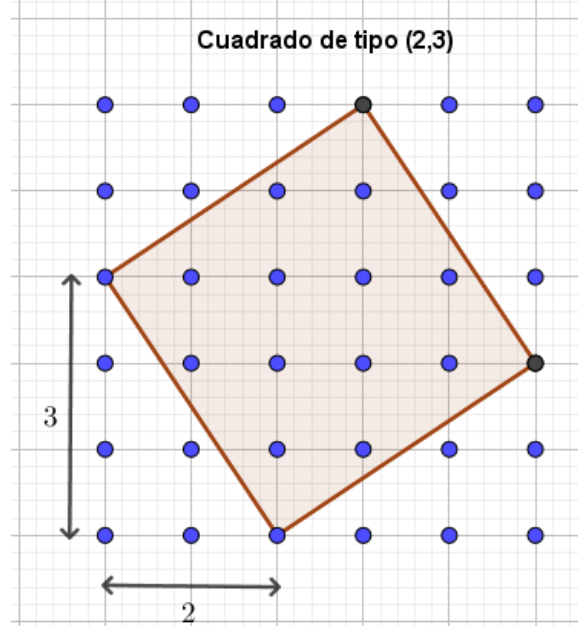


## SdA 11: Tu primer teorema<sup>1</sup>: dos catetos y una hipotenusa

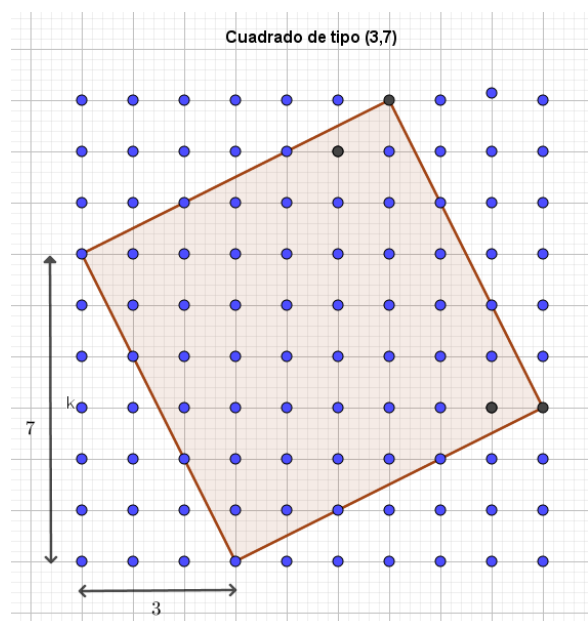
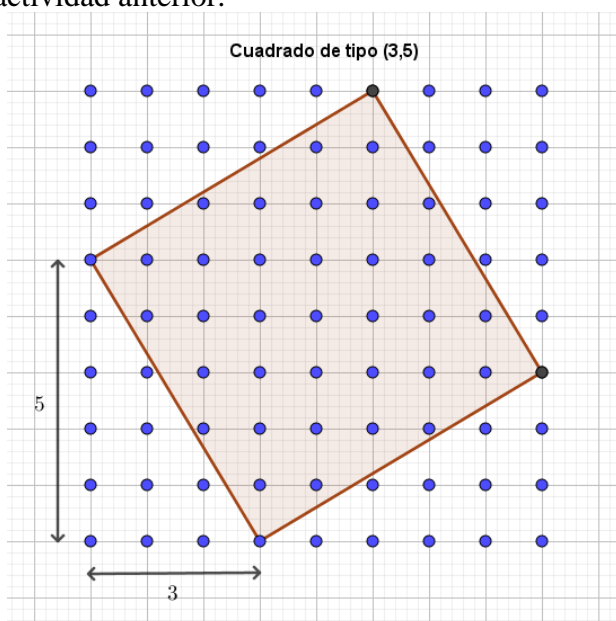
### Actividad 1:

A partir de la figura adjunta, encuentra el área del cuadrado coloreado y explica cómo lo has hecho.



