

SdA 1: Investigación multidisciplinar

Imaginad que habéis sido seleccionados como becarios en el Centro Internacional de Investigación Aplicada. Durante esta semana, vuestro objetivo no es solo resolver ejercicios de matemáticas, sino utilizar los números enteros como una herramienta universal para interpretar datos reales en diferentes departamentos del centro.

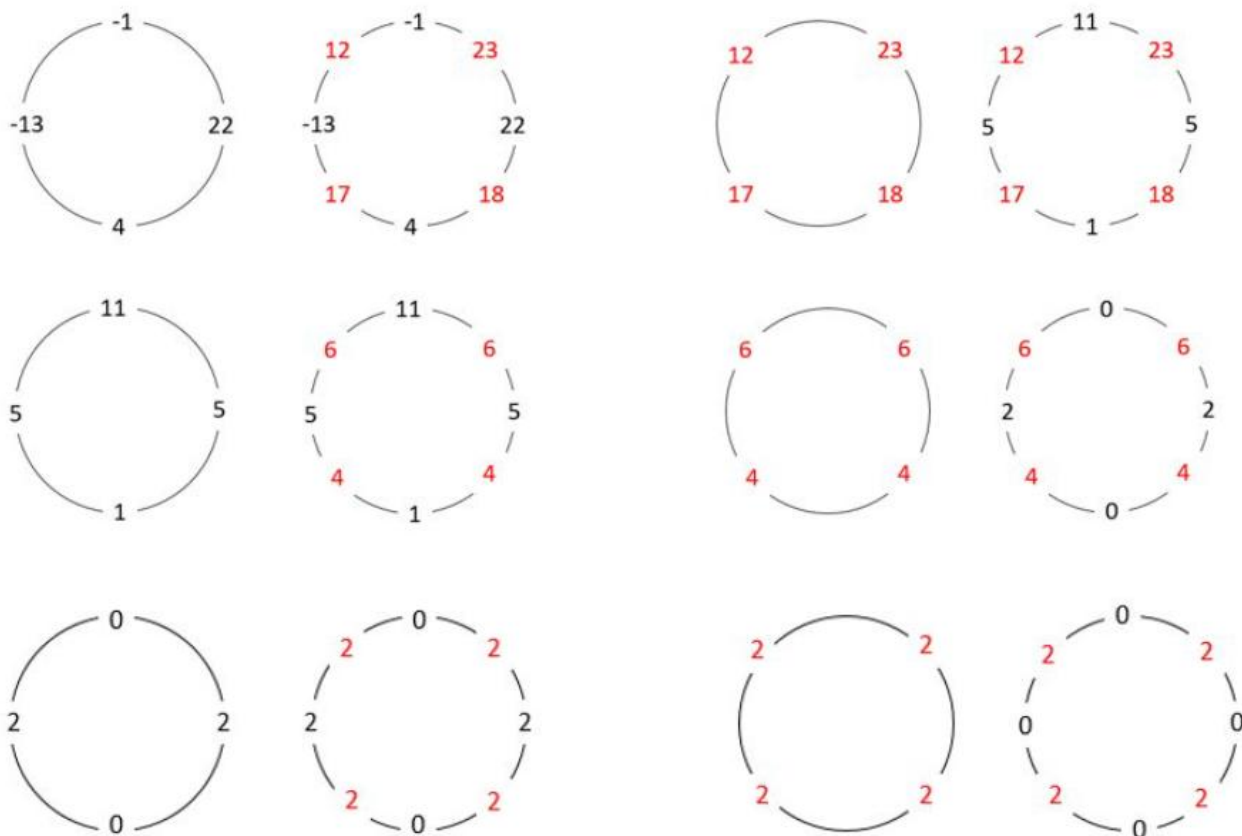
Vuestro recorrido os llevará por cinco estaciones críticas:

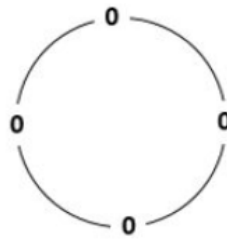
1. Criptografía matemática: descifrar patrones ocultos mediante el Teorema de Ducci.
2. Navegación y geometría: calcular trayectorias y desplazamientos en planos coordenados.
3. Laboratorio climático: analizar estados de la materia basándoos en temperaturas bajo cero.
4. Ingeniería marina: coordinar operaciones de seguridad en una plataforma petrolífera y submarinos.
5. El laboratorio de física y química: entender la estabilidad de los compuestos mediante la suma de cargas iónicas.

