

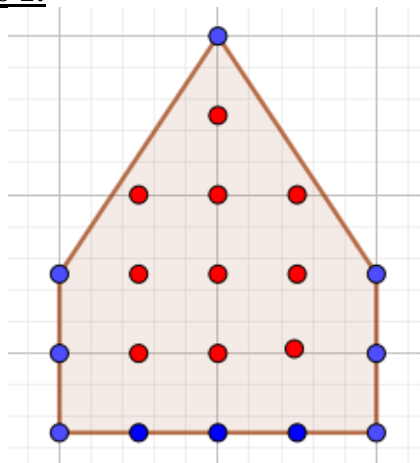
SdA 12: De teorema en teorema: áreas contando puntos

Teorema de Pick [Georg Alexander Pick¹ (1899)]

En un **polígono simple cuyos vértices tienen coordenadas enteras**, si B es el número de puntos enteros en el borde e I el número de puntos enteros en el interior del polígono, entonces el área A del polígono se puede calcular con la fórmula:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

Ejemplo 1:



Aplicando el teorema de Pick:

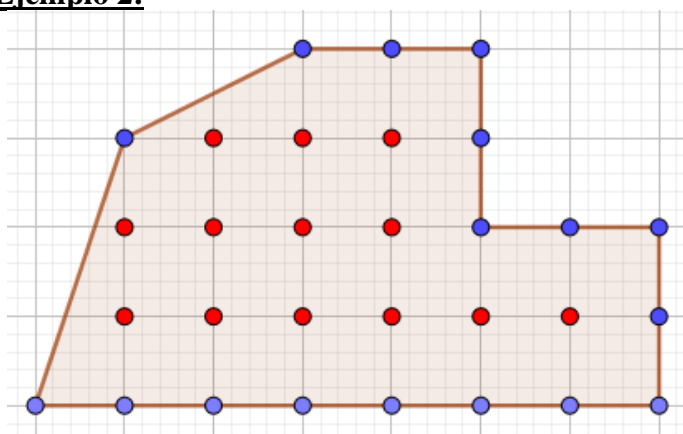
$$I = 10$$

$$B = 10$$

Así:

$$\text{Área} = 10 + \frac{10}{2} - 1 = 14$$

Ejemplo 2:



Aplicando el teorema de Pick:

$$I = 13$$

$$B = 17$$

Así:

$$\text{Área} = 13 + \frac{17}{2} - 1 = \frac{41}{2} = 20,5$$

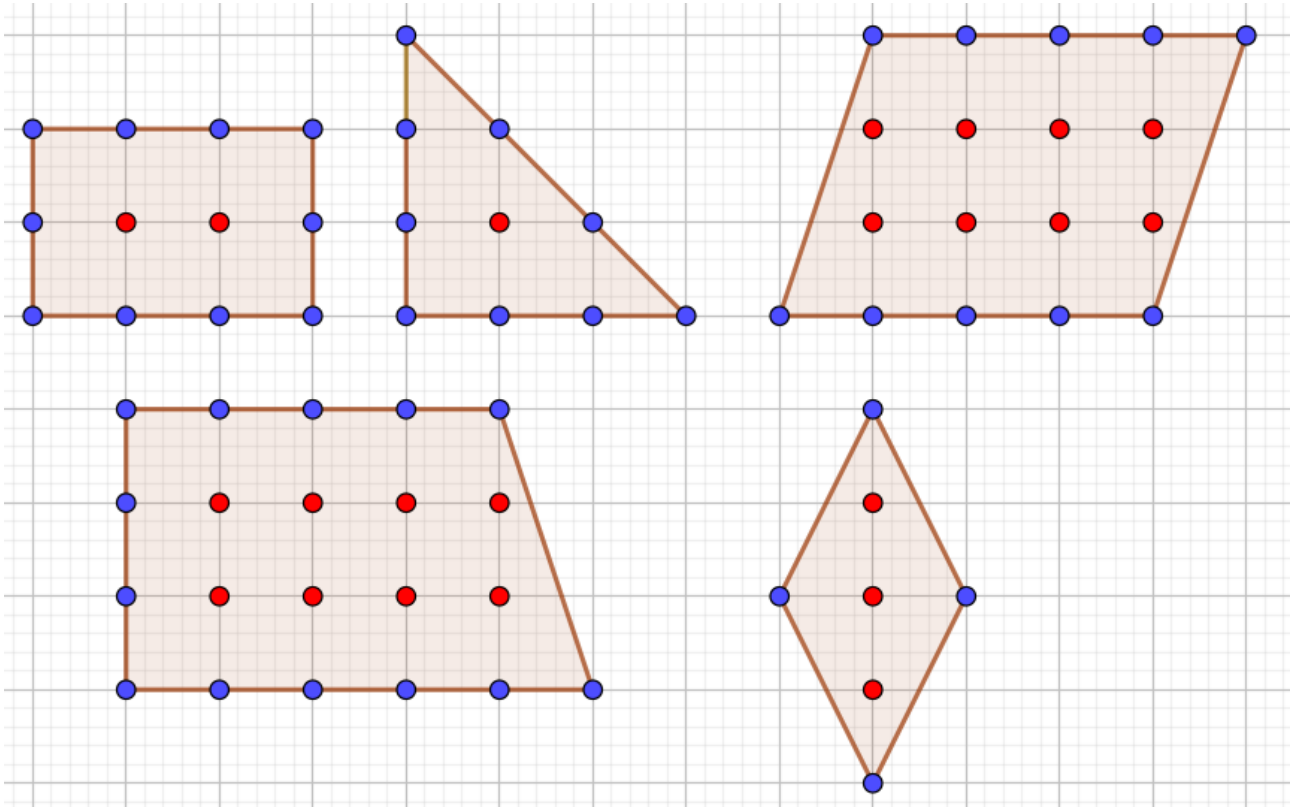
¹ Georg Alexander Pick (10 de agosto de 1859 - 26 de julio de 1942) fue un matemático de origen judío nacido en Austria. Murió durante la Segunda Guerra Mundial en el Campo de concentración de Theresienstadt, donde había sido internado tras la invasión alemana.

