5 Álgebra

DESAFÍO

De puntos y baloncesto

En un partido de baloncesto, entre cuatro jugadoras han anotado 86 puntos en total.

La jugadora que más puntos ha marcado ha anotado 12, 16 y 18 puntos más que las otras.

¿A que no sabes cuántos puntos ha anotado cada una?

¿Qué sabes ya?

Cómo se aplican las propiedades de números naturales

- **Propiedad conmutativa**
  $a + b = b + a \qquad a \cdot b = b \cdot a$
- **Propiedad asociativa**
  $(a + b) + c = a + (b + c) \qquad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- **Propiedad distributiva**
  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

EJEMPLO

$29 + 3 = 3 + 29 \rightarrow$ Propiedad conmutativa

$(3 + 17) + 14 = 3 + (17 + 14) \rightarrow$ Propiedad asociativa

$5 \cdot (9 - 4) = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 4 \rightarrow$ Propiedad distributiva

ACTIVIDADES

1 ¿Cuál es la operación mal resuelta?

a) $(7 + 4) \cdot 2 = 7 + (4 \cdot 2)$ b) $(6 + 2) + 3 = 6 + (2 + 3)$

Cómo se calcula el m.c.m.

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes. Se calcula así:

1.º Descomponemos los números en factores primos.

2.º Multiplicamos los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

EJEMPLO

Calcula el mínimo común múltiplo de 18 y 60.

$$18 = 2 \cdot 3^2 \qquad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Los factores primos comunes son 2 y 3, y el no común, 5.

Elevados al mayor exponente: 2^2, 3^2 y 5.

Así, resulta que m.c.m. $(18, 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$.

ACTIVIDADES

2 Calcula el m.c.m. (30, 42 y 90).

a) 6 b) 90 c) 180 d) 630

1. Expresiones algebraicas

Una **expresión algebraica** es un conjunto de números y letras que se combinan con los signos de las operaciones matemáticas.

Las expresiones algebraicas se utilizan para expresar informaciones matemáticas y poder operar con ellas.

Las letras más utilizadas en las expresiones algebraicas son x, y, z, a, b, c, d, t.

RETO

¿Has comido todo?

2T

EJEMPLO

1. Escribe mediante una expresión algebraica estos enunciados.
   a) Un número menos 3 unidades.
   Número: x Expresión algebraica: $x - 3$
   b) El doble de un número.
   Número: x Expresión algebraica: $2 \cdot x$
   c) El triple de un número menos 5 unidades.
   Número: x Expresión algebraica: $3 \cdot x - 5$
   d) La suma de un número entero y su consecutivo.
   $\left.\begin{array}{l}\text{Número: } x \\ \text{Número consecutivo: } x + 1\end{array}\right\} \rightarrow$ Expresión algebraica: $x + (x + 1)$
   e) La suma de dos números.
   $\left.\begin{array}{l}\text{Primer número: } x \\ \text{Segundo número: } y\end{array}\right\} \rightarrow$ Expresión algebraica: $x + y$

Valor numérico

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que resulta al sustituir las letras por los números que se indiquen y realizar las operaciones que aparecen en la expresión.

Una misma expresión algebraica puede tener distintos valores numéricos dependiendo de los valores que tomen las letras.

ACTIVIDADES

1 Identifica cada enunciado con una expresión algebraica.
   a) La mitad de un número más 4 unidades.
   b) El cuadrado de un número.
   c) El doble de la diferencia de dos números.
   d) Un número impar.
   e) La suma de tres números consecutivos.
   f) El producto de dos números más 1.
   g) El cubo del doble de un número.

2 Explica la diferencia entre los siguientes enunciados y escribe una expresión algebraica para cada una de ellas.
   a) El doble de la suma de un número más otro.
   b) La suma del doble de un número más otro.

3 **REFLEXIONA.** Los gatos tienen distinto número de uñas en las patas delanteras y traseras. Tienen 5 uñas en cada pata delantera y 4 uñas en cada pata trasera. ¿Cuántas uñas tienen en total x gatos?

Cómo se calcula el valor numérico de una expresión algebraica

Al realizar las operaciones hay que tener en cuenta los paréntesis y respetar la jerarquía de las operaciones.

5

Calcula el valor numérico de estas expresiones algebraicas.

a) $2 \cdot x + 3$, para $x = 1$.   b) $3 \cdot x - 5 \cdot y + 7$, para $x = 1, y = -1$.

① Sustituimos las letras por los valores indicados.

② Realizamos las operaciones.

a) $2 \cdot \boxed{x} + 3 \xrightarrow{x=1} 2 \cdot \boxed{1} + 3 = 2 + 3 = 5$

Sustituimos x por 1.

El valor numérico de la expresión $2 \cdot x + 3$ para $x = 1$ es 5.

b) $3 \cdot \boxed{x} - 5 \cdot \boxed{y} + 7 \xrightarrow{x=1,\, y=-1} 3 \cdot \boxed{1} - 5 \cdot \boxed{(-1)} + 7 = \underbrace{3 + 5 + 7 = 8 + 7}\, = 15$

Sustituimos x por 1 y por -1.

Primero hacemos las multiplicaciones y divisiones; después, las sumas y restas.

El valor numérico de la expresión $3 \cdot x - 5 \cdot y + 7$ para $x = 1, y = -1$ es 15.

ACTIVIDADES

4 Halla el valor numérico de estas expresiones algebraicas para $x = 5$.

a) $2 \cdot x + 7$

b) $(x - 5) \cdot 3$

c) $\dfrac{2}{5} \cdot x + 4$

d) $\dfrac{3 + x}{2} - 1$

e) $(x + 2) \cdot (x - 4)$

f) $3 \cdot (2 \cdot x - 7)$

g) $5 - \dfrac{x + 4}{3}$

h) $\dfrac{1}{5} \cdot x^2 - 5x + 2$

5 Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas para los valores indicados.

a) $2 \cdot x + 3 \cdot y$, para $x = 1,\ y = 0$.

b) $x \cdot y + x^2$, para $x = -1,\ y = 1$.

c) $x^2 \cdot y^2 + x^2 - y^2$, para $x = 0,\ y = -1$.

d) $x^y + y^x - 2$, para $x = 1,\ y = 2$.

e) $\dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} + 1$, para $x = 4,\ y = 3$.

f) $\dfrac{x + y}{2} - \dfrac{2 \cdot x - 3 \cdot y}{3}$, para $x = 3,\ y = 1$.

g) $(x - 3)^2 + \dfrac{3 \cdot x}{2} - 4 \cdot \dfrac{y}{3}$, para $x = 4,\ y = 3$.

h) $\dfrac{x + y}{x - y} + \dfrac{2 \cdot x}{y}$, para $x = 2,\ y = 1$.

6 Averigua el coeficiente que falta en esta expresión si sabemos que el valor numérico para $x = 0$ es 5.

$$x^2 + x - 8x - a$$

7 Obtén el coeficiente que falta en esta expresión si sabemos que el valor numérico para $x = 1$ es 3.

$$x^2 + x + 2x - a$$

8 Halla para qué valor de x el valor numérico de la expresión es 0. ¿Para qué valor es 5?

$$3x + 2$$

9 Identifica cada enunciado con una expresión algebraica y calcula su valor numérico para $x = 4$.

a) El doble de la suma de un número más 3 unidades.

b) La suma del triple de un número y 3 unidades.

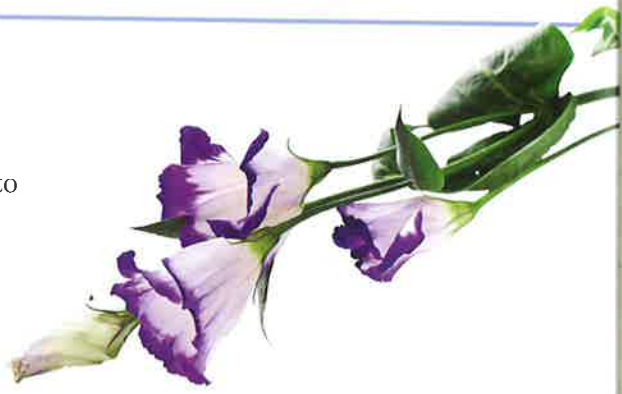
c) La diferencia de un número y una unidad.

d) El cuadrado de un número.

e) El doble del cuadrado de un número.

f) El cuadrado de la suma de un número más 2 unidades.

2. Monomios



Un **monomio** es una expresión algebraica formada por el producto de un número y una o varias letras.

- El número (incluido su signo) se llama **coeficiente**.
- Las letras que lo acompañan se denominan **parte literal**.

Llamamos **grado de un monomio** a la suma de los exponentes de las letras que lo forman.

Los monomios son las expresiones algebraicas más sencillas.

GEOGEBRA

EJEMPLO

2. Indica el coeficiente, la parte literal y el grado de estos monomios.

a) $-x^3 \longrightarrow$ Coeficiente: -1 Parte literal: x^3 Grado: 3

b) $\frac{2}{5}x^4y \rightarrow$ Coeficiente: $\frac{2}{5}$ Parte literal: x^4y Grado: $4 + 1 = 5$

SE ESCRIBE ASÍ

- En los monomios suprimimos el signo del producto.
  $3 \cdot x \longrightarrow 3x$
  $-2 \cdot a \cdot b \longrightarrow -2ab$
- Cuando una letra no tiene exponente, su exponente es 1.
  $ab \rightarrow a^1b^1$
- Cuando un monomio está formado solo por letras, su coeficiente es 1.
  $x^3 \rightarrow$ coeficiente 1
  $ab^2 \rightarrow$ coeficiente 1

Son **monomios semejantes** los que tienen la misma parte literal.

EJEMPLO

3. Entre los siguientes monomios, identifica los que sean semejantes.

a) $x, x^2, y, 3x, -5y^2, z, -4x$
Son semejantes $x, 3x, -4x$.

b) $x^2y, xy^2, -3x^2y, 2xy, 5yx^2, x^2y^2$
Son semejantes $x^2y, -3x^2y, 5yx^2$.

Suma y resta de monomios

La **suma** o **resta** de **monomios semejantes** es otro monomio que tiene:

- Por coeficiente, la suma o resta de los coeficientes (números) de los monomios que se suman o se restan.
- La misma parte literal que los monomios que se suman o se restan.

