

SdA 2: El verano de los números

Este verano tenéis por delante un plan increíble, pero para llevarlo a cabo necesitáis demostrar que domináis el lenguaje universal de las cantidades. Vuestro objetivo es completar el «**Pasaporte Matemático de Verano**». Para conseguirlo, deberéis superar 5 misiones reales que se presentan en vuestra vida cotidiana: financiar vuestros sueños, organizar eventos, compartir comida, competir en equipo y explorar la naturaleza.

En cada misión, descubriréis que los números no son solo símbolos, sino herramientas que pueden expresarse de diferentes formas (fracciones o decimales) según convenga. Al final, deberéis revelar el «secreto» que permite transformar unas en otras sin perder valor.

1. Misión 1: Inmersión lingüística

Sergio quiere ahorrar para hacer un curso de inmersión lingüística el próximo verano. Ha empezado a trabajar la segunda quincena de junio, ha cobrado 38,45 € cada semana y ha podido ahorrar todo el dinero que ha ganado. Durante el mes de julio cobrará 74,50 € semanales. En agosto trabajará solo tres semanas y cobrará semanalmente un 20 % más que en julio. Quiere calcular cuánto dinero habrá ahorrado a finales de agosto. ¿Cuál o cuáles de las expresiones siguientes serían las adecuadas para hacer estos cálculos?

- $2 \cdot 38,45 + 4 \cdot 74,5 + 3 \cdot 74,5 \cdot 1,2$
- $2 \cdot 38,45 + 4 \cdot 74,5 + 3 \cdot \left[74,5 + \left(74,5 \cdot \frac{20}{100} \right) \right]$
- $2 \cdot 38,45 + 4 \cdot 74,5 + 3 \cdot 74,5 + \left(74,5 \cdot \frac{20}{100} \right)$

¿Cuánto ha ahorrado? Si el curso tiene un coste de 500 €. ¿habrá ahorrado bastante para hacerlo?

2. Misión 2: Olimpiada matemática

El año pasado, el concurso de problemas de matemáticas de Ciudad Real organizó una fiesta en la que se entregaron los premios a los tres equipos finalistas. De los 300 invitados que asistieron, $\frac{1}{3}$ eran del instituto que ganó el primer premio y $\frac{2}{5}$, del instituto que ganó el tercer premio.

- De los invitados que asistieron, ¿cuántos pertenecían al instituto que ganó el tercer premio?
- De los invitados de este instituto, $\frac{2}{5}$ eran chicos y el resto, chicas. ¿Cuántas chicas había de este instituto?
- ¿Qué fracción de los invitados no eran del instituto que ganó el primer premio ni tampoco del que ganó el tercer premio?

3. Misión 3: El gran desafío de la Pizzería «La Fracción Exacta»

La pizzería «La Fracción Exacta» es famosa por sus pizzas cuadradas y por un desafío que propone a sus clientes. Tienen una pizza gigante cuadrada que mide 1 metro de lado, dividida en 100 cuadraditos iguales (10 filas \times 10 columnas). Cada cuadradito representa una centésima (0,01) de la pizza.

Un grupo de amigos pide una pizza y, para que el reparto sea justo, cada uno debe argumentar cuánta pizza se va a comer expresando su parte como una fracción irreducible.

Estas son las porciones que se han cortado y repartido:

1. Ana se come 25 cuadraditos.
 2. Bruno se come 0,2 de la pizza.
 3. Carlos se come 0,125 de la pizza.
 4. Diana se come $\frac{3}{20}$ de la pizza.
 5. Ernesto se come los cuadraditos que quedan en la bandeja después de que los demás hayan tomado su parte.
- a) Expresa en forma de fracción irreducible la parte de pizza que se come cada uno de los cuatro primeros amigos: Ana, Bruno, Carlos y Diana.
 - b) ¿Cuántos cuadraditos de pizza se come Ernesto?
 - c) Demuestra si el reparto ha sido justo (es decir, si todos han comido la misma cantidad) comprobando si todas las fracciones del primer apartado son equivalentes.