### Actividad 2:

Responde a la misma pregunta que en la actividad anterior, pero ahora, dibujando los cuadrados de tipo (3,5) y (3,7). Intenta que el método de cálculo del área no sea el mismo que has usado en la actividad anterior.



<sup>1</sup> En matemáticas, a las propiedades más importantes se les llama teoremas.

### Actividad 3:

Dibuja en tu cuaderno un triángulo rectángulo, cuyos catetos midan 3 y 4 cm, respectivamente.

- ¿Cuánto mide la hipotenusa?
- Dibuja un cuadrado sobre cada uno de los lados de triángulo.
- Calcula el área de cada uno de los cuadrados del apartado anterior.
- ¿Qué relación hay entre el área del cuadrado que has dibujado sobre la hipotenusa y las áreas de los cuadrados que has dibujado sobre los catetos?

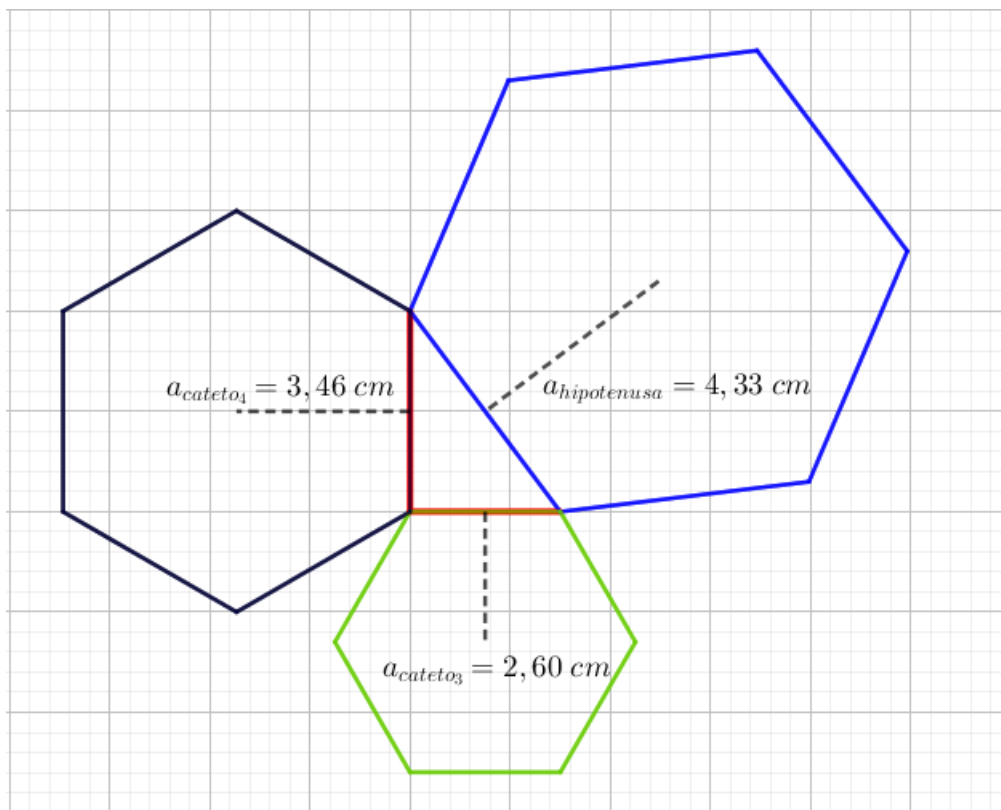
### Actividad 4: generalizamos un poco

Dibuja en tu cuaderno un triángulo rectángulo, cuyos catetos midan 3 y 4 cm, respectivamente.