Solo dominando el lenguaje de los positivos y los negativos podréis completar el informe final y demostrar que las matemáticas son el lenguaje con el que está escrito el universo."

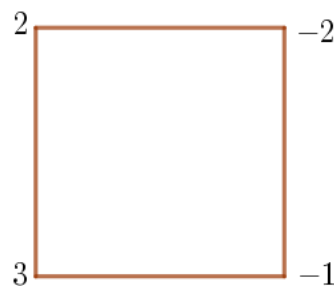
1. Criptografía matemática: Teorema de Ducci

Coloca cuatro números enteros sobre una circunferencia o sobre un cuadrado. Calcula los valores absolutos de las diferencias entre pares de números adyacentes. Escribe estos valores entre los números correspondientes, borra los números anteriores y repite el proceso. ¿Qué sucede? (El objetivo es llegar al ciclo $0 - 0 - 0 - 0$).



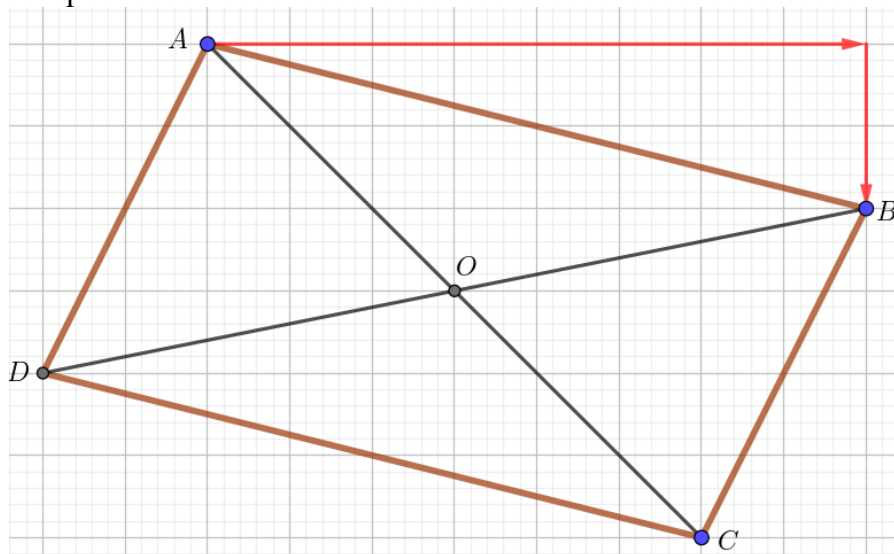


Los números con los que tienes que trabajar son: -2 , 2 , 3 y -1 .



2. Navegación y geometría

En el siguiente paralelogramo definimos, con dos números enteros, el desplazamiento que nos lleva desde el punto A al punto B .



Desplazamiento desde A hasta $B \rightarrow (+8, -2)$

- ¿Cómo definirías con el mismo código, el desplazamiento desde B hasta A ?
- ¿De qué vértice a qué vértice irías con el desplazamiento $(-2, -4)$?
- Expresa, con el mismo código, los desplazamientos que llevan desde el centro O a cada uno de los vértices.

3. Laboratorio climático

Los estados de la materia son diferentes formas en las que podemos encontrar algunas sustancias puras o mezclas dentro de la naturaleza. Así, bajo las mismas condiciones de presión, las sustancias pueden cambiar de estado (sólido, líquido o gaseoso) al variar la temperatura. Observa las siguientes temperaturas de fusión (aproximadas) y responde a las siguientes preguntas:

Sustancia	Agua	Aceite	Mercurio	Vinagre	Alcohol	Oro
Temp. (°C)	0	23	-39	-2	-97	1064

- Define temperatura de fusión.
- Ordena las sustancias de menor a mayor punto de fusión.
- Un congelador tiene una temperatura de -20°C . Explica qué sustancias se encuentran en estado líquido y cuáles en estado sólido dentro del congelador a esa temperatura.

4. Ingeniería marina

Una plataforma petrolífera marina se sostiene sobre flotadores, a 55 m sobre la superficie del agua, anclada en una zona con una profundidad de 470 m.