4. Misión 4: Competición deportiva

Los chicos y las chicas del pueblo donde veraneo hemos organizado una liguilla de voleibol entre cuatro equipos. Si un equipo gana un partido, consigue 3 puntos; si empata, consigue 1 punto, y si pierde $-1,5$ puntos. Cada equipo ha jugado 6 partidos.

Los resultados se muestran en la tabla adjunta.

- a) Completa la tabla con las expresiones numéricas correspondientes:

	Partidos ganados	Partidos empatados	Partidos perdidos	Expresión numérica	Puntos totales
Equipo A	5	0	1		
Equipo B	3	2	1		
Equipo C	2	1	3		
Equipo D	0	3	3		

- b) ¿Qué equipo ha ganado la competición?
- c) ¿Cuántos puntos suman entre los cuatro equipos?
- d) ¿Cuál es la diferencia de puntos entre el equipo ganador y el último equipo en la clasificación?

5. Misión 5: Ruta de senderismo por la montaña

Hemos preparado una ruta de senderismo por la montaña. La ruta empieza a 850 m sobre el nivel del mar, se enfila 850,75 m, después baja 220,5 m y, finalmente, vuelve a subir 550,80 m. Llegados a este punto, todavía estamos lejos de la cima, que se encuentra a 2 506,85 m sobre el nivel del mar.

- a) Calcula, mediante una operación combinada, los metros que nos faltan para llegar a la cima.
- b) ¿Qué diferencia de altura hay entre la cima y la parte de la montaña que está sumergida 3 921,56 m?

Pregunta de Reflexión:

A lo largo de estas misiones, has tenido que cambiar constantemente entre fracciones y decimales (por ejemplo, en la pizzería o en los puntos de voleibol).

1. ¿En qué situaciones te resultó más natural usar fracciones y en cuáles decimales?

2. Si tuvieras que explicarle a un compañero el «secreto» para saber si una fracción y un decimal representan la misma cantidad sin usar la calculadora, ¿qué le dirías?

SOLUCIONES

1. Inmersión lingüística

Datos:

Mes	Semanas trabajadas	Pago semanal
Junio (2ª quincena)	2 semanas	38,45 €
Julio	4 semanas	74,50 €
Agosto	3 semanas	74,50 € + 20 %

a) Expresión adecuada para el cálculo

Analizamos cada opción:

Opción a): $2 \cdot 38,45 + 4 \cdot 74,5 + 3 \cdot 74,5 \cdot 1,2$ ✓

- Junio: $2 \cdot 38,45 \text{ €}$
- Julio: $4 \cdot 74,50 \text{ €}$
- Agosto: $3 \cdot (74,50 \cdot 1,2) \rightarrow$ incluye el 20 % extra
- **CORRECTA**

Opción b): $2 \cdot 38,45 + 4 \cdot 74,5 + 3 \cdot (74,5 + 74,5 \cdot \frac{20}{100})$ ✓

- El aumento del 20% se expresa como suma: $74,5 + 74,5 \cdot \frac{20}{100}$
- **TAMBIÉN CORRECTA** (equivalente a la a)

Opción c): $2 \cdot 38,45 + 4 \cdot 74,5 + 3 \cdot 74,5 + 74,5 \cdot \frac{20}{100}$ ✗

- El 20 % solo se aplica una vez, no a cada semana de agosto
- **INCORRECTA**

b) Cálculo del dinero ahorrado

$$76,90 + 298,00 + 268,20 = 643,10 \text{ €}$$

c) ¿Es suficiente para el curso de 500 €?

$$643,10 \text{ €} > 500 \text{ €} \Rightarrow \text{Sí, le sobran } 143,10 \text{ €}$$

2. Olimpiada matemática

a) Invitados del instituto del 3er premio

$$\frac{2}{5} \text{ de } 300 = \frac{2 \cdot 300}{5} = 120 \text{ personas}$$

b) Chicas de este instituto

$$\text{Si } \frac{2}{5} \text{ eran chicos} \rightarrow \frac{3}{5} \text{ eran chicas: } \frac{3}{5} \text{ de } 120 = \frac{360}{5} = 72 \text{ chicas}$$

c) Fracción que NO era de ninguno de esos dos institutos

Sumamos las fracciones conocidas: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$

