

Números naturales. Potencias. Divisibilidad

Propiedades de las operaciones con números naturales

- Indica la propiedad que estamos aplicando en cada caso:

a) $226 + 254 = 254 + 226$	e) $5 \cdot 15 = 15 \cdot 5$
b) $42 + (58 + 85) = (42 + 58) + 85$	f) $12 \cdot (14 \cdot 10) = (12 \cdot 14) \cdot 10$
c) $15 \cdot (5 + 10) = 15 \cdot 5 + 15 \cdot 10$	g) $(12 + 8) \cdot 9 = 12 \cdot 9 + 8 \cdot 9$
d) $3 \cdot 15 = 15 \cdot 3$	h) $15 \cdot 15 + 15 \cdot 1 = 15 \cdot (15 + 1)$
- Completa e indica la propiedad correspondiente:

$$2 \cdot 5 = \square \cdot 2 \quad 5 \cdot (3 + 6) = 5 \cdot \square + 5 \cdot \square \quad 8 + \square = 8 \quad 7 \cdot \square = 7$$
- Completa para que las siguientes igualdades sean ciertas:

a) $(\square + 2) \cdot 5 = 15$	d) $2 + \square \cdot 5 = 17$
b) $25 : (\square \cdot 5) = 1$	e) $(32 : 8) : (2 + \square) = 1$
c) $4 \cdot \square : (3 + 3) = 6$	f) $(\square \cdot 5) : (10 - 5) = 6$
- Coloca los paréntesis necesarios para que se cumplan las siguientes igualdades:

a) $3 \cdot 6 + 8 : 2 - 18 : 3 = 24$	c) $18 : 9 : 3 + 15 \cdot 7 - 5 = 36$
b) $7 - 2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 31$	d) $5 - 2 \cdot 2 \cdot 12 - 3 \cdot 3 + 15 - 4 = 14$

Relaciones inversas entre las operaciones

Son operaciones que revierten los efectos de la otra operación, esto es, cuando aplicamos una y luego la otra, volvemos a obtener el resultado original.



Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=VMBesaEdFcl>

- Completa con la operación inversa correspondiente:

a) $14 + 10 \square 10 = 14$	c) $85 \cdot 15 \square 15 = 85$	e) $\square^{5^2} = 5$
b) $85 - 15 \square 15 = 85$	d) $125 : 5 \square 5 = 125$	f) $\sqrt{32 \square} = 32$

Operaciones combinadas con números naturales

6. Realiza, paso a paso, las siguientes operaciones combinadas:

1) $4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 - 25$

5) $3 \cdot 5 - 12 + 3 \cdot 6$

2) $6 \cdot 3 - 4 - 8$

6) $28 - 4 \cdot 5 + 3 - 1$

3) $6 \cdot 5 - 10 + 8 : 4$

7) $19 + 10 : 2 - 8 \cdot 3$

4) $15 : 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4$

8) $4 \cdot 7 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 5$

7. Realiza, paso a paso, las siguientes operaciones combinadas con números naturales:

1) $2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 - 2 \cdot 4$

2) $10 \cdot (3 + 8 - 6)$

3) $(4 + 8 - 3 + 5) \cdot 4 + 2$

4) $(6 + 8) : 2 + 18 : (5 + 4)$

5) $8 + (10 - 15 : 3) + 3 \cdot 4 - 6$

6) $6 \cdot 3 - (2 + 5 \cdot 2) + (5 \cdot 3 - 8) - 1$

7) $8 \cdot 3 : 4 : (10 : 2 - 4) + 20$

8) $4 \cdot 2 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot (17 - 5 \cdot 3) - 2 \cdot 3$