Si los **monomios no** son **semejantes**, la **suma** o **resta** se deja indicada.

«La suma de los dos monomios $3x^2$ y $5x$ es $3x^2 + 5x$, y no la podemos simplificar más porque los monomios no son semejantes.

ACTIVIDADES

10 Identifica el coeficiente, la parte literal y el grado de estos monomios.

a) $5x$ d) $4xyz^3$ g) $-8x^3y$

b) $\frac{3}{2}x$ e) $-\frac{2}{5}x^2y$ h) $\frac{2x}{7}y$

c) $-3x^2$ f) $-6yz$ i) $-y$

11 Piensa y escribe dos monomios que sean semejantes a $-5xy$. ¿Cuántos monomios diferentes puedes escribir?

12 **REFLEXIONA.** ¿Son semejantes los monomios xyz, yzx y zxy? ¿Puedes indicar otro monomio diferente que sea semejante y tenga coeficiente 1?

Cómo se suman y restan monomios

Fíjate bien en los exponentes de la parte literal: las letras pueden ser las mismas y el grado también, pero no ser partes literales iguales, como es el caso de x^2y y xy^2.

Realiza las siguientes sumas y restas de monomios.

a) $5xy + 3xz$ b) $x^2 - 2x$ c) $5x^2 - 2x^2$ d) $\frac{3}{2}x + x$

① Analizamos si los monomios que queremos sumar o restar son semejantes.

② Operamos cuando sea posible.

- Si los monomios no son semejantes, la suma o la resta no se puede realizar y la dejamos indicada.

- Si los monomios son semejantes, sumamos o restamos sus coeficientes y mantenemos la misma parte literal.

a) $5xy + 3xz \rightarrow$ Diferente parte literal: $xy \neq xz$

No se puede realizar la operación. Se deja como está.

b) $x^2 - 2x \rightarrow$ Diferente parte literal: $x^2 \neq x$

c) $5x^2 - 2x^2 \rightarrow$ Misma parte literal: x^2

$(5 - 2)x^2 = 3x^2$

Se pueden sumar o restar.

d) $\frac{3}{2}x + x \rightarrow$ Misma parte literal: x

$$\left(\frac{3}{2} + 1\right)x = \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{2}\right)x = \frac{5}{2}x$$

ACTIVIDADES

13 Suma y resta estos monomios si es posible.

a) $2x + 3x$ e) $xz - (-2xz)$ i) $xy + yz$

b) $x + y$ f) $3y + 5z$ j) $12x - (-3x)$

c) $3x^2 + \frac{x^2}{2}$ g) $y^2 - \frac{1}{3}y^2$ k) $\frac{x}{2} + \frac{x}{5}y$

d) $\frac{y}{2} + \frac{x}{3}$ h) $\frac{xy}{5} + \frac{xy}{2}$ l) $\frac{x^2y}{2} - \frac{yx^2}{7}$

14 Realiza estas sumas y restas de monomios.

a) $5x + 3x - x - 7x + 2x$

b) $x^2 - 17x^2 + 11x^2 - 3x^2 + 5x^2$

c) $2x^3 - 4x^3 + 16x^3 - 3x^3 - (-7x^3)$

d) $-y + 2y - (-3y) - 5y + 21y$

e) $xy - 8xy + 4yx - 6yx + 12xy$

f) $x^2y + 9x^2y - 11x^2y + 7x^2y - (-x^2y)$

15 Opera.

a) $2x + 3xy - 6xyz - 4x + 5xy - 2xyz$

b) $x + x^2 - (-3x) + 6x + 16x^2 - 4x + x$

c) $6xy + 2xz - 4zx + 9yz - 12xy + 3zy$

d) $y^2 + 4x^2 - 9y^2 + 16x^2 - 25y^2 + 36x^2$

16 Agrupa los monomios que sean semejantes en cada caso y súmalos.

a) $3x, x^2, -4x, 6xy, 2x^2, 5x$

b) $z^2, 2x^2, 3x^3, 5z^2, 7z^2, 8x^2$

c) $x^2, 2^2, 9x^2, 5x^2, 6^2, 3x$

d) $2xyz, -zxy, 5xzy, 3x^2y, 8zyx, -3yzx$

e) $x^2y, 2y^2x, 18yx^2, 9xy, -4xy^2, 3x^2y$

f) $-x, x^2, -2x^3, 3y, -y^2, y^3$

17 Resuelve estas sumas y restas de monomios.

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} - \frac{x}{6} + x$

b) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{5}x - x^2$

c) $\frac{2}{5}xy - \frac{4}{3}x^2 - (-3xy) + \frac{x^2}{4} + yx$

d) $\frac{xz}{2} + \frac{yz}{3} - \frac{zx}{4} + \frac{xy}{5} - \left(-\frac{zy}{6}\right)$

e) $\frac{3}{5}xy + \frac{12}{5}x - \frac{5x}{6} + \frac{yx}{2} - xy$

3. Polinomios. Operaciones

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por la suma o la resta de dos o más monomios no semejantes.

Cada uno de los monomios se llama **término** y, si no tiene parte literal, **término independiente**. Se llama **grado** del polinomio al mayor de los grados de los términos de un polinomio reducido.

EJEMPLO

4. Calcula el grado de este polinomio.

$$P(x, y) = 7xy^3 + 4x^3 - 2x^2y - 7y^2 + xy - 18$$

Término de mayor grado: $7xy^3$ Grado: $1 + 3 = 4$

El polinomio opuesto de $P(x)$, que designamos como $-P(x)$, se obtiene cambiando de signo los coeficientes de todos los términos de $P(x)$.

$$P(x) = -2x^4 + 3x^3 - 2x + 7 \xrightarrow{\text{Opuesto}} -P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x - 7$$

Antes de trabajar con un polinomio, recuerda agrupar los monomios semejantes.

$6xy - 3y + x + 2y =$
$= 6xy - y + x$

SE ESCRIBE ASÍ

Para designar los polinomios utilizamos una letra mayúscula, indicando entre paréntesis las variables que hay en el polinomio.

$P(x) = 3x^2 + 2x - 6$

$Q(x, y) = 5y^2 + 3x - 2xy$

Valor numérico de un polinomio

El **valor numérico** de un polinomio $P(x)$ para $x = a$, $P(a)$, se obtiene sustituyendo la variable x por el valor a y operando.

GEOGEBRA

EJEMPLO

5. Calcula el valor numérico de estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 + 2x - 3$, en $x = 1 \rightarrow P(1) = 1^3 + 2 \cdot 1 - 3 = 0$

b) $P(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$, en $x = 2, y = 1 \rightarrow P(2, 1) = 2^2 - 3 \cdot 2 \cdot 1 + 1^2 = -1$

ACTIVIDADES

18 Reduce, si se puede, los términos semejantes en estos polinomios e indica sus elementos y su grado.

a) $P(x) = x^3 + 2x - 3x^2 + x - 4$

b) $Q(y) = -y^3 + 2y^2 + 3y - 5y^3$

c) $R(x) = x^2 + x^3 - \dfrac{2}{3}x^2 + x - 8$

d) $T(x, y) = xy^2 + x^2y - 2yx^2 + 3$

19 Halla el opuesto de estos polinomios.

a) $P(x) = 6x + 8x^2 - 3x^3 + 15$

b) $Q(x, y, z) = 4xy + 6x^2 - 12xyz + 3x - 2$

20 Calcula el valor numérico en cada caso para estos polinomios.

a) $P(x) = 3x^2 + x - 5$, en $x = 0$

b) $Q(x) = -x^5 + 7x^2 - 5x + 2$, en $x = 1$

c) $R(x, y) = xy^3 + 2y^2 - 5x^2 + xy + 3$, en $x = 0, y = 1$

21 **REFLEXIONA.** Escribe dos polinomios diferentes que cumplan estas condiciones:

- Sus variables son x e y.
- Es de grado 4.
- Su término independiente es 5.

Cómo se suman y restan polinomios

Para restar polinomios ten en cuenta que:

$P(x) - Q(x) = P(x) + [-Q(x)]$

Dados los polinomios $P(x) = x^4 + 3x^5 - 5x^2 - 7 + x$ y $Q(x) = 7x^2 - 2x^4 - 5x + x^3$, calcula:

a) $P(x) + Q(x)$ b) $P(x) - Q(x)$

① Ordenamos, de mayor a menor grado, los términos de cada polinomio.

$P(x) = x^4 + 3x^5 - 5x^2 - 7 + x = 3x^5 + x^4 - 5x^2 + x - 7$

$Q(x) = 7x^2 - 2x^4 - 5x + x^3 = -2x^4 + x^3 + 7x^2 - 5x$

② Colocamos la operación en vertical de modo que los monomios semejantes queden en la misma columna y operamos.

- Para sumar polinomios se suman los coeficientes de cada par de monomios semejantes.

Si faltan términos, consideramos que su coeficiente es 0.

a) $P(x) + Q(x)$

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 3x^5 + & x^4 & & -5x^2 + & x & -7 \\ + & & -2x^4 & +x^3 & +7x^2 & -5x & \\ \hline & 3x^5 - & x^4 & +x^3 & +2x^2 & -4x & -7 \end{array}$$

b) $P(x) - Q(x)$

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 3x^5 + & x^4 & & -5x^2 + & x & -7 \\ - & & -2x^4 & +x^3 & +7x^2 & -5x & \\ \hline \end{array}$$

- Para restar polinomios se cambia el signo de cada término del sustraendo y se suma.

Cambiamos el signo a cada término del sustraendo y efectuamos la suma.