Es conocido por el Teorema de Pick, una elegante fórmula matemática que permite determinar el área de polígonos cuyos vértices se sitúan sobre los puntos de una retícula regular. Publicado en un artículo en 1899, se popularizó cuando Hugo Steinhaus lo incluyó en la edición de 1969 de Mathematical Snapshots.

(Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Georg_Alexander_Pick)

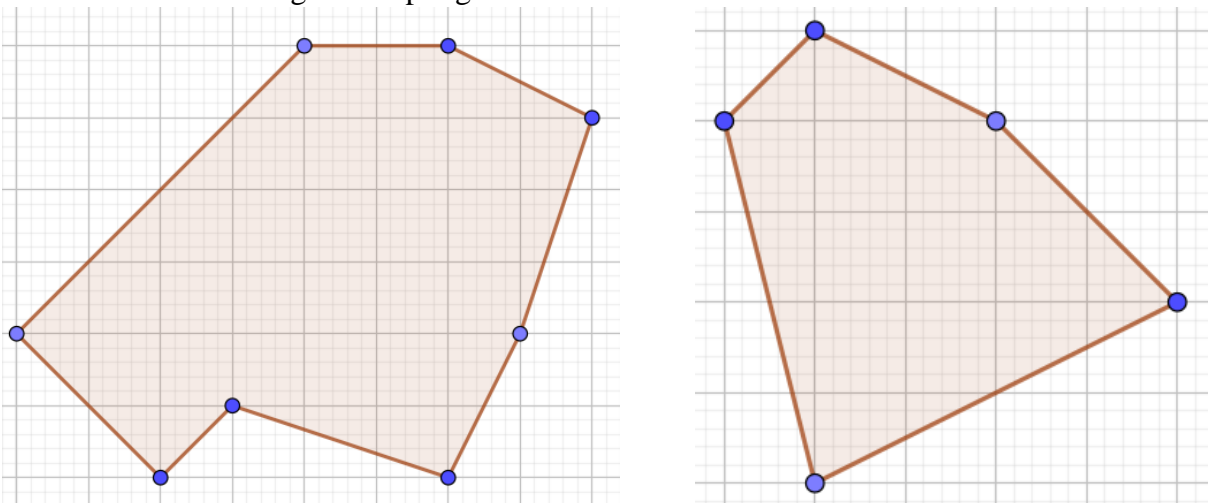
Actividad 1:

Calcula el área de los siguientes polígonos y comprueba el resultado obtenido, calculando dichas áreas mediante las fórmulas correspondientes:



Actividad 2:

Calcula el área de los siguientes polígonos:



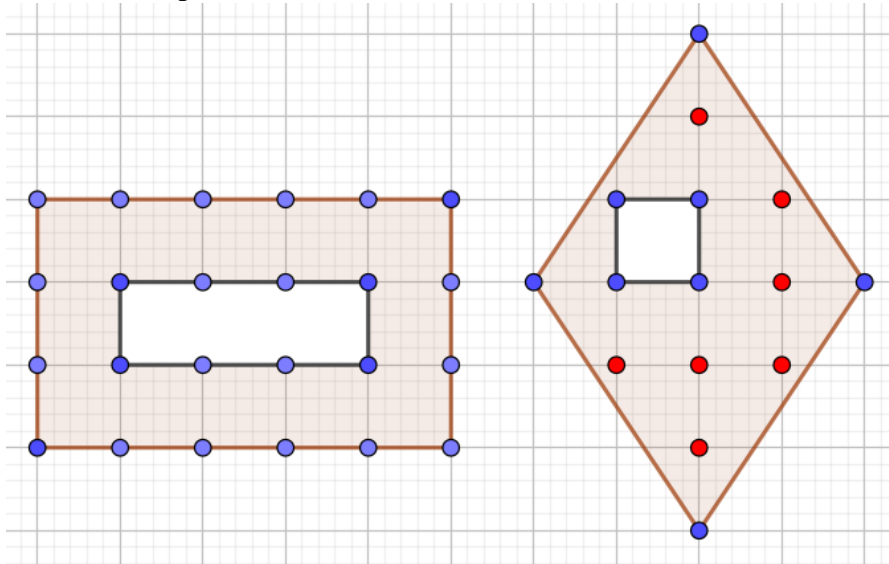
¡Importante! Recuerda que los puntos que se cuentan tienen que tener coordenadas enteras y tienes que contar tanto los del borde como los interiores.

Actividad 3:

Investiga: hay una fórmula más general, para poder aplicar el teorema de Pick cuando el polígono tiene agujeros. ¿Cuál es?

Actividad 4:

Calcula el área de las siguientes figuras, y comprueba el resultado, calculando dichas áreas mediante las fórmulas correspondientes:



Actividad 5:

Calcula el área de las siguientes figuras:

