} \\ z = \text{cifra de las unidades} \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y+z=13 \\ 100z+10y+x=(100x+10y+z)-198 \\ 100x+10z+y=(100x+10y+z)+36 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(7,1,5) \Rightarrow \text{El número es 715}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{-F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & -1 & -2 & -11 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{-F_2+F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 13 \\ 0 & -1 & -2 & -11 \\ 0 & 0 & 3 & 15 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $z = \dfrac{15}{3} = 5$

Sustituimos en [2]: $y = \dfrac{-11 + 2 \cdot 5}{-1} = 1$

Sustituimos en [1]: $x = 13 - 1 - 5 = 7$

Solución: el número es 715

Problema 10:

$$\begin{cases} x = \text{ altura de Luis} \\ y = \text{ altura de Eusebio} \\ z = \text{ altura de Pablo} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3(y-z)=z \\ x+y+z=515 \\ 8y=9x \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(160,180,175)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 515 \\ 1 & 3 & -4 & 0 \\ 9 & -8 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{4F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 515 \\ 5 & 7 & 0 & 2060 \\ 9 & -8 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{8F_2+7F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 515 \\ 5 & 7 & 0 & 2\ 060 \\ 103 & 0 & 0 & 16\ 480 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $x = \dfrac{16\ 480}{103} = 160$

Sustituimos en [2]: $y = \dfrac{2060 - 5 \cdot 160}{5} = 180$

Sustituimos en [1]: $z = 515 - 160 - 180 = 175$

Solución: Luis mide 160 cm, Eusebio 180 cm y Pablo 175 cm.

Problema 11:

$$\begin{cases} x = \text{ primera cifra} \\ y = \text{ segunda cifra} \\ z = \text{ tercera cifra} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ 100y+10x+z=(100x+10y+z)+90 \\ 100x+10z+y=(100x+10y+z)+9 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(1,2,3)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1-F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & 0 & 6 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right)\begin{array}{c}[1]\\ [2]\\ [3]\end{array}$$

De [1]: $y = \dfrac{6}{3} = 2$

Sustituimos en [2]: $x = -1 + 2 = 1$

Sustituimos en [3]: $z = \dfrac{-1-2}{-1} = 3$

Solución: el número es 123

Problema 12:

$$\begin{cases} x = \text{ número de envases que se han comprado de la marca A} \\ y = \text{ número de envases que se han comprado de la marca B} \\ z = \text{ número de envases que se han comprado de la marca C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \text{ (cajas)} \\ 0,25x + 0,5y + z = 2,5 \text{ (kilos)} \Rightarrow (x, y, z) = (2, 2, 1) \\ x + 1,8y + 3,3z = 8,9 \text{ (euros)} \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0,25 & 0,5 & 1 & 2,5 \\ 1 & 1,8 & 3,3 & 8,9 \end{array}\right) \xrightarrow[-F_1+F_3]{-F_1+4F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0,8 & 2,3 & 3,9 \end{array}\right) \xrightarrow{-0,8F_2+F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -0,1 & -0,1 \end{array}\right)\begin{array}{c}[1]\\ [2]\\ [3]\end{array}$$

De [3]: $z = \dfrac{-0,1}{-0,1} = 1$

Sustituimos en [2]: $y = 5 - 3 \cdot 1 = 2$

Sustituimos en [1]: $x = 5 - 2 - 1 = 2$

Solución: se han comprado 2 envases de la marca A, 2 envases de la marca B y 1 envase la marca C.

Problema 13:

x : cantidad invertida en la empresa A (en €)
y : cantidad invertida en la empresa B (en €)
z : cantidad invertida en la empresa C (en €)

$$\begin{cases} x + y + z = 60000 \\ x + y = 5z \\ 0,05x + 0,10y + 0,20z = 6000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60\ 000 \\ x + y - 5z = 0 \\ x + 2y + 4z = 120\ 000 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60\ 000 \\ 1 & 1 & -5 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 120\ 000 \end{array}\right) \xrightarrow[-F_1+F_3]{-F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60\ 000 \\ 0 & 0 & -6 & -60\ 000 \\ 0 & 1 & 3 & 60\ 000 \end{array}\right)\begin{array}{c}[1]\\ [2]\\ [3]\end{array}$$

De [2]: $z = \dfrac{-60\ 000}{-6} = 10\ 000$

Sustituimos en [3]: $y = 60\ 000 - 3 \cdot 10\ 000 = 30\ 000$

Sustituimos en [1]: $x = 60\ 000 - 30\ 000 - 10\ 000 = 20\ 000$

Solución: las cantidades invertidas respectivamente en A, B y C fueron 20 000, 30 000 y 10 000 euros.