Sobre ella, hay una grúa de 35 m de altura, de la que pende un cable y, en su extremo, un batiscafo auxiliar que se utiliza para los trabajos de mantenimiento de la plataforma.

En este momento, la grúa ha largado 120 m de cable y sigue bajando el batiscafo a razón de un metro cada tres segundos.

- Define batiscafo.
- ¿Cuál o cuáles de estas expresiones representan la distancia del batiscafo al fondo en este momento?

$$470 + 55 + 35 - 120$$

$$470 - [120 - (55 + 35)]$$

$$(470 + 55) - (120 - 35)$$

- ¿Cuánto tardará el batiscafo en llegar al fondo?
- ¿Cuánto tardará la grúa en izar el batiscafo hasta la superficie de la plataforma, si sube a la misma velocidad que baja?

5. El laboratorio de física y química

Estás ayudando en un laboratorio a calibrar un termómetro muy preciso que mide temperaturas en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$). Como sabes, los números enteros son perfectos para representar temperaturas.

La fusión y la ebullición:

La temperatura de fusión del alcohol es de -114°C y su temperatura de ebullición es de 78°C .

- Define temperatura de ebullición.
- ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el punto de ebullición y el punto de fusión? Realiza la operación con números enteros.

El experimento congelante:

En un experimento, una sustancia parte de una temperatura de -5°C . Se calienta y su temperatura aumenta 35°C . Luego, se enfría bruscamente y su temperatura desciende 42°C .

- ¿A qué temperatura queda la sustancia después de estos cambios? Realiza la operación combinada necesaria.

Los iones y sus cargas:

Un ion es un átomo que ha ganado o perdido electrones, lo que le da una carga eléctrica neta. Perder electrones da carga positiva (+) y ganarlos, carga negativa (-).

- El catión Sodio tiene una carga de $+1$ (Na^+). El anión Cloruro tiene una carga de -1 (Cl^-). ¿Cuál es la carga total (suma de las cargas) del compuesto cloruro de sodio (NaCl), formado por un ion de cada tipo? Si la carga total es 0, se dice que el compuesto es estable. ¿Es estable el cloruro de sodio?
- El óxido de aluminio (Al_2O_3) está formado por iones Aluminio (Al^{3+}) y iones Oxígeno (O^{2-}). Para que la molécula sea neutra:

- i) ¿Cuál es la carga total de los 2 iones de Aluminio?
- ii) ¿Cuál es la carga total de los 3 iones de Oxígeno?
- iii) Comprueba que la suma total de las cargas es 0.

Pregunta de reflexión

«Si los números negativos no existieran o no los utilizáramos, ¿cómo tendríamos que describir situaciones cotidianas como una deuda bancaria, un sótano, una temperatura bajo cero o la carga de un electrón? ¿Crees que los números enteros son un invento matemático o un descubrimiento de la realidad?»

SOLUCIONES

1. Teorema de Ducci

- **Inicio:** $(-2, 2, 3, -1)$
- **Iteración 1:** Calculamos la diferencia absoluta entre vecinos (incluyendo el último con el primero).
 - $|-2 - 2| = |-4| = 4$
 - $|2 - 3| = |-1| = 1$
 - $|3 - (-1)| = |4| = 4$
 - $|-1 - (-2)| = |1| = 1$
 - **Resultado:** $(4, 1, 4, 1)$
- **Iteración 2:**
 - $|4 - 1| = 3$
 - $|1 - 4| = 3$
 - $|4 - 1| = 3$
 - $|1 - 4| = 3$
 - **Resultado:** $(3, 3, 3, 3)$
- **Iteración 3:**
 - $|3 - 3| = 0$
 - $|3 - 3| = 0$
 - $|3 - 3| = 0$
 - $|3 - 3| = 0$
 - **Resultado:** $(0, 0, 0, 0)$

Conclusión: El proceso converge al ciclo $0 - 0 - 0 - 0$ en 3 iteraciones.