9) $4 \cdot (9 - 3) + 5 \cdot (12 - 7)$

10) $17 - 3 \cdot (8 - 4) + 54 : 2$

11) $(4 + 2) \cdot 8 - (14 - 7) : 7$

12) $5 \cdot (3 + 9 : 3) + 2 \cdot (11 - 8 : 4)$

13) $12 \cdot 3 + 18 : (18 : 6 + 3) - 4$

14) $9 \cdot (48 - 41) - 1 \cdot (23 - 19) - 4 : 2$

15) $(3 \cdot 4 + 4 \cdot 5) - (12 : 3 + 20 : 4) + 2 \cdot 5 - 6$

16) $(16 - 3 \cdot 4) + 3 \cdot (15 - 15 : 3) - 2 \cdot (20 : 2 - 8)$

17) $5 \cdot [3 + 2 \cdot (2 + 5 - 3)] - 10 \cdot 2 : 5$

18) $[(3 + 12 - 5) : 2 - 4 + 2] \cdot (4 + 2 - 1)$

19) $(1 + 7 - 3) \cdot (3 + 2) - 30 : (5 - 2 + 3)$

20) $6 - (5 - 3 + 2) - [6 - (6 - 3 + 1) - 2]$

21) $4 \cdot [3 + 6 \cdot (5 + 3 - 6)] - 3 \cdot [5 - (1 + 2)]$

22) $(15 - 4) + 3 - (12 - 5 \cdot 2) + (5 + 16 : 4) : 3 - 5$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 2 \cdot [(10 + 5 - 3) : 2 - 4 + 2] \cdot (2 + 3 - 1) &= \\ = 2 \cdot [12 : 2 - 4 + 2] \cdot (2 + 3 - 1) &= \\ = 2 \cdot [6 - 4 + 2] \cdot (2 + 3 - 1) &= \\ = 2 \cdot 4 \cdot 4 &= \\ = 32 & \end{aligned}$$

$$23) (5 + 3 \cdot 2 : 6 - 4) \cdot (8 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2)$$

$$24) 2 \cdot \{4 \cdot [3 + 4 \cdot (5 \cdot 3 - 12)]\} - 3 \cdot (15 - 8)$$

8. Efectúa, paso a paso, las siguientes operaciones combinadas:

$$1) 14 - [12 + 8 : (10 - 3 \cdot 2) - 9]$$

$$5) (15 - 9) : [16 - (3 \cdot 3 + 5)]$$

$$2) 88 - [33 - (8 \cdot 12 - 5 \cdot 17) + 42]$$

$$6) (3 \cdot 50 + 15 \cdot 2) : (2 \cdot 4 + 1) : (2 : 2)$$

$$3) 3 \cdot 5 \cdot (18 - 3 \cdot 5) - (10 + 4 \cdot 5)$$

$$7) [(8 - 2 \cdot 2) + 4 \cdot (5 - 1) : 8] \cdot (7 - 2)$$

$$4) 14 + 3 \cdot (25 - 8 \cdot (14 - 6 \cdot 2) - 6)$$

$$8) [(16 + 3 \cdot 8 - 40) : (12 + 24 : 6)] + 1$$

Problemas de números naturales

9. Teresa gana 1 670 € al mes. Paga una letra de 384 € y, además, tiene unos gastos de 950 €. ¿Cuánto ahorra cada mes?

10. Para comprar un sofá de 1 458 € y un sillón de 324 €, la familia Antúnez entrega 750 € en efectivo y deja el resto aplazado. ¿A cuánto asciende la deuda contraída?

11. Un camión de reparto transporta 15 cajas de refrescos de naranja y 12 cajas de limón. ¿Cuántas botellas lleva en total si cada caja contiene 24 unidades?

12. En la familia Smith, el padre, Jonathan, cobra 1 940 dólares al mes. Si gana 720 dólares más que Jon, el hijo mayor, 880 más que Cathy, la hija que sigue, más joven, y 280 menos que Catherine, su mujer, ¿cuáles son los ingresos mensuales de la familia?

13. Un autobús con 54 turistas a bordo sufre una avería camino del aeropuerto. Como no hay tiempo, pues el avión no espera, el responsable del grupo decide acomodar a los viajeros en taxis de cuatro plazas. ¿Cuántos taxis necesitan?

14. Queremos repartir 7 704 € entre tres personas. La primera recibe 1 645 €, la segunda 257 € más que la primera y la tercera persona recibe el resto. ¿Cuánto recibe cada una?

15. En un hipermercado compran las naranjas por cajas de 75 kg. ¿Cuántos kilogramos de naranjas habrá en total si ayer descargaron 568 cajas y esta mañana, 320 cajas?