Problema 14:

$$\begin{cases} x = \text{ altura de Carlos} \\ y = \text{ altura de Antonio} \\ z = \text{ altura de Juan} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y+3(x-z)=z \\ x+y+z=515 \\ 8x=9y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(180,160,175)$$

Solución: Carlos mide 180 cm, Antonio mide 160 cm y Juan 175 cm.

Problema 15:

Sea xyz el número buscado. Como $xyz=100x+10y+z$, se tiene que:

$$\begin{cases} x+y+z=13 \\ (100x+10y+z)-(100z+10y+x)=198 \\ (100x+10y+z)+36=100x+10z+y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(7,1,5) \rightarrow 715$$

Solución: el número pedido es 715.

Problema 16:

Llamamos x, y y z a los sueldos del padre, la madre y el hijo, respectivamente.

$$\begin{cases} x+y+z=3250 \\ y=2z \\ x=\dfrac{2}{3}y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(1000,1500,750)$$

Solución: el padre cobra 1 000 €, la madre 1 500 € y el hijo 750 €.

Problema 17:

Llamamos x, y y z al número de monedas de 5, 10 y 50 céntimos, respectivamente.

$$\begin{cases} 0,05x+0,10y+0,050z=9,50 \\ y=9+z \\ \dfrac{y}{3}=\dfrac{x}{4} \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(28,21,12)$$

Solución: se tienen 28 monedas de 5 céntimos, 21 monedas de 10 céntimos y 12 monedas de 50 céntimos.

Problema 18:

Sean x, y y z las capacidades de los recipientes A, B y C, respectivamente.

$$\begin{cases} x+y+z=24 \\ x=2y \\ x+y=\dfrac{24}{2} \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(8,4,12)$$

Solución: el recipiente A tiene una capacidad de 8 L, el recipiente B de 4 L y el C de 12 L.

Problema 19:

$$\begin{cases} x = \text{ número de trabajadores de categoría A} \\ y = \text{ número de trabajadores de categoría B} \\ z = \text{ número de trabajadores de categoría C} \end{cases}$$

La empresa tiene 36 trabajadores:

$$x + y + z = 36$$

El gasto mensual en salarios es de 54 900 €:

$$900x + 1500y + 3000z = 54900$$

Quiere reducir un 5 % a la categoría A, un 4 % a la B y un 7 % a la C:

$$\frac{5}{100} \cdot 900x + \frac{4}{100} \cdot 1500y + \frac{7}{100} \cdot 3000z = \frac{5}{100} \cdot 54900$$

Por tanto:

$$\begin{cases} x + y + z = 36 \\ 900x + 1500y + 3000z = 54900 \\ \dfrac{5}{100} \cdot 900x + \dfrac{4}{100} \cdot 1500y + \dfrac{7}{100} \cdot 3000z = \dfrac{5}{100} \cdot 54900 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 36 \\ 3x + 5y + 10z = 183 \\ 3x + 4y + 14z = 183 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (11, 20, 5)$$

Solución: hay 11 trabajadores de la categoría A, 20 de la categoría B y 5 de la categoría C.

Problema 20:

$$\begin{cases} x = \text{ cantidad invertida en A} \\ y = \text{ cantidad invertida en B} \\ z = \text{ cantidad invertida en C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 20000 \\ 2x = z \\ \dfrac{6}{100}x + \dfrac{8}{100}y + \dfrac{10}{100}z = 1720 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y + z = 20000 \\ 2x - z = 0 \\ 3x + 4y + 5z = 86000 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (6000, 2000, 12000)$$

Solución: en la empresa A se invierten 6 000 €, en la empresa B se invierten 2 000 € y en la empresa C se invierten 12 000 €.

Problema 21:

$$\begin{cases} x = \text{ número de viajeros que paga el total del billete} \\ y = \text{ número de viajeros que paga el 20 \% del billete} \\ z = \text{ número de viajeros que paga el 50 \% del billete} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 500 \\ 9x + \dfrac{9}{5}y + \dfrac{9}{2}z = 2115 \\ y = 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 500 \\ 10x + 2y + 5z = 2350 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (150, 300, 50)$$

Solución: hay 150 viajeros que pagan el total del billete, 300 que pagan el 20 % del billete y 50 que pagan el 50 % del billete.

Problema 22:

$$\begin{cases} x = \text{ número de espectadores de la sala A} \\ y = \text{ número de espectadores de la sala B} \\ z = \text{ número de espectadores de la sala C} \end{cases} \to \begin{cases} x+y+z=200 \\ x+2y+3z=420 \\ 2x+y+3z=390 \end{cases} \to (x,y,z)=(50,80,70)$$

Solución: en la sala A hay 50 espectadores, en la B hay 80 y en la C hay 70.