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 3x^5 + & x^4 & & -5x^2 + & x & -7 \\ + & & +2x^4 & -x^3 & -7x^2 & +5x & \\ \hline & 3x^5 + & 3x^4 & -x^3 & -12x^2 & +6x & -7 \end{array}$$

ACTIVIDADES

22 Suma los siguientes polinomios.

a) $P(x) = -x^2 + 3x$, $Q(x) = 5x - 2$

b) $P(x) = -2x^2 + 4x$, $Q(x) = 5x^2 + 2x$

c) $P(x) = -x^2 + x^3 - x$, $Q(x) = 2x - 2x^2$

d) $P(x) = 1 + x + x^2$, $Q(x) = x - 1$

e) $P(x) = 2x + x^2 - 5$, $Q(x) = x + 3x^3$

f) $P(x) = 2x^2 - 4x$, $Q(x) = 3x^4 - 2x^2$

g) $P(x) = -2x^2 + 6x$, $Q(x) = 2x^2 - 6x$

23 Calcula $P(x) - Q(x)$ en cada caso.

a) $P(x) = 5x^4 + 3x^3$, $Q(x) = 5x - 2x^3$

b) $P(x) = -x^5 + 3x^2 - 7$, $Q(x) = 5x - 2x^2$

c) $P(x) = 13x^2 - x$, $Q(x) = 13x + x^2$

d) $P(x) = 9x^2 + 8$, $Q(x) = 7x - 6$

e) $P(x) = 5x^2 - 4x$, $Q(x) = 5x + x^2 + 8$

f) $P(x) = -2x^2 + 3x^3$, $Q(x) = 2x^3 - 3x^2$

g) $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + x$, $Q(x) = -x + x^2 + x^4$

24 Dados los polinomios $P(x) = 3x^4 - 2x^2 + x + 1$ y $Q(x) = -5x^3 + 7x^2 - 3x + 8$, halla:

a) Los grados de $P(x)$ y de $Q(x)$.

b) El grado de $P(x) + Q(x)$. ¿Coincide con alguno de los grados de $P(x)$ o de $Q(x)$?

c) Escribe dos polinomios tales que al sumarlos su grado no coincida con el de ninguno de los dos.

25 Realiza las siguientes operaciones.

$P(x) = 5x^2 - 2x + 1$ $R(x) = 7x^2 - 3x + 2$

$Q(x) = 2x^3 - 7$ $S(x) = -5x^2 + 2x - 1$

a) $P(x) + Q(x) + R(x)$	f) $P(x) - S(x) + R(x)$
b) $P(x) + R(x) + S(x)$	g) $Q(x) + R(x) - S(x)$
c) $P(x) + Q(x) - R(x)$	h) $S(x) + R(x) - P(x)$
d) $P(x) - Q(x) + R(x)$	i) $P(x) - [-S(x) - R(x)]$
e) $Q(x) + S(x) - R(x)$	j) $Q(x) - [R(x) + S(x)]$

4. Ecuaciones

Una **igualdad** está formada por dos expresiones separadas por el signo $=$. Cuando alguna de estas expresiones es una expresión algebraica, decimos que es una **igualdad algebraica**.

EJEMPLO

6. Comprueba si estas expresiones son igualdades algebraicas.

a) $2x + 3 = 5$ → Es una igualdad algebraica.

b) $7x - 5 = x + 1$ → Es una igualdad algebraica.

c) $3 + 7 = 10$ → No combina números y letras, luego no es una igualdad algebraica.

- Una **identidad** es una igualdad algebraica que es cierta para cualquier valor que tomen las letras.
- Una **ecuación** es una igualdad algebraica que no es cierta para todos los valores dados a las letras.

RETO

A, B y C son cifras del 0 al 9. Calcula el valor de cada letra para que se cumpla $AB \cdot B = ACA$.

EJEMPLO

GEOGEBRA

7. Decide si estas igualdades algebraicas son identidades o ecuaciones.

a) $2 + x + 3x + 1 = 4x + 3$

Para $x = 1 \rightarrow 2 + 1 + 3 + 1 = 4 + 3 \rightarrow 7 = 7 \rightarrow$ Es cierta.

Para $x = -1 \rightarrow 2 - 1 - 3 + 1 = -4 + 3 \rightarrow -1 = -1 \rightarrow$ Es cierta.

Para $x = 0 \rightarrow 2 + 0 + 0 + 1 = 0 + 3 \rightarrow 3 = 3 \rightarrow$ Es cierta.

Si seguimos probando para distintos valores de x, vemos que la igualdad siempre es cierta. Es una identidad.

b) $x^2 - 1 = 0$

Para $x = 1 \rightarrow 1^2 - 1 = 0 \rightarrow$ Es cierta.

Para $x = -1 \rightarrow (-1)^2 - 1 = 0 \rightarrow$ Es cierta.

Para $x = 0 \rightarrow 0^2 - 1 \neq 0 \rightarrow$ No es cierta.

Solo se cumple la igualdad para algunos valores de x, luego es una ecuación.

El símbolo $\neq$ se lee *distinto de*.
$6 \neq 9$ se lee
6 es distinto de 9.

ACTIVIDADES

26 Comprueba si estas igualdades se cumplen para el valor de x indicado en cada caso.

a) $5x + 1 = 9$ para $x = 1$.

b) $2x - 4 = x - 2$ para $x = 2$.

c) $x - 5 = 2 \cdot (x - 3)$ para $x = 3$.

d) $-3 \cdot (x + 1) = -4x - 1$ para $x = 2$.

e) $x - 2(-x) = x - 4$ para $x = -2$.

27 Decide si son identidades o ecuaciones.

a) $x + 5 - 2x - 3 = 2x - 7$

b) $3 \cdot (x - 4) + 5 = x - 7 + 2x$

c) $1 + 6x - 2 \cdot (2 + x) = 4x - 3$

d) $8 \cdot (3x - 1) + 2 = x - 3 + 2x$

28 **REFLEXIONA.** Escribe una identidad y una ecuación en las que $3x - 2$ esté a un lado del signo $=$.

5. Elementos de una ecuación

- Los **miembros** de una ecuación son las expresiones algebraicas que hay a cada lado de la igualdad.
- Los **términos** de una ecuación son los sumandos que forman los miembros.

EJEMPLO

8. Identifica los miembros y los términos de las siguientes ecuaciones.

a) $3x + 2 = -5$ Primer miembro: $3x + 2$
Segundo miembro: -5
Términos: $3x$, 2, -5

b) $5x - 4 = 3 - 2x$ Primer miembro: $5x - 4$
Segundo miembro: $3 - 2x$
Términos: $5x$, -4, 3, $-2x$

- El **grado** de una ecuación es el del término de mayor grado.
- Las **incógnitas** de una ecuación son las letras que aparecen en los términos, cuyos valores son desconocidos.
- La **solución** de una ecuación son los valores numéricos de las incógnitas que hacen cierta la igualdad.

Al referirnos a una ecuación utilizamos su grado y su número de incógnitas.

- $x + 4 = 10$
  Ecuación de primer grado con una incógnita.
- $x^2 + x - 7 = 0$
  Ecuación de segundo grado con una incógnita.
- $xy = 100$
  Ecuación de segundo grado con dos incógnitas.

EJEMPLOS

9. Indica las incógnitas y el grado de las siguientes ecuaciones.

a) $4x + 3 = 1$ Incógnita: x Grado: 1
b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ Incógnita: x Grado: 2
c) $xy + 2x = 4y - 2$ Incógnitas: x, y Grado: $1 + 1 = 2$

10. Decide si $x = 1$ o $x = 2$ son solución de la ecuación $3x - 6 = 0$.

$3x - 6 = 0 \xrightarrow{x=1} 3 \cdot 1 - 6 = -3 \neq 0 \rightarrow$ No es solución.
$3x - 6 = 0 \xrightarrow{x=2} 3 \cdot 2 - 6 = 0 \rightarrow$ Es solución.

ACTIVIDADES

29 Identifica los miembros, términos, incógnitas y grado de estas ecuaciones.

a) $2x + 1 = 3$
b) $7x - 15 = -1$
c) $2x^2 - 3 = x + 2$
d) $\frac{3x}{2} + x - 5 = x - 3$
e) $-4 \cdot \left(\frac{x}{3} + 2\right) = 3x^2$
f) $x = y$
g) $x + y = 2(x + 3y) - 1$
h) $x^2y = 2x - y$
i) $\frac{-y}{4} + 2 = 5x - 7$
j) $4x^3y - \frac{3}{5}x^2 - 1 = 2y^2$

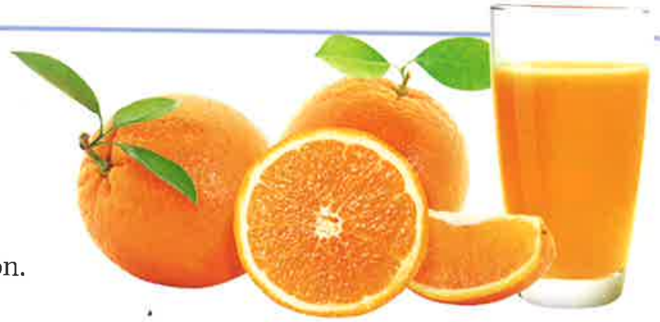
30 Decide cuáles son solución de $x^3 - 3x = x$.

a) $x = 0$
b) $x = 3$
c) $x = 4$
d) $x = 2$
e) $x = -4$
f) $x = -2$

31 **REFLEXIONA.** Inventa dos ecuaciones diferentes que cumplan estas condiciones:

- Es de primer grado.
- Su única incógnita es x.
- 5 es solución de la ecuación.

6. Ecuaciones equivalentes



6.1. Ecuaciones equivalentes

Dos **ecuaciones** son **equivalentes** si tienen la misma solución.

Las ecuaciones que vamos a estudiar a partir de este momento son las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

EJEMPLO

11. Decide si estas ecuaciones son equivalentes a la ecuación $5x - 1 = 4$, sabiendo que su solución es $x = 1$.

a) $2x + 1 = 3 \xrightarrow{x=1} 2 \cdot 1 + 1 = 3 \rightarrow 3 = 3 \rightarrow x = 1$ es solución.

Las ecuaciones $5x - 1 = 4$ y $2x + 1 = 3$ son equivalentes.

b) $7x - 3 = 5 \xrightarrow{x=1} 7 \cdot 1 - 3 = 4 \neq 5 \rightarrow x = 1$ no es solución.

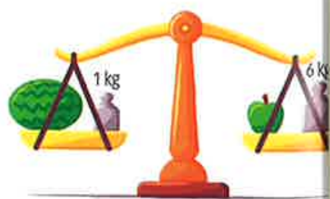
Las ecuaciones $5x - 1 = 4$ y $7x - 3 = 5$ no son equivalentes.