2. Desplazamientos en el paralelogramo

a) $(-8, +2)$

b) Corresponde al desplazamiento desde el vértice **A** hasta el **D**.

c) $O \rightarrow A: (-3, +3)$

$O \rightarrow B: (+5, +1)$

$O \rightarrow C: (+3, -3)$

$O \rightarrow D: (-5, -1)$

3. Los estados de la materia

a) Es la temperatura específica a la cual una sustancia pasa del estado **sólido al estado líquido** a una presión determinada.

b) **Ordena las sustancias de menor a mayor punto de fusión.**

1. Alcohol (-97)
2. Mercurio (-39)

3. Vinagre (-2)
4. Agua (0)
5. Aceite (23)
6. Oro (1064)

$$\text{Alcohol} < \text{Mercurio} < \text{Vinagre} < \text{Agua} < \text{Aceite} < \text{Oro} \\ -97 < -2 < 0 < 23 < 1064$$

c) Regla: si la temperatura del congelador (-20) es **mayor** que el punto de fusión, la sustancia está **líquida**. Si es **menor**, está **sólida**.

- **Líquidas (Punto de fusión < -20):**
 - Alcohol ($-97 < -20$)
 - Mercurio ($-39 < -20$)
- **Sólidas (Punto de fusión > -20):**
 - Vinagre ($-2 > -20$)
 - Agua ($0 > -20$)
 - Aceite ($23 > -20$)
 - Oro ($1064 > -20$)

4. Plataforma petrolífera

a) Es un vehículo submarino tripulado o no, diseñado para explorar las profundidades del océano.

b) ¿Cuál expresión representa la distancia del batiscafo al fondo en este momento?

- Altura total de la punta de la grúa respecto al nivel del mar = $55 + 35 = 90$ m.
- Posición del batiscafo respecto al nivel del mar = $90 - 120 = -30$ m (30 m bajo el agua).
- Distancia al fondo (que está a -440 m = $|-470 - (-30)| = 440$ m
- La expresión lógica matemática es:
Profundidad total + Altura plataforma + Altura grúa - Cable largado.
- Expresión correcta: $470 + 55 + 35 - 120$

c) ¿Cuánto tardará el batiscafo en llegar al fondo?

- Distancia restante: 440 m
- Velocidad: 1m / 3s.
- Tiempo: $440 \cdot 3 = 1320$ segundos
- En minutos: $\frac{1320}{60} = 22$ minutos

d) ¿Cuánto tardará la grúa en izar el batiscafo hasta la superficie de la plataforma?

- Posición actual del batiscafo: -30 m (respecto al nivel del mar)
- Objetivo: Superficie de la plataforma ($+55$ m)
- Distancia a subir: $55 - (-30) = 85$ m
- Tiempo: $85 \cdot 3 = 255$ segundos (4 minutos y 15 segundos)

5. El laboratorio de física y química

a) Es la temperatura a la cual la presión de vapor de un líquido iguala a la presión ambiental, provocando que el líquido pase al estado **gaseoso** de forma rápida en toda su masa.

b) Diferencia de temperatura entre el punto de ebullición y de fusión del alcohol

- Ebullición: $78\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Fusión: $-114\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Operación: $78 - (-114) = 78 + 114 = 192\text{ }^{\circ}\text{C}$

c) Experimento congelante: temperatura final

- Inicio: $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Aumenta 35: $-5 + 35 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Desciende 42: $30 - 42 = -12\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Operación combinada:

$$-5 + 35 - 42 = -12\text{ }^{\circ}\text{C}$$

d) Carga del cloruro de sodio (NaCl)

- Catión Sodio (Na^+): $+1$
- Anión Cloruro (Cl^-): -1
- Carga total: $(+1) + (-1) = 0$
- ¿Es estable? Sí, porque su carga neta es 0 (es neutro)

e) Óxido de aluminio (Al_2O_3).

- Iones: Aluminio (Al^{3+}), Oxígeno (O^{2-})
- i) Carga total de los 2 iones de Aluminio: $2 \cdot (+3) = +6$
- ii) Carga total de los 3 iones de Oxígeno: $3 \cdot (-2) = -6$
- iii) Comprueba que la suma total es 0: $(+6) + (-6) = 0$. La molécula es neutra.

Pregunta de reflexión

Sin los números negativos, tendríamos que usar frases largas para explicar cosas como «debo dinero», «hace mucho frío» o «estoy bajo tierra». Los enteros nos permiten escribir todo eso de forma rápida y clara con un solo símbolo: -50 € , $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$, -2...

Por eso, los números enteros son una herramienta útil que creamos para describir la realidad de forma más sencilla.