Problema 23:

$$\begin{cases} x = \text{ número de billetes de 50 €} \\ y = \text{ número de billetes de 20 €} \\ z = \text{ número de billetes de 10 €} \end{cases} \to \begin{cases} x+y+z=225 \\ 50x+20y+10z=7000 \\ x+z=2y \end{cases} \to (x,y,z)=(100,20,50)$$

Solución: el cajero automático tiene 100 billetes de 50 €, 20 billetes de 20 € y 50 billetes de 10 €.

Problema 24:

La composición de cada barra es: $\frac{2}{10}$ es oro, $\frac{3}{10}$ es plata y $\frac{5}{10}$ es cobre, en la primera; $\frac{4}{15}$ es oro, $\frac{2}{15}$ es plata y $\frac{9}{15}$ es cobre, en la segunda; y $\frac{3}{12}$ es oro, $\frac{4}{12}$ es plata y $\frac{5}{12}$ es cobre, en la tercera.

Si tomamos x gramos de la primera barra, y gramos de la segunda barra y y gramos de la tercera barra, se tiene:

$$\begin{cases} \frac{2}{10}x+\frac{4}{15}y+\frac{3}{12}z=43 \\ \frac{3}{10}x+\frac{2}{15}y+\frac{4}{12}z=46 \\ \frac{5}{10}x+\frac{9}{15}y+\frac{5}{12}z=91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x+16y+15z=2580 \\ 18x+8y+20z=2760 \\ 30x+36y+25z=5460 \end{cases} \Rightarrow (x,y,z)=(60,60,60)$$

Solución: deberán tomar 60 g de cada barra.

Problema 25:

$$\begin{cases} x = \text{número de alumnos de Tecnología de la Información} \\ y = \text{número de alumnos de Comunicación Audiovisual} \\ z = \text{número de alumnos de Frnacés} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=35 \\ \frac{x}{y}=\frac{3}{10} \\ \frac{x}{z}=\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=35 \\ 10x-3y=0 \\ 3x-2z=0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 35 \\ 10 & -3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[-3F_1+F_3]{-10F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 35 \\ 0 & -13 & -10 & -350 \\ 0 & -3 & -5 & -105 \end{array}\right) \xrightarrow{-3F_2+13F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 35 \\ 0 & -13 & -10 & -350 \\ 0 & 0 & -35 & -315 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $z=\frac{-315}{-35}=6$

Sustituimos en [2]: $y=\frac{-350+10\cdot 6}{-13}=20$

Sustituimos en [1]: $x=35-20-6=9$

Solución: 6 alumnos estudian Tecnología de la Información, 20 Comunicación Audiovisual y 9 Francés.

Problema 26:

$$\begin{cases} x = \text{número de pantalones sin defecto} \\ y = \text{número de pantalones con defecto no apreciable} \\ z = \text{número de pantalones con defecto apreciable} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=70 \\ 20x+16y+8z=1\ 280 \\ y+z=\dfrac{4}{10}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=70 \\ 5x+4y+2z=320 \\ 2x-5y-5z=0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 5 & 4 & 2 & 320 \\ 2 & -5 & -5 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[-2F_1+F_3]{-5F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 0 & -1 & -3 & -30 \\ 0 & -7 & -7 & -140 \end{array}\right) \xrightarrow{-7F_2+F_3} \begin{array}{c} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 0 & -1 & -3 & -30 \\ 0 & 0 & 14 & 70 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $z=\dfrac{70}{14}=5$

Sustituimos en [2]: $y=\dfrac{-30+3\cdot 5}{-1}=15$

Sustituimos en [1]: $x=70-15-5=50$

Solución: hay 50 sin defecto, 15 con defecto no apreciable y 5 con defecto apreciable.

Problema 27:

$$\begin{cases} x = \text{precio de un lapicero} \\ y = \text{precio de una goma de borrar} \\ z = \text{precio de un bolígrafo} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+6y=1,6 \\ 5x+3z=2,45 \\ 5y+2z=1,3 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 0 & 0,80 \\ 5 & 0 & 3 & 2,45 \\ 0 & 5 & 2 & 1,30 \end{array}\right) \xrightarrow{-5F_1+2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 0 & 0,80 \\ 0 & -15 & 6 & 0,90 \\ 0 & 5 & 2 & 1,30 \end{array}\right) \xrightarrow{3F_3+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 0 & 0,80 \\ 0 & -15 & 6 & 0,90 \\ 0 & 0 & 12 & 4,80 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $z=\dfrac{4,80}{12}=0,40$

Sustituimos en [2]: $y=\dfrac{0,90-2\cdot 0,40}{5}=0,10$

Sustituimos en [1]: $x=\dfrac{0,80-3\cdot 0,10}{2}=0,25$

Solución: cada lapicero cuesta 0,25 €, cada goma de borrar, 0,10 € y cada bolígrafo, 0,40 €.