6.2. Transposición de términos

- Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta un mismo número o expresión algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.
- Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o dividen por un mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.

RETO

Observa esta balanza que está en equilibrio.



¿Cuánto pesa más la sandía que la manzana?

GEOGEBRA

EJEMPLO

12. Resuelve las siguientes ecuaciones mediante la transposición de términos.

a) $x + 2 = 3$

Obtenemos una ecuación equivalente restando 2 en ambos miembros.

$x + 2 - 2 = 3 - 2 \rightarrow x = 1$

b) $2x = 8$

Obtenemos una ecuación equivalente dividiendo entre 2 en ambos miembros.

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$$

ACTIVIDADES

32 Halla la solución de estas ecuaciones utilizando la transposición de términos.

a) $x + 3 = 7$

b) $6 = x - 5$

c) $6x = 12$

d) $\frac{x}{2} = 4$

33 Determina si estas ecuaciones son equivalentes.

$x + 1 = 0$ $\quad 2x = -2$ $\quad x + 3 = 4$

34 **REFLEXIONA.** Inventa dos ecuaciones diferentes que sean equivalentes a $2x = 6$.

7. Resolución de ecuaciones de primer grado

Resolver una ecuación es encontrar su solución, si existe.

Para resolver una ecuación agrupamos en un miembro todos los términos con la incógnita, utilizando la transposición de términos, que en la práctica se resume como:

- Si un término está sumando en un miembro, *pasa* restando al otro. Y si está restando, *pasa* sumando.
- Si un término está multiplicando en un miembro, *pasa* dividiendo al otro. Y si está dividiendo, *pasa* multiplicando.

Cuando la x queda sola en un miembro, y en el otro solo hay números, diremos que hemos despejado la x. Su valor numérico es la solución.

Las ecuaciones $2x = 4$ y $4 = 2x$ tienen la misma solución:

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

EJEMPLO

13. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $2x - 4 = x$

Agrupamos los términos con x en un miembro y los números en el otro. El 4 *pasa* sumando al segundo miembro; la x *pasa* restando al primero.

$$2x - 4 = x \rightarrow 2x - x = 4 \rightarrow x = 4$$

b) $3x - 1 = 5$

Pasamos el 1, que resta en el primer miembro, sumando al segundo.

$3x - 1 = 5 \rightarrow 3x = 5 + 1 \rightarrow 3x = 6$

El 3, que está multiplicando, *pasa* dividiendo al segundo miembro.

$$3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{3} = 2$$

c) $3x + 4 = x + 2$

Agrupamos los términos con x en un miembro y los números en el otro. El 4 *pasa* restando al segundo miembro; la x *pasa* restando al primero.

$$3x + 4 = x + 2 \rightarrow 3x - x = 2 - 4 \rightarrow 2x = -2$$

El 2 *pasa* dividiendo al segundo término.

$$2x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{2} = -1$$

Podemos comprobar la solución sustituyendo el valor de x obtenido en la ecuación inicial.

- $2x - 4 = x$
  $\xrightarrow{x=4} 2 \cdot 4 - 4 = 4 \rightarrow 4 = 4$
- $3x - 1 = 5$
  $\xrightarrow{x=2} 3 \cdot 2 - 1 = 5 \rightarrow 5 = 5$
- $3x + 4 = x + 2$
  $\xrightarrow{x=-1} 3 \cdot (-1) + 4 = -1 + 2 \rightarrow 1 = 1$

ACTIVIDADES

35 Halla el valor de x que resuelve cada ecuación y comprueba que lo has hecho bien.

a) $x + 4 = 3$
b) $5x = 30$
c) $x - 2 = 1$
d) $\frac{x}{2} = 3$
e) $2x + 1 = 5$
f) $3x - 2 = 4$
g) $4x - 5 = -5$
h) $\frac{x}{3} + 3 = 7$

36 Resuelve estas ecuaciones.

a) $2x + 3 = -x - 3$
b) $3x - 1 = 7 - x$
c) $3 - 3x = 2x + 8$
d) $1 - x = -2x + 6$

37 **REFLEXIONA.** Piensa y contesta. ¿Es $x = -2$ una ecuación? ¿Cuál es su solución? ¿Puedes hallar otras ecuaciones equivalentes a esta?

Cómo se resuelven ecuaciones con paréntesis

Si el paréntesis viene precedido por el signo $-$, al suprimirlo se transforman los signos de los sumandos del interior en sus opuestos.

$3 - 2(x + 1) = 3 - 2x - 2$

$3 - 2(x - 1) = 3 - 2x + 2$

Halla el valor de x en esta ecuación de primer grado con paréntesis.

$$2 \cdot (x - 3) - 1 = 3 - 2 \cdot (1 + x)$$

① Eliminamos los paréntesis.

$2 \cdot x - 2 \cdot 3 - 1 = 3 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot x$

$2x - 6 - 1 = 3 - 2 - 2x$

② Agrupamos los términos con la incógnita en un miembro y los términos numéricos en el otro.

$2x + 2x = 3 - 2 + 6 + 1$

③ Reducimos los términos semejantes si los hubiera.

$\underbrace{2x + 2x}_{4x} = \underbrace{3 - 2 + 6 + 1}_{8}$

Pasa dividiendo.

④ Despejamos la incógnita.

$x = \dfrac{8}{4} = 2 \rightarrow$ La solución de la ecuación es $x = 2$.

⑤ Comprobamos la solución.

$2 \cdot (x - 3) - 1 = 3 - 2 \cdot (1 + x)$

$2 \cdot (2 - 3) - 1 = 3 - 2 \cdot (1 + 2)$

$2 \cdot (-1) - 1 = 3 - 2 \cdot 3$

$-2 - 1 = 3 - 6$

$-3 = -3$

Podemos comprobar que lo hemos hecho bien sustituyendo el valor de x en la ecuación inicial.

ACTIVIDADES

38 Halla el valor de x en cada ecuación.

a) $3 \cdot (2 - x) = 9$

b) $2 \cdot (x + 1) = 6$

c) $5 \cdot (x + 3) = 10$

d) $6 \cdot (4 - x) = -42$

e) $4 \cdot (1 - x) = -12$

f) $8 \cdot (3x - 1) = 16$

g) $4 \cdot (2x + 1) = 12$

h) $3 \cdot (1 - 2x) = 9$

i) $5 \cdot (2 - 3x) = 10$

j) $7 \cdot (5 - 2x) = -7$

39 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2 - (x + 1) = 5$

b) $3 - (-2 - x) = -7$

c) $10 - 2 \cdot (x + 1) = 0$

d) $5 - 3 \cdot (x - 1) = -1$

e) $-3 - 5 \cdot (x + 2) = 7$

40 Calcula la solución de estas ecuaciones.

a) $-x + 2 \cdot (x - 2) = 4$

b) $2x - (x + 3) = 7$

c) $7x - (6x - 5) = 1$

d) $3x - (-2x + 1) = -6$

e) $4x - (2 - 3x) = 5$

41 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2 \cdot (4x - 5) = -2x$

b) $2 \cdot (2x - 1) = x + 1$

c) $2 \cdot (x + 1) = x + 7$

d) $3 \cdot (7x - 1) = x - 3$

e) $-2 \cdot (2 - x) = x + 2$

f) $x + 3 = 5 \cdot (x + 8) - 1$

g) $7x + 4 = 4 \cdot (2x + 1) + 2$

h) $x + 1 = -2 \cdot (x - 5)$

i) $5x + 9 = 3 \cdot (x + 1)$

j) $2x - 1 = 3 \cdot (x + 2) - 8$

42 Obtén la solución de estas ecuaciones.

a) $2 \cdot (x + 3) = 3 \cdot (x + 1)$

b) $-7 \cdot (2x + 1) = -5 \cdot (3x + 1)$

c) $4 \cdot (-x + 5) = -2 \cdot (x - 4)$

d) $-2 \cdot (x + 6) = 5 \cdot (x - 1)$

e) $9 \cdot (1 - x) = -3 \cdot (4x - 5)$

43 Halla el valor de x en cada ecuación.

a) $3 \cdot (x + 1) - 4 \cdot (x - 2) + 3 = 7$

b) $5 \cdot (2 - x) - 1 + 3 \cdot (x + 6) = 9$

c) $3 \cdot (x + 7) - 4 = 1 - 2 \cdot (x - 5)$

d) $7 \cdot (1 - x) + 2 - 6 \cdot (2 - 2x) = 3$

e) $9 \cdot (5x + 4) + 5 \cdot (3 - 7x) = 0$

Cómo se resuelven ecuaciones con denominadores

En una fracción, si hay un número que multiplica a todo el numerador, este número se puede dividir entre el denominador.

$$\frac{6\cdot(x+4)}{2}=\frac{6}{2}\cdot(x+4)=3\cdot(x+4)$$

Resuelve esta ecuación con denominadores.

$$\frac{5x+1}{3}+2=3-\frac{x-3}{2}$$

① Eliminamos los denominadores multiplicando los dos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores de la ecuación.

m.c.m. (2, 3) = 6

$$6\cdot\left(\frac{5x+1}{3}+2\right)=6\cdot\left(3-\frac{x-3}{2}\right)$$

$$\frac{6\cdot(5x+1)}{3}+6\cdot 2=6\cdot 3-\frac{6\cdot(x-3)}{2}$$

② Eliminamos los paréntesis.

$$2\cdot(5x+1)+6\cdot 2=6\cdot 3-3\cdot(x-3)$$

Desaparecen los denominadores.

$$10x+2+12=18-3x+9$$

③ Agrupamos los términos con la incógnita en un miembro y los numéricos en el otro.

$$10x+3x=18+9-2-12$$
$$13x=27-2-12$$
$$13x=25-12$$
$$13x=13$$

④ Despejamos la incógnita.

$x=\frac{13}{13}=1\rightarrow$ La solución de la ecuación es $x=1$.