16. Tus amigos y tú habéis pensado hacer un regalo a una buena amiga vuestra. ¿Cuántos euros conseguiréis si cada uno de vosotros aporta 6 € y sois 17 amigos en total?

17. Tus padres y tú habéis decidido pasar unos días en un apartahotel junto al mar. ¿Cuántos días podréis estar si disponéis de 2 115 € y cada día de estancia tiene un precio de 73 €?

18. Un edificio tiene una planta baja y cuatro pisos. La planta baja tiene 5 m de altura y cada uno de los pisos 3 m. ¿Cuál es la altura del edificio?

- 19.** Un barco lleva 502 pasajeros y ha hecho paradas en tres puertos. En el primero bajan 256 pasajeros, en el segundo suben 162 pasajeros y en el tercero bajan 84 pasajeros. ¿Cuántos pasajeros quedan en el barco tras las tres paradas?
- 20.** Para hacer una tarta grande de manzana se necesitan 3 manzanas y para hacer una pequeña se necesitan 2 manzanas. ¿Cuántas manzanas son necesarias para hacer cuatro tartas grandes y seis pequeñas?
- 21.** En una hucha hay 246 € y en otra, 114 €.
 a) Si todo el dinero está en monedas de 2 €, ¿cuántas monedas hay entre las dos huchas?
 b) ¿Y si estuvieran en billetes de 5 €?
- 22.** En una sala de cine hay 36 filas con 15 butacas en cada fila. Si hay 146 personas sentadas en la sala, ¿cuántas butacas hay vacías?
- 23.** En el garaje se van a cambiar las ruedas a cuatro motos, cinco camiones de 6 ruedas y seis coches, ¿cuántas ruedas se cambiarán en total?
- 24.** ¿Cuánto dinero hay en una cartera que contiene 2 billetes de 20 €, 3 de 10 €, 6 de 5 € y 4 monedas de 2 €?

¿Cómo escribir números grandes? Notación exponencial

Curiosidad histórica

Arquímedes: el padre de la notación científica. El primer intento de representar números grandes fue emprendido por el matemático y filósofo griego Arquímedes, descrito en su obra «El contador de Arena» en el siglo III a. C. Ideó un sistema de representación numérica para estimar cuántos granos de arena existían en el universo. Dicha representación numérica se corresponde con las potencias que usamos en la actualidad.

- 25.** Realiza, paso a paso, las siguientes operaciones combinadas con números naturales:
- | | |
|--|--|
| 1) $4 \cdot 5^2 - 9^5 : 9^3$ | 6) $9^2 - 4^3 + 5^2$ |
| 2) $10^4 \cdot 10^2 : (10^2 \cdot 10^3)$ | 7) $3 \cdot 2^3 - (5 - 4)^4 + 2 \cdot 3^2$ |
| 3) $2^3 \cdot 4^3 - 2 \cdot 5^2$ | 8) $3^2 \cdot (2^2 + 1) - (4^2 - 3^2) : 2^0$ |
| 4) $5^3 : (4 + 7 \cdot 3) - 2$ | 9) $3^2 : (5^0 + 4^0 + 1^3) + 3^2$ |
| 5) $3^4 - 3^2 + 3^5 - 3^2$ | 10) $2^{10} : 2^8 \cdot 3^2 - 4^2 : 2^4$ |
- 26.** Realiza las siguientes operaciones combinadas, teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones:
- | | |
|--|--|
| a) $2^3 + 4 \cdot 5$ | g) $5 \cdot (8 - 2) - 2^2$ |
| b) $8 \cdot (5 + 2) - 6^2$ | h) $\sqrt{25} - \sqrt{16} + 3^3$ |
| c) $2 \cdot (5 + 6)^2$ | i) $2^2 \cdot 4 + \sqrt{49}$ |
| d) $\sqrt{144} : \sqrt{16} + 2 \cdot 5$ | j) $4 \cdot (5 - 3) + 3^2$ |
| e) $3 + \sqrt{16} + 2 \cdot (3^2 - 4)$ | k) $\sqrt{36} + \sqrt{25} - 1$ |
| f) $2^3 \cdot 3 + \sqrt{25} - 2 - \sqrt{36}$ | l) $6^2 : \sqrt{36} + 2 \cdot (2^2 - 2)^2$ |

27. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

- | | |
|---|---|
| a) $19 - 18 : 3 + 8^2$ | g) $(5 \cdot 10^2)^2 - 3 \cdot 10^4$ |
| b) $5 + 3 \cdot 2 - \sqrt{4} + (9 - 1) : 2$ | h) $5 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^3 : (2 \cdot 10^8)$ |
| c) $6 - 2 \cdot (5 - 3) + \sqrt{121} + 12$ | i) $(2 \cdot 3)^2 - 2^3 - 3^2$ |
| d) $14 + 2 \cdot 3^2 - 8 : 2 - \sqrt{64}$ | j) $18 + 2 \cdot \sqrt{9} - 3^2 + 5$ |
| e) $64 : (2 + 6)^2 + 7 \cdot (4 - 2)$ | k) $(2^2 \cdot 3)^2 : 6 - 2 \cdot 5 + \sqrt{144}$ |
| f) $28 - 3^2 \cdot (6 : 2) + \sqrt{196}$ | l) $2 \cdot (8 : 2 + 3) - 3 \cdot \sqrt{4}$ |

Problemas de potencias y raíces cuadradas

28. Si disponemos de 150 baldosas cuadradas, ¿cuántas nos sobrarán si con ellas queremos formar el mayor cuadrado posible?
29. La diferencia de los cuadrados de dos números es igual a 40. Si el número mayor es 11, ¿cuál es el otro número?
30. ¿Cuántos cuadrados blancos tiene un tablero de ajedrez, si tiene 8 cuadrados por lado?
31. Juan tiene 3 hijos. Cada uno de ellos tiene a su vez tres hijos, y éstos también tienen tres hijos cada uno. ¿Cuántos biznietos tiene Juan?
32. El suelo de una habitación cuadrada tiene 225 baldosas de 30×30 cm. ¿Cuánto mide cada lado de la habitación?
33. Una cadena hotelera cuenta con 5 hoteles. Cada hotel contiene 5 plantas; cada planta, 5 habitaciones y en cada habitación hay dos camas. Calcula el número total de camas de que dispone la cadena hotelera, expresando el resultado en forma de potencia, y después calculándolo.
34. La superficie de un cuadrado es de 81 cm^2 . ¿Cuánto mide su lado? ¿Cuánto mediría la superficie del cuadrado si aumentásemos el lado en 1 cm?

Problemas de divisibilidad, m.c.d. y m.c.m.

35. Rosa ha sacado de la hucha un montón de monedas, todas iguales, y ha comprado un lapicero de 70 céntimos. Después, ha vuelto a la tienda y ha comprado un bolígrafo de 80 céntimos. ¿Cuál puede ser el valor de cada una de esas monedas si siempre ha dado el precio exacto? (Busca todas las soluciones posibles).
36. Victoria tiene fichas de colores que puede apilar en montones de 8 y, también, en montones de 10 sin que sobre ninguna. Explica cuántas fichas puede tener Victoria y justifica tu respuesta.
37. Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuándo volverán a coincidir?
38. ¿De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno?

- 39.** Se han construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?
- 40.** Supón que tienes una hoja de papel de 30 cm × 21 cm, y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadros fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros?
- 41.** Alberto tiene 45 fichas rojas y 36 fichas verdes, y quiere apilarlas en columnas iguales, lo más altas que sea posible, y sin mezclar colores en la misma pila. ¿Cuántas fichas pondrá en cada montón?
- 42.** El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde, cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?
- 43.** Los trenes a Miramar salen cada 18 min, y los de Arandilla, cada 24 min. Si son las 15 h 45 min, y salen a la vez, ¿cuándo volverán a coincidir?
- 44.** Se desea partir una cartulina de 48 cm × 60 cm en tarjetas cuadradas que tengan entre cinco y diez centímetros de lado. ¿Cuál debe ser el tamaño de las tarjetas para no desperdiciar recortes de cartulina?
- 45.** Antonio tiene entre 40 y 50 años, justo el triple que su hijo Julio, que tiene menos de 15. ¿Cuántos años tiene cada uno?