Fracción restante: $1 - \frac{11}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$

Verificación en personas: $\frac{4}{15}$ de 300 = 80 personas ✓

3. La Pizzería «La Fracción Exacta»

Pizza cuadrada de 1 m de lado = 100 cuadraditos = 1 unidad completa

a) Fracciones irreducibles de cada amigo

Persona	Porción	Cálculo	Fracción irreducible
Ana	25 cuadraditos	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$
Bruno	0,2 de la pizza	$\frac{2}{10} = \frac{20}{100}$	$\frac{1}{5}$
Carlos	0,125 de la pizza	$\frac{125}{1000} = \frac{12,5}{100}$	$\frac{1}{8}$
Diana	$\frac{3}{20}$ de la pizza	Ya es irreducible	$\frac{3}{20}$

b) Cuadraditos que se come Ernesto

Primero calculamos cuántos cuadraditos han comido los demás:

$$25 + 20 + 15 + 12,5 = 72,5$$

Ya que $\frac{3}{20} = \frac{15}{100}$.

Ernesto se come el resto: $100 - 72,5 = 27,5$ cuadraditos

c) ¿Fue justo el reparto? (¿Son equivalentes las fracciones?)

Comparamos las fracciones en forma decimal:

Persona	Fracción	Valor decimal
Ana	$\frac{1}{4}$	0,25
Bruno	$\frac{1}{5}$	0,20
Carlos	$\frac{1}{8}$	0,125
Diana	$\frac{3}{20}$	0,15
Ernesto	$\frac{11}{40}$	0,275

$$0,25 \neq 0,20 \neq 0,125 \neq 0,15 \neq 0,275$$

✗ NO, el reparto NO fue justo. Cada uno comió una cantidad diferente.

4. Competición deportiva de voleibol

Sistema de puntuación:

- Victoria: + 3 puntos
- Empate: + 1 punto
- Derrota: -1,5 puntos

Cada equipo juega 6 partidos.

	Partidos ganados	Partidos empatados	Partidos perdidos	Expresión numérica	Puntos totales
Equipo A	5	0	1	$3 \cdot 5 + 1 \cdot 0 + (-1,5 \cdot 1)$	13,5
Equipo B	3	2	1	$3 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + (-1,5 \cdot 1)$	9,5
Equipo C	2	1	3	$3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + (-1,5 \cdot 3)$	2,5
Equipo D	0	3	3	$3 \cdot 0 + 1 \cdot 3 + (-1,5 \cdot 3)$	-1,5

Procedimiento general para resolver:

Expresión numérica para cada equipo:

$$\text{Puntos} = 3G + 1E + (-1,5P) \text{ donde } G + E + P = 6$$

a) **Equipo ganador:** el equipo A ha ganado la competición con 13,5 puntos.

b) **Puntos totales de los cuatro equipos:** sumar las puntuaciones de A + B + C + D.

$$\text{Total} = 13,5 + 9,5 + 2,5 - 1,5 = 24 \text{ puntos}$$

d) **Diferencia entre 1º y 4º clasificado:** $\text{Diferencia} = \text{Puntos}(1^\circ) - \text{Puntos}(4^\circ)$

$$\text{Diferencia} = 13,5 - (-1,5) = 13,5 + 1,5 = 15 \text{ puntos}$$

5. Ruta de senderismo por la montaña

a) **Metros que faltan para llegar a la cima**

Paso 1: Calcular la altitud actual tras el recorrido: $850 + 850,75 - 220,5 + 550,80$

Paso 2: Calcular lo que falta para la cima: $2506,85 - 2031,05 = 475,80 \text{ m}$

b) **Diferencia de altura entre la cima y la zona sumergida**

La zona sumergida está a $-3921,56 \text{ m}$ (bajo el nivel del mar).

Diferencia = Altura cima - Altura zona sumergida:

$$2506,85 - (-3921,56) = 2506,85 + 3921,56 = 6428,41 \text{ m}$$