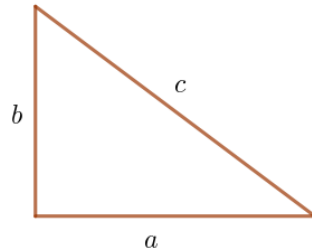
- ¿Cuánto mide la hipotenusa? (Ya sabemos la respuesta, porque es el mismo triángulo de la actividad anterior)
- Dibuja un hexágono sobre cada uno de los lados de triángulo.  
(Si no lo sabes, busca cómo dibujar un hexágono, de lado conocido, con regla y compás)
- Calcula el área de cada uno de los hexágonos del apartado anterior.  
(Si no te acuerdas de la fórmula del área de un hexágono, realiza una búsqueda en Internet o mira en tu agenda)

La apotema del hexágono sobre la hipotenusa mide 4,33 cm, la apotema del hexágono sobre el cateto de lado 3 mide 2,60 cm y la apotema del hexágono sobre el cateto de lado 4 mide 3,46 cm.

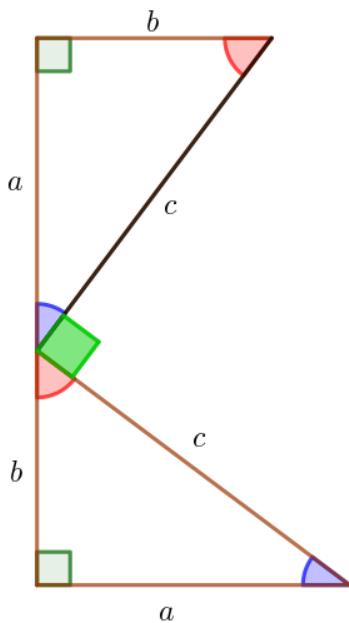
- ¿Qué relación hay entre el área del hexágono que has dibujado sobre la hipotenusa y las áreas de los hexágonos que has dibujado sobre los catetos?



Una **curiosa demostración del teorema de Pitágoras**: James Garfield (presidente de los EE.UU.)  
 Consideramos el siguiente triángulo rectángulo:



Colocamos dos triángulos como el anterior, como se muestra en la figura:



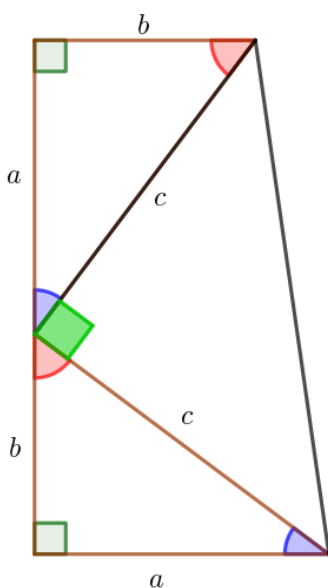
En el triángulo rectángulo de arriba:

- El ángulo verde mide  $90^\circ$
- Los ángulos rojo y azul suman  $90^\circ$

El triángulo rectángulo de abajo es igual y, por tanto, la suma del ángulo rojo del triángulo de abajo y el ángulo azul del triángulo de arriba suman  $90^\circ$ .

Como consecuencia, el ángulo que forman los dos lados  $c$  tiene una amplitud de  $90^\circ$ .

Ahora, formamos un trapecio, tal y como se muestra en la figura:



Calculamos el área del trapecio rectángulo obtenido de dos formas:

1º forma: suma de los tres triángulos rectángulos

$$\frac{ab}{2} + \frac{ba}{2} + \frac{c^2}{2} = \frac{2ab + c^2}{2} \quad [1]$$

2ª forma: con la fórmula:

$$\frac{(a+b)(b+a)}{2} = \frac{ab + a^2 + b^2 + ba}{2} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{2} \quad [2]$$

Igualamos [1] y [2] y simplificamos:

$$\frac{2ab + c^2}{2} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{2} \Rightarrow \cancel{2ab} + c^2 = a^2 + b^2 + \cancel{2ab}$$

$$\Rightarrow \boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$