⑤ Comprobamos la solución.

$$\frac{5x+1}{3}+2=3-\frac{x-3}{2}\rightarrow\frac{5\cdot 1+1}{3}+2=3-\frac{1-3}{2}$$

$$\frac{6}{3}+2=3-\frac{-2}{2}$$

$$2+2=3-(-1)$$

$$4=4$$

ACTIVIDADES

44 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{2x+1}{3}=\frac{4x-1}{7}$

b) $\frac{x+3}{8}=\frac{x-2}{3}$

c) $\frac{x+11}{2}=\frac{3-x}{5}$

d) $\frac{4-x}{5}=\frac{x+1}{3}+1$

e) $\frac{x+1}{2}=2-\frac{4x-1}{3}$

f) $\frac{3x-2}{4}+2=\frac{3x}{2}$

45 Calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones con denominadores.

$\frac{2x+7}{3}=2x+5$

$\frac{3x+15}{6}=x+1$

$\frac{x-3}{7}+1=x+4$

$3x+5=\frac{2x+1}{3}$

46 Halla el valor de x en cada caso.

a) $\frac{x+1}{2}-\frac{6x+2}{4}=x$

b) $2-\frac{7x-2}{3}=-x$

c) $\frac{x}{5}-\frac{3-x}{3}=\frac{1}{5}x$

d) $\frac{x-1}{5}-x+2=-x$

e) $\frac{-x-2}{3}-\frac{2x+5}{7}=-2x$

f) $\frac{1-4x}{9}-\frac{1-10x}{3}=3x$

47 Resuelve las siguientes ecuaciones en las que todos sus términos tienen denominadores.

a) $\frac{5x+1}{2}-\frac{3x+5}{4}=\frac{7x+1}{8}$

b) $\frac{x-1}{2}+\frac{x}{5}=\frac{2x-1}{3}$

c) $\frac{x+4}{2}-\frac{x+8}{6}=\frac{x+2}{3}$

d) $\frac{3+x}{2}+\frac{1-x}{4}=-\frac{3+5x}{12}$

8. Resolución de problemas con ecuaciones

Para resolver problemas con ecuaciones es fundamental leer el problema hasta que se comprenda el enunciado y, después, reescribirlo utilizando el lenguaje algebraico.

EJEMPLO

14. **Identifica estos problemas con una ecuación que permita resolverlos.**

a) **Julián y Roberto comen en un restaurante. Los dos piden un plato de quinoa con verduras y, de postre, Julián pide una macedonia que cuesta 4 € y Roberto unas trufas de naranja que cuestan 5,35 €. Si en total pagan 25,55 €, ¿cuánto cuesta el plato de quinoa con verduras?**

No conocemos el precio del plato de quinoa con verduras.

Precio del plato de quinoa: x

Una macedonia cuesta 4 € y unas trufas 5,35 €.

Precio de la macedonia: 4 € Precio de las trufas: 5,35 €

Han comido dos platos de quinoa, una macedonia y unas trufas.

$$2 \cdot x + 4 + 5{,}35$$

Han pagado 25,55 €.

$$2 \cdot x + 4 + 5{,}35 = 25{,}55$$

b) **Berta compra una sudadera, un pantalón y unas deportivas. La sudadera cuesta el doble que el pantalón y las deportivas cuestan 34 €. Si en total gasta 79 €, ¿cuánto cuesta cada artículo?**

No conocemos el precio del pantalón.

Precio del pantalón: x

La sudadera cuesta el doble que el pantalón.

Precio de la sudadera: $2x$

Compra una sudadera, un pantalón y unas deportivas.

$$2x + x + 34$$

Gasta 79 €.

$$2x + x + 34 = 79$$

ACTIVIDADES

48 Lee los siguientes problemas y escribe una ecuación que resuelva cada uno.

a) Aurora compra un teléfono y dos fundas. En total paga 270 €. Si el teléfono cuesta 234 €, ¿cuánto cuesta cada funda?

b) El aula de la clase de 1.º de ESO tiene forma rectangular. Si la longitud de una de las paredes es $\frac{2}{3}$ de la longitud de la otra y el perímetro mide 30 m, ¿cuáles son las dimensiones del aula?

49 ¿Qué ecuación resuelve este problema?

Cinco personas van a un parque temático a pasar el día. Cuatro compran la comida, que les cuesta 9 € por persona; la quinta persona solo compra un refresco por 3 €. Si al final del día han pagado 154 € entre todos, ¿cuánto cuesta cada entrada?

50 **REFLEXIONA.** Inventa dos problemas diferentes que se resuelvan con cada ecuación.

a) $2x + 3 = 7$ b) $x + 2 \cdot (x + 10) = 50$

Cómo se resuelven problemas mediante ecuaciones

Es necesario comprobar la solución de la ecuación porque hay veces que no tiene sentido en el contexto del problema.

En un partido de baloncesto hemos conseguido 86 puntos.
Si hemos marcado 5 triples y 7 tiros libres, ¿cuántas canastas de 2 puntos hemos anotado?

① Identificamos la incógnita.

Lo que sabemos	Lo que no sabemos
N.º de triples: 5	N.º de canastas de 2 puntos
N.º de tiros libres: 7	
Puntos totales: 86	

Intenta contestar a la pregunta del problema para identificar x: «Hemos anotado x canastas de 2 puntos».

② Planteamos la ecuación.

$$5 \cdot 3 + 7 \cdot 1 + 2 \cdot x = 86$$

Cada triple vale 3 puntos. Cada tiro libre vale 1 punto. Cada canasta de 2 vale 2 puntos. La suma de todas las canastas es 86 puntos.

③ Resolvemos la ecuación.

$$15 + 7 + 2x = 86 \rightarrow 2x = 86 - 15 - 7 \rightarrow 2x = 64 \rightarrow x = \frac{64}{2} \rightarrow x = 32$$

La solución es $x = 32$.

④ Comprobamos que la solución es válida.

$$5 \cdot 3 + 7 \cdot 1 + 2 \cdot x = 86 \rightarrow 5 \cdot 3 + 7 \cdot 1 + 2 \cdot 32 = 15 + 7 + 64 = 86$$

Por tanto, la solución de la ecuación es correcta.

⑤ Interpretamos la solución.

Hemos anotado 32 tiros de 2 puntos.
La solución se ajusta al contexto del problema.

ACTIVIDADES

51 Para realizar un viaje a final de curso, los estudiantes de 1.º de ESO han vendido papeletas a 1,50 € cada una y cajas de polvorones a 15 € cada una.

a) Julio ha vendido 124 papeletas y ha recaudado 441 € en total. ¿Cuántas cajas de polvorones ha vendido?

b) María ha vendido 15 cajas de polvorones y ha recaudado lo mismo que Julio. ¿Cuántas papeletas más que Julio ha vendido?

52 Dos números consecutivos suman 55. ¿Cuáles son esos números?

53 Hace cuatro años, Lucía tenía la tercera parte de la edad que tiene ahora.

a) ¿Cuántos años tiene?

b) ¿Cuántos años tienen que pasar hasta que triplique su edad actual?

54 Valeria salió de casa con 80 €. Compró su abono de transporte por 20 €, el del gimnasio por 25 € y 3 entradas de cine. Si volvió a casa con 8 €, ¿cuánto costó cada entrada?

55 Miguel tiene 46 años y su hija 14. ¿Cuántos años deben pasar para que la edad de Miguel sea el doble de la edad de su hija?

56 En un examen tipo test, las respuestas contestadas correctamente suman 3 puntos y las que se contestan de forma errónea restan 1 punto cada una. Emma ha fallado 7 preguntas y ha obtenido una puntuación de 32. ¿Cuántas preguntas ha acertado?

ACTIVIDADES FINALES

1. Expresa mediante lenguaje algebraico situaciones y propiedades

ACTIVIDADES FLASH

57 Une cada enunciado con su expresión algebraica.

1. La suma de dos números.
2. El doble de un número.
3. El siguiente a un número.
4. La quinta parte de un número.
5. El producto de dos números.
6. El cuadrado de un número menos 5 unidades.

a) $a \cdot b$
b) $x + y$
c) $\frac{y}{5}$
d) $2t$
e) $x^2 - 5$
f) $x + 1$

58 Expresa en lenguaje algebraico.

a) Si mi perro tiene x años, ¿cuántos años tendrá dentro de 3 años?

b) En la hucha tengo x euros. ¿Cuánto dinero me queda en la hucha si saco 8 €?

c) Medía x centímetros. ¿Cuánto mido ahora si he crecido 5 cm?

d) He tardado x horas en ir de Toledo a Cáceres y 2 h y media en ir de Cáceres a Sevilla. ¿Cuánto tiempo he tardado en total entre Toledo y Sevilla?

59 Expresa en lenguaje algebraico.

a) ¿Cuántas ruedas tienen en total x coches?

b) ¿Y z motos?

c) ¿Cuántas ruedas tienen x coches y z motos?

60 La edad de Mario es x años, expresa mediante lenguaje algebraico las edades de su familia.

a) Su hermano Jon es 2 años menor.

b) La edad de su madre es 10 veces la edad de Mario.

c) Su padre tiene la edad de Mario al cubo menos 6 años.

d) La edad de su primo Miguel es la quinta parte de la edad de su madre.

e) Cuando Mario nació, su abuelo tenía 66 años.

61 **INVENTA.** Escribe una expresión, en lenguaje usual, que se corresponda con cada una de estas.

a) $x + 6$ b) $2x - 1$ c) $\frac{x}{2} + 2$ d) $x^2 + \frac{x}{3}$

62 El sueldo de un informático en una empresa es x €. Asigna una expresión algebraica para el sueldo de los siguientes trabajadores de la empresa.

a) Un administrativo gana 150 € menos que un informático.

b) El jefe de administración gana 635 € más.

c) Un operario gana un 20 % menos que un informático.

d) La gerente gana el doble que el jefe de administración.

e) La directora gana 800 € más que la gerente.

f) El sueldo de un peón está 210 € por encima del de un operario.

63 Si x es la cantidad de personas que viajan en un autobús, asigna una expresión algebraica a cada caso.

a) Al autobús se suben 2 personas.

b) Del autobús se bajan 3 personas.

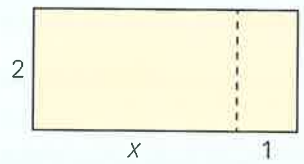
c) Ahora hay el doble de personas que al principio.

d) Ahora hay 5 personas menos que al principio.

e) ¿Cuántas personas se han bajado si en el autobús solo queda una persona?

f) ¿Cuántas personas se han subido si en el autobús hay el doble de personas que había al principio más una?

