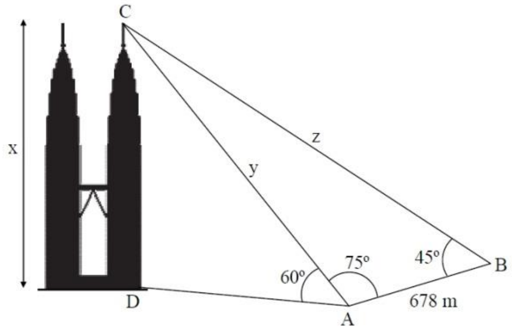
Problemas de Resolución de Triángulos

1. Halla la altura de las torres Petronas, x, y también las distancias z e y.

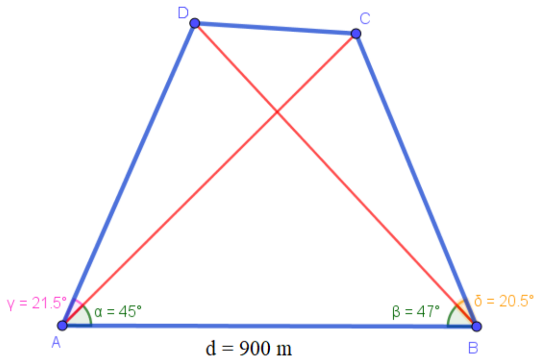


Observación: El ángulo $D = 90^{\circ}$ (aunque en el dibujo dé la impresión de que no es recto)

2. Se quiere medir la anchura de un río. Para ello se observa un árbol que está en la otra orilla. Se mide el ángulo de elevación desde esta orilla a la parte más alta del árbol y se obtiene 47°. Alejándose 5 m del río, se vuelve a medir el ángulo de elevación y se obtiene 39°. Calcula la anchura del río.

3. Del centro de un lago sale verticalmente un chorro de agua y se quiere medir su altura. Para ello se mide el ángulo de elevación desde la orilla a la parte