Problema 28:

Llamamos *x* a las centenas, *y* a las decenas y *z* a las unidades.

$$\begin{cases} x+y+z=12 \\ z=\dfrac{x+y}{2} \\ 100x+10y+z=100z+10y+x+198 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=12 \\ x+y-2z=0 \\ x-z=2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[-F_1+F_3]{-F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & 0 & -3 & -12 \\ 0 & -1 & -2 & -10 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [2]: $z=\dfrac{-12}{-3}=4$

Sustituimos en [3]: $y=\dfrac{-10+2\cdot 4}{-1}=2$

Sustituimos en [1]: $x=12-2-4=6$

Solución: el número es 624.

Problema 29:

Si el primero tarda *x* horas, el segundo *y* horas y el tercero *z* horas, en una sola hora cada uno de ellos.

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{63}\\[2mm] \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{70}\\[2mm] \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{90}\end{cases}\Rightarrow\left[\text{Llamando } a=\dfrac{1}{x},\ b=\dfrac{1}{y}\text{ y } c=\dfrac{1}{z}\right]\begin{cases}a+b=\dfrac{1}{63}\\[2mm] a+c=\dfrac{1}{70}\\[2mm] b+c=\dfrac{1}{90}\end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&\frac{1}{63}\\ 1&0&1&\frac{1}{70}\\ 0&1&1&\frac{1}{90}\end{array}\right)\xrightarrow{-F_1+F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&\frac{1}{63}\\ 0&-1&1&-\frac{1}{630}\\ 0&1&1&\frac{1}{90}\end{array}\right)\xrightarrow{F_2+F_3}\begin{array}{c}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&0&\frac{1}{63}\\ 0&-1&1&-\frac{1}{630}\\ 0&0&2&\frac{1}{105}\end{array}\right)\end{array}\begin{array}{c}[1]\\ [2]\\ [3]\end{array}$$

De [3]: $z=\dfrac{\frac{1}{105}}{2}=\dfrac{1}{210}$

Sustituimos en [2]: $y=\dfrac{-\frac{1}{630}-\frac{1}{210}}{-1}=\dfrac{2}{315}$

Sustituimos en [1]: $x=\dfrac{1}{63}-\dfrac{2}{215}=\dfrac{1}{105}$

Solución: el primero tarda 105 horas, el segundo, 157,5 horas y el terceo 210 horas.

Problema 30:

Si las edades actuales son *x*, *y* y *z*, se tiene que:

$$\begin{cases}x+y+z=63\\ y-2=5+\dfrac{x-2+z-2}{3}\\ z+4=9+\dfrac{x+4+y+4}{5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y+z=63\\ x-3y+z=-17\\ x+y-5z=-33\end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&63\\ 1&-3&1&-17\\ 1&1&-5&-33\end{array}\right)\xrightarrow[-F_1+F_3]{-F_1+F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&63\\ 0&-4&0&-80\\ 0&0&-6&-96\end{array}\right)\begin{array}{c}[1]\\ [2]\\ [3]\end{array}$$

De [3]: $z=\dfrac{-96}{-6}=16$

Sustituimos en [2]: $y=\dfrac{-80}{-4}=20$

Sustituimos en [1]: $x=63-20-16=27$

Solución: las edades actuales de los tres hermanos son 27, 20 y 16 años.

Problema 31:

$$\begin{cases} x = \text{número de votos del partido A} \\ y = \text{número de votos del partido B} \\ z = \text{número de votos en blanco} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=6464 \\ x-655=y+655 \\ 100z=x+y \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6464 \\ 4 & -1 & 0 & -1310 \\ -1 & -1 & 100 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_1+F_3]{-4F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6\ 464 \\ 0 & -5 & -4 & -27\ 166 \\ 0 & 0 & 101 & 6\ 464 \end{array}\right)\begin{array}{c}[1]\\ [2]\\ [3]\end{array}$$

De [3]: $z = \dfrac{6464}{101} = 64$

Sustituimos en [2]: $y = \dfrac{-27\ 166 + 4 \cdot 64}{-5} = 2\ 545$

Sustituimos en [1]: $x = 6\ 464 - 2\ 545 - 64 = 3\ 855$

Solución: el partido A ha obtenido 3 855 votos y el B, 2 545 votos.