64 Expresa con lenguaje algebraico el área del siguiente rectángulo.



Valor numérico de una expresión algebraica

ACTIVIDADES FLASH

65 Halla y di el valor numérico de estas expresiones para $x = 3$, $x = -2$ y $x = 0$.

a) $3x - 4$ b) $7 - 2x$ c) $\frac{2x}{3} - 5$

66 Calcula el valor numérico de cada expresión para los valores que se indican.

a) $3a + b$, para $a = 2$ y $b = -3$.

b) $5 - x^3$, para $x = -2$.

c) $y + z$, para $y = 1$ y $z = \frac{1}{2}$.

d) $3xy - 5$, para $x = 4$ e $y = 0$.

e) $\frac{6x + 3y}{11}$, para $x = -1$ e $y = 2$.

67 En una ciudad esperan que este año el número de turistas sea el doble que el año anterior.

a) Escribe con una expresión algebraica el número de visitantes que esperan tener este año.

b) Si el año pasado visitaron la ciudad 32 000 turistas, ¿cuántos visitantes esperan tener este año?

68 **INVENTA.** Escribe en cada caso una expresión algebraica cuyo valor numérico para $x = 1$ sea:

a) 3 b) 8 c) -3 d) 0

CÁLCULO MENTAL

69 ¿Para qué valores de x estas expresiones valen 0?

a) $x - 3$ b) $x + 5$ c) $-3x$ d) $5x - 10$

70 Traduce a lenguaje algebraico estos enunciados.

a) La mitad de la diferencia de un número y 5.

b) La diferencia de la mitad de un número y 5.

Si el número es 10, ¿obtienes el mismo valor numérico?

71 **RETO.** Averigua la regla de formación de estas series y calcula el término 20 en cada uno.

a) 2, 4, 6, 8, 10, 12, … b) 1, 4, 9, 16, 25, 36, …

2. Realiza operaciones con expresiones algebraicas

Monomios

ACTIVIDADES FLASH

72 Di qué expresiones algebraicas son monomios e indica el coeficiente, la parte literal y el grado.

a) $2a + b$ c) $-\frac{2}{3}ab^3c^2$ e) $(x - 2)^2$

b) $2ab$ d) $-2x$ f) x^2yz

73 Identifica los monomios semejantes.

$3abc^3$ $2abc^2$ $-ab^2c$ $13abc^2$ $2b^2c^2$

$\frac{2abc^2}{5}$ $\frac{b^2c}{2}$ $-b^2a^3$ $-\frac{7}{4}b^2c^3$ $-5c^3x^2$

74 **INVENTA.** Escribe un monomio que cumpla:

a) Coeficiente fraccionario y grado 5.

b) Grado 0.

c) Una incógnita, grado 4 y coeficiente negativo.

d) Dos incógnitas, grado 4 y coeficiente -1.

75 Simplifica las expresiones y halla su valor para $x = 2$ e $y = 1$. Calcula z para que los números sobre cada circunferencia sumen lo mismo.

a) $y - 2y + 6y$

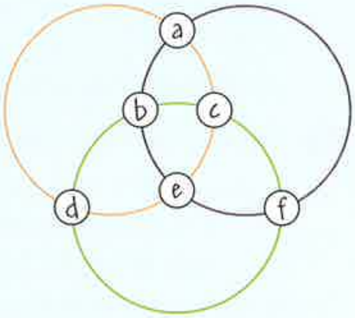
b) $2x + 4x - 8x$

c) $\frac{y}{2} + \frac{y}{2}$

d) $-2x^2 + 6x^2 - 3x^2$

e) $4z^2 - z^2 - 3z^2$

f) $\frac{2}{3}z + \frac{7}{3}z$



76 Elimina los paréntesis y simplifica las expresiones.

a) $3(4x + x)$ d) $4(3x^2 - 2x + 1) - 8x$

b) $4ab - (2ab - 3ab)$ e) $(7x^2 + 3) - (4x^2 - 1)$

c) $(3x - 5) - (2 + x)$ f) $(-5x^2 + 3x) - (x^2 - 4)$

77 **INVESTIGA.** Pon varios ejemplos y razona si es verdadero o falso.

a) La suma de dos monomios es otro monomio.

b) La suma o la diferencia de dos monomios semejantes es otro monomio semejante.

c) El grado de la suma de dos monomios es la suma de los grados de los sumandos.

d) El grado de la suma de dos monomios semejantes es el mismo que el de los sumandos.

Polinomios

ACTIVIDADES FLASH

78 Di cuáles son el número de términos, el grado y el término independiente en estos polinomios.

a) $2x^2 - 3x + 5$ c) $-7x + 3x^3 - 2 + 4x^2$

b) $-7a^2b + 5ab$ d) $\frac{2}{3}a^7 - 5a^3 + a$

79 Razona cuál es el valor numérico en cada caso.

a) $P(x) = 5x^3 - 2x^2 + 1$, para $x = -2$.

b) $Q(a, b) = -4a^2b - 3ba + 2$, para $a = -1$ y $b = 2$.

80 **INVENTA.** Escribe, en cada caso, un polinomio que cumpla las condiciones.

a) Su grado es 5, el coeficiente del término de mayor grado es negativo y no tiene términos de grado par.

b) Su grado es 3, tiene cuatro términos y su término independiente es -3.

81 Dados los polinomios $P(x)$ y $Q(x)$, calcula:

$P(x) = 2x^5 + 3x - 2 \qquad Q(x) = 3x^5 + x^2 - 7x + 1$

a) $P(x) + Q(x)$ c) $P(x) - Q(x)$
b) $Q(x) + P(x)$ d) $Q(x) - P(x)$

¿Es conmutativa la suma de polinomios? ¿Y la resta?

82 Dados los polinomios $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$, calcula:

$$P(x) = x^4 - 2x^2 - 1$$
$$Q(x) = x^3 - 6x^2 + 4$$
$$R(x) = 2x^4 - 2x - 2$$

a) $P(x) + Q(x) + R(x)$ c) $P(x) - Q(x) - R(x)$
b) $P(x) - [Q(x) - R(x)]$ d) $2P(x) + R(x)$

83 **INVENTA.** Halla y escribe dos polinomios que sumados den el polinomio $Q(x) = 2x^3 - 8x^2 + x - 1$.

84 Halla los polinomios que faltan para que se cumplan las siguientes igualdades.

a) $2x^3 - 5x + 2 + P(x) = 5x^3 + 2x^2 - 3x$
b) $5x^4 + 2x^3 - 7 - Q(x) = 2x^4 - 7x + 3$
c) $R(x) - 3x^2 + 2x - 3 = 2x^2 - 6$

85 **RETO.** Teniendo en cuenta que $P(x) = 9x^2 - 2x + 7$, encuentra un valor de x para el que $P(x)$ tenga como valor numérico 14.

86 **JUEGO.** Cada participante escribe un polinomio. Después, en dos equipos, sumad los polinomios de los miembros del equipo. Gana el equipo que consiga el polinomio con menor número de términos.

¿Qué estrategia hay que seguir para ser el equipo vencedor?

Ecuaciones

ACTIVIDADES FLASH

87 Razona y expón si son identidades o ecuaciones.

a) $2x + 1 = 3x$ d) $3(a + b) = 3a + 3b$
b) $x + 2x = 3x$ e) $x^2 + 3x^2 = 4x^2$
c) $6x + x = 5x + 1$ f) $5x + 1 = 6$

88 Averigua si $x = 0$, $x = 1$ o $x = -2$ son solución.

a) $3x - 2 = 1$ d) $x + 7(x + 2) = -2$
b) $5 + 2x = 1$ e) $x^2 + x = 2$
c) $-8x + 3 = 3$ f) $x^2 = x$

89 **INVESTIGA.** Sustituye a y b por dos números enteros en las igualdades algebraicas:

a) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
b) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 + b^2$

¿Son identidades o ecuaciones?

90 **INVENTA.** Escribe una ecuación y una identidad que tengan el primer miembro idéntico.

91 **INVESTIGA.** Indica algunas soluciones de la ecuación $x = y$. ¿Cuántas soluciones tiene?

92 Halla la solución de estas ecuaciones.

a) $x + 2 = 3$ e) $-7x + 1 = 1$
b) $2a + 1 = 5$ f) $1 = -2a + 3$
c) $2 - 3y = 5$ g) $-4 = -b - 3$
d) $-4 = z - 2$ h) $-6z - 5 = 7$

93 Resuelve las ecuaciones y comprueba la solución.

a) $2x + 1 = 5 + x$ e) $-2 = 5 + 6x - 3x$
b) $5x = 9 - 4x$ f) $-a + 4 + 6a = 5$
c) $10y - 2y - 3 = 5$ g) $30 + 8k = -5 + k$
d) $-4z + 3 = 5z - 6$ h) $2t + 1 = -5 + 5t$

94 Resuelve estas ecuaciones.

a) $3 \cdot (a - 5) - 1 = -5a$
b) $4 - 7 \cdot (t - 5) = t - 17$
c) $(4 + 3x) \cdot (-5) + 14 = 9x$
d) $8 - 2 \cdot (x + 1) = 5 \cdot (x - 1) + 4$
e) $6 \cdot (z - 2) = 9 \cdot (z - 3)$

95 **RETO.** El cuadrado mágico de la figura (la suma de los números de cada fila, columna y diagonal debe ser la misma) está formado por números del 1 al 9. Halla el valor de cada letra sabiendo que $b > c$.

$a + b$	$a - b + c$	$a - c$
$a - b - c$	a	$a + b + c$
$a + c$	$a + b - c$	$a - b$

96 **INVESTIGA.** Halla los valores de x, y, z, t sabiendo que la suma de las casillas de cada columna (A, B) es 14 y la suma de las casillas de cada fila (I, II) también.

		A	B	
		$2x$	-2	
I	$-y + 1$	$x - 1$	$2y$	-3
II	20	$-x$	$-2x$	$3t$
		5	$-(z + 3)$	

97 Resuelve estas ecuaciones.

a) $\dfrac{x-3}{2} = 6 - \dfrac{x}{3}$

b) $\dfrac{x}{2} - x = \dfrac{x}{3} + 5$

c) $\dfrac{x-2}{5} + \dfrac{2x+9}{2} = \dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{x-1}{8} + \dfrac{x-2}{2} = x$

e) $\dfrac{x+1}{9} + \dfrac{2x-2}{6} = \dfrac{x}{3}$

f) $3 = 1 + \dfrac{x+1}{3} - 2x$

98 **INVENTA.** Escribe una ecuación en cada caso.

a) La incógnita solo aparece en uno de los dos miembros de la ecuación y su solución es $x = 2$.

b) Tiene dos términos en cada miembro y su solución es $a = 5$.

c) En uno de los miembros aparece una fracción con denominador 3 y su solución es $b = -3$.

d) En la ecuación aparecen un paréntesis y una fracción, y su solución es $y = -1$.

Cómo se resuelven ecuaciones con un solo denominador

99 Resuelve estas ecuaciones.

a) $\dfrac{x+2}{3} - 2 = -1$ b) $\dfrac{x+3}{4} + 1 = \dfrac{3}{2}$

PRIMERO. Se deja la fracción que contiene la incógnita en un miembro y se pasan los demás términos al otro miembro.

a) $\dfrac{x+2}{3} - 2 = -1 \rightarrow \dfrac{x+2}{3} = -1 + 2$

b) $\dfrac{x+3}{4} + 1 = \dfrac{3}{2} \rightarrow \dfrac{x+3}{4} = \dfrac{3}{2} - 1$

SEGUNDO. Se reduce el segundo miembro sumando los términos que sean semejantes.

a) $\dfrac{x+2}{3} = 1$ b) $\dfrac{x+3}{4} = \dfrac{1}{2}$

TERCERO. El denominador pasa al otro miembro multiplicando a todos sus términos.

a) $\dfrac{x+2}{3} = 1 \rightarrow x + 2 = 1 \cdot 3 \rightarrow x + 2 = 3$

b) $\dfrac{x+3}{4} = \dfrac{1}{2} \rightarrow x + 3 = \dfrac{1}{2} \cdot 4 \rightarrow x + 3 = 2$

CUARTO. Se resuelve la ecuación resultante.

a) $x + 2 = 3 \rightarrow x = 3 - 2 \rightarrow x = 1$

b) $x + 3 = 2 \rightarrow x = 2 - 3 \rightarrow x = -1$

100 Resuelve.

a) $\dfrac{x-5}{3} = 4$

b) $\dfrac{7x+4}{2} = -5$

c) $\dfrac{6x-8}{5} = 2$

d) $5 + \dfrac{x}{7} = 4 + 2$

e) $\dfrac{2x+3}{11} = x - 3$

f) $\dfrac{x-2}{3} + 2x - 3 = 1$

101 **JUEGO.** Escribe el alfabeto inglés y asigna a cada letra un número: a la *A* el 1, a la *B* el 2, a la *C* el 3…

Las soluciones de estas ecuaciones te darán las 6 letras que tiene el nombre de una ciudad.

1.º $\dfrac{x+5}{5} + 1 = \dfrac{x+4}{4}$

2.º $\dfrac{2x-6}{4} + 1 = x - 8$

3.º $3x + (2 - x) = 2x + \dfrac{x}{6}$

4.º $2(x-3) - \dfrac{x-1}{2} = 2$

5.º $\dfrac{x}{2} + \dfrac{2(x-1)}{3} = x$

6.º $\dfrac{3(x-7) - x}{9} - 1 = 0$

Después, en parejas, inventad las ecuaciones que permitan escribir en clave el nombre de vuestra ciudad.

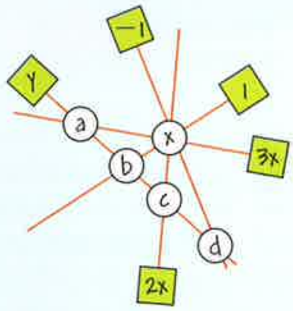
102 Resuelve las ecuaciones, sustituye en el gráfico y halla los valores *x* e *y* sabiendo que el valor del cuadrado coincide con la suma de los valores de los círculos alineados con él.

a) $3 \cdot (a-5) = \dfrac{a}{2}$

b) $\dfrac{2 \cdot (b-1)}{3} = b$

c) $\dfrac{2 \cdot (c+2)}{5} = \dfrac{5c}{3} - c$

d) $\dfrac{-2 \cdot (d+6)}{2} - d = \dfrac{-2d}{4}$



103 Resuelve estas ecuaciones con denominadores.

a) $\dfrac{5x}{2} - \dfrac{2x+3}{6} = \dfrac{5}{3}$

b) $\dfrac{x+6}{4} = \dfrac{-3x}{12}$

c) $\dfrac{2x}{3} - \dfrac{5x-7}{6} = \dfrac{x}{2}$

d) $\dfrac{2x}{3} - \dfrac{2x+1}{6} = \dfrac{5}{3} + \dfrac{x}{2}$

e) $\dfrac{-2x-2}{6} + x = -\dfrac{2-5x}{8}$

f) $10x - \dfrac{95x-10x}{2} = \dfrac{10x}{32}$

104 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\dfrac{2x-3}{5} + 2x - \dfrac{4x+7}{3} = -4$

b) $\dfrac{-x}{3} - \dfrac{5 \cdot (2x+7)}{9} = -(5+2x)$

c) $\dfrac{3x-1}{2} - \dfrac{2(x+2)}{3} + \dfrac{5x-3}{4} - \dfrac{7x+4}{6} = -\dfrac{11}{4}$

ACTIVIDADES FINALES

3. Formula algebraicamente situaciones, resuelve e interpreta los resultados

ACTIVIDADES FLASH

105 Resuelve mentalmente por tanteo.

a) Entre Mar y Ana tienen 11 libros. Mar tiene 3 libros más que Ana. ¿Cuántos libros tiene cada una?

b) El hermano pequeño de Ana tiene 3 años menos que la hermana de Mar. Si entre los dos suman 9 años, ¿qué edad tiene cada uno?

c) Las edades de los padres de Ana y Mar se diferencian en dos años, y entre ambos suman 70 años. ¿Qué edad tiene el padre de Ana? ¿Y el padre de Mar?

d) Entre Mar y Ana tienen 100 seguidores en Instagram. Ana tiene el triple de seguidores que Mar. ¿Cuántos seguidores tiene cada una?

106 Completa la tabla sabiendo que Pedro tiene el doble de edad que Andrés, Marta tiene 6 años más que Pedro y Rosa tiene 10 años menos que Pedro.

	Marta	Andrés	Rosa	Pedro
Si la edad actual de Andrés fuese 10 años				
Si desconocemos la edad de Andrés				

107 **INVENTA.** Sabiendo que x es la cantidad de dinero que tengo en mi hucha, escribe el enunciado de un problema que corresponda a cada ecuación.

a) $x + 14 = 56$

b) $\frac{3}{4}x - 8 = 35$

c) $2x - 4 = 124$

d) $\frac{x}{2} - 16 = 22$

108 Expresa en lenguaje algebraico.

a) Tengo x monedas de 1 €, y de 2 € tengo 7 monedas más que de 1 €. En total son 24 monedas.

b) Si tuviera 4 € más del dinero que tengo, sería el doble del dinero actual.

c) Soy 3 años mayor que mi hermana y entre las dos tenemos 28 años.

109 Marina tiene el doble de dinero que su primo. Si entre ambos tienen 70,20 €, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

110 Me han cobrado 5 € por un lápiz y un cuaderno. El precio del lápiz es la cuarta parte que el del cuaderno. ¿Cuánto dinero vale cada uno?

111 Lola ahorra la mitad de su paga y el resto lo destina para sus gastos. Usa una quinta parte del dinero en ir al cine, una tercera parte en pagar la factura del teléfono y todavía le sobran 14 €. ¿Cuánto es su paga mensual?

112 Sebas le dice a Ana: «La mitad más la tercera parte más la cuarta parte más la sexta parte de mis años suman los años que tengo más 6». ¿Cuántos años tiene?

113 Un albañil ha tardado 25 días en una reforma. Si hubiera trabajado dos horas más cada día, habría tardado 5 días menos. ¿Cuántas horas ha trabajado cada día?

114 **MATEMÁTICAS Y... DEPORTE.** En un campo de fútbol reglamentario, las dimensiones tienen que cumplir la siguiente relación:

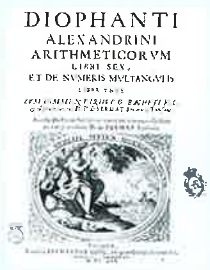
La longitud del lado más corto debe ser tres cuartas partes de la longitud del lado más largo.

La valla de publicidad que rodea el campo, y cuya longitud es su perímetro, mide 840 metros. Halla las dimensiones del campo de fútbol.

115 Llevo recorridos $\frac{7}{15}$ de un trayecto y aún me faltan 84 m para llegar a la mitad. ¿Cuál es su longitud?

116 En un aparcamiento, entre coches y motos, hay 65 vehículos y 190 ruedas, sin contar las de repuesto. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?

117 INTERNET **INVESTIGA.** Busca información sobre quién era Diofanto de Alejandría y averigua el texto que está escrito en su lápida. Haz los cálculos necesarios a partir del texto para obtener la edad a la que falleció.



118 Raquel es alpinista. Su última escalada duró 4 días. El primer día ascendió un tercio del total, el segundo otro tercio, el tercero escaló la mitad de lo que le quedaba y el cuarto tuvo que escalar 200 metros para llegar a la cumbre. ¿Qué altura tiene la montaña?

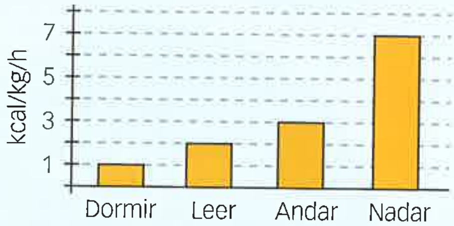
119 Mi padre se gastó 63 € en una mochila, unos zapatos que le costaron el doble que la mochila y un chaquetón que le costó igual que los zapatos más la mochila. ¿Cuánto costó cada cosa?

120 **MATEMÁTICAS Y... NUTRICIÓN.** Según la OMS, un escolar necesita al día 50 kcal por cada kilo de peso. Por tanto, yo debo consumir unas 2 600 kcal al día.

Algunas actividades que he hecho hoy son:

- He estado una hora y media en la piscina.
- He ido a casa caminando durante 45 minutos.
- He leído durante 1 hora.
- He estado durmiendo 7 horas y media.

¿Cuántas kilocalorías he consumido?



121 **MATEMÁTICAS Y... NATURALEZA.** Según la FAO, desde 1990 se han extinguido una quinta parte de los animales domésticos y otra tercera parte están en peligro de extinción. Se prevé que el número de razas de animales domésticos se reduzca hasta 1 953 razas. ¿Cuántas razas había registradas en 1990?

FAKE NEWS

El *truco* de los gastos de gestión

Una mítica banda de rock viene a visitarnos en la que, según anuncian, será su última gira.

La ocasión para disfrutar del directo de sus canciones es única y, para asegurar la venta de todas las entradas, se han rebajado los precios para grupos. Estos son los precios que figuran en su página web:

¡Oferta para grupos!

1 entrada (+3 € de gastos de gestión) **25 €**

2 entradas (+3 € de gastos de gestión) ~~50 €~~ **48 €**

3 entradas (+3 € de gastos de gestión) ~~75 €~~ **72 €**

Si compráis en grupo, os ahorráis 1 € en cada entrada.

Recuerda que, si compras las entradas en la taquilla, te ahorras los gastos de gestión. ¡No esperes más!

Y tú, ¿qué opinas?

PROBLEMAS APARENTEMENTE DISTINTOS

122 Escribe en lenguaje algebraico esta situación y opera para dejarla lo más reducida posible.

Al doble de un número le sumamos su triple y al resultado le restamos cien.

123 María tiene 2 huertos de forma rectangular, ambos con el mismo ancho, y sus largos miden 2 dam y 3 dam respectivamente. Si deja una superficie de 100 dam² sin cultivar, ¿cuánto ha cultivado?

124 Dada la siguiente expresión algebraica:

$$1\,000 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right)$$

Calcula su valor numérico para estos valores de la incógnita.

a) $x = 0{,}036$ b) $x = -0{,}176$ c) $x = -0{,}365$

125 Una entidad oferta un producto financiero de participaciones de 1 000 €. Las ganancias se obtienen con la fórmula $G = 1\,000 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$, siendo r el rédito medio de cada año. El rédito medio de los últimos tres años ha sido 0,036, −0,176 y −0,365. ¿Cuál ha sido la ganancia cada año?

126 Resuelve la siguiente ecuación de primer grado con una incógnita.

$$x - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 7$$

127 Desde la última planta de un edificio, bajamos la mitad de los pisos, subimos la tercera parte de los pisos, bajamos la cuarta parte y llegamos a la planta 7. ¿Cuántas plantas tiene el edificio?

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La frutería de mi barrio es un establecimiento pequeño que se enorgullece de pesar en una antigua báscula de dos platillos.

Ramón, el frutero, pone la fruta en uno de los platillos y en el otro va colocando pesas hasta que la balanza queda equilibrada. El peso de la fruta es igual al peso total de las pesas que ha colocado en el platillo.

¡Tres piezas al día dan alegría!

Estas son las pesas que tiene la balanza de Ramón.

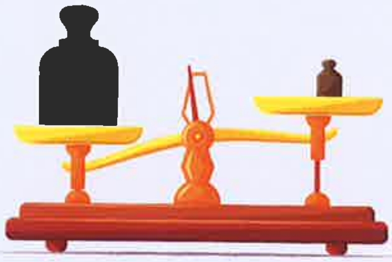
Me encanta ver cómo Ramón elige las pesas y las pone en los platillos hasta equilibrar la balanza.

Incluso hay veces en que, para equilibrar la balanza, también tiene que poner pesas en el platillo de la fruta.

1 ¿Pesará bien la báscula? Parece tan antigua...

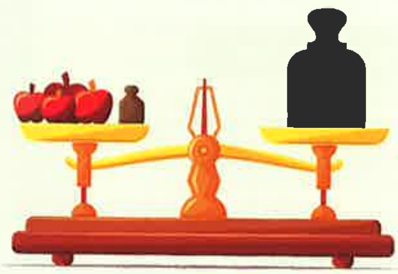
Como no hay nadie en la tienda, le pido a Ramón pesar yo mismo la fruta que necesito.

- Según mi lista de la compra, necesitamos 750 g de cerezas. ¿Cómo podría pesar las cerezas? Escribe dos posibles formas con las pesas que hay en la frutería.
- Ramón también vende frutos secos. En mi lista tengo anotado que necesitamos 150 g de almendras. Pero... ¡no hay pesa de 150 g! ¿Qué puedo hacer para dejar la balanza equilibrada?
- ¿Cuál es el peso máximo de fruta que se puede pesar? ¿Y el mínimo?



¡Pesar es un arte!

He comprado un melón y algunas manzanas. Ramón equilibra la balanza.



- ¿Cuánto pesa el melón? ¿Y las manzanas? Escribe en forma de ecuación y resuelve.
- Ahora, escribe una ecuación que tenga, al menos, dos términos en cada miembro. Después, represéntala mediante una balanza y resuélvela.

4 kg	Sandía
2 kg	Albaricoques
2 kg	Melocotones
Total............25 €	

3 La constancia siempre tiene premio

En el carro de la compra he encontrado una factura del verano pasado. Se la he enseñado a Ramón.

- Escribe una ecuación que te permita saber cuál era el precio del kilo de melocotones el año pasado y cuánto ha variado este año.

Los precios de la sandía y los albaricoques son los mismos... Lo que ha cambiado es el precio de los melocotones.

Ramón nos conoce desde hace mucho tiempo y siempre nos regala algo. Yo creo que es porque siempre compramos allí. Esta vez he comprado 5 racimos de uvas, que han pesado 1 kg y 600 g. Me ha dicho que costaban 4,80 €. Después, ha echado otros dos racimos hasta que el peso ha llegado a 2 kg.

- ¿Cuánto cuesta el kilo de uvas? Plantea una ecuación y resuélvela.
- Después del regalo, ¿cuánto dinero me ha costado a mí? Transforma la ecuación que has escrito antes y calcúlalo.

OFERTA	
Sandía	2 €/kg
Albaricoques	5 €/kg
Melocotones	3 €/kg

RESUMEN DE UNIDAD

LENGUAJE ALGEBRAICO

El doble de un número más uno → $\underbrace{2x + 1}_{\text{Expresión algebraica}}$

MONOMIO

Coeficiente → $4x^3$ ← Grado

Parte literal

POLINOMIO

Polinomio

$3y^2 - 22xy^3 + y^2 + 5$ ← Término independiente

Términos

VALOR NUMÉRICO

$P(x) = x^2 - 2x$

$P(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 = 8$

$P(5) = 5^2 - 2 \cdot 5 = 15$

IGUALDAD ALGEBRAICA

$x + x = 2x$ → Identidad

$x + 1 = 2$ → Ecuación

ECUACIÓN

Primer miembro — Segundo miembro

$3xy + 4 = 12$ → Incógnitas: x, y; Grado: $1 + 1 = 2$

Términos

AUTOEVALUACIÓN

1. Expresa mediante lenguaje algebraico situaciones y propiedades

1 ¿Cuál de las siguientes expresiones se corresponde con este enunciado?

«Al doble de la resta de un número menos una unidad le sumo 5 veces otro número».

a) $2(x - 1) + 5y$
b) $2x - 1 - 5y$
c) $2x - (1 + 5y)$
d) $2x - 1 + 5y$

2. Realiza operaciones con expresiones algebraicas

2 Indica el valor numérico, para $x = 1$ e $y = 2$, de la expresión $x^2y + x - 2y$.

a) 0 b) 4 c) -1 d) -2

3 Señala el coeficiente y el grado de $-\frac{xy^2}{2}$.

a) $c = -1, g = 1$
b) $c = \frac{1}{2}, g = 3$
c) $c = -2, g = 2$
d) $c = -\frac{1}{2}, g = 3$

4 ¿Cuál es el monomio que no es semejante a xy^2?

a) $-xy^2$ b) x^2y c) y^2x d) $3xy^2$

5 Opera y simplifica la siguiente expresión algebraica.

$$2xy - (-y) \cdot x + 4y + 5yx - 3y$$

a) $7xy + 2y$
b) $6xy + y$
c) $8xy + 7y$
d) $8xy + y$

6 Calcula $A(x) \cdot [B(x) + C(x)]$, donde:

$$A(x) = 5x + 3 \qquad C(x) = x^2 - x - 1$$
$$B(x) = x - 4$$

a) $5x^3 + 13x^2 - 19x - 15$
b) $5x^3 + 3x^2 - 15x - 9$
c) $5x^3 + 3x^2 - 15x + 9$
d) $5x^3 + 3x^2 - 25x - 15$

7 ¿Qué ecuación no tiene como solución $x = -1$?

a) $5x - 3 = 8x$
b) $\frac{x - 1}{2} - \frac{x + 4}{3} = 2x$
c) $2(x + 4) - 5 = -x$
d) $\frac{x + 2}{3} - \frac{x + 1}{2} = x - 1$

3. Formula algebraicamente situaciones, resuelve e interpreta los resultados

8 María queda con Guillermo para pasar la tarde. Gasta la décima parte del dinero que lleva encima en merendar y las dos terceras partes en comprar un videojuego. Si vuelve con 36 € a casa, ¿con cuánto dinero salió? Señala la ecuación que no resuelve el problema.

a) $\frac{x}{10} + \frac{2x}{3} = 36$
b) $x - \frac{x}{10} - \frac{2x}{3} = 36$
c) $x - \left(\frac{x}{10} + \frac{2x}{3}\right) = 36$
d) $\frac{x}{10} + \frac{2x}{3} = x - 36$

VALORA TU APRENDIZAJE

- ¿Afrontas la unidad con ilusión por aprender?
- ¿Aportas tus ideas al grupo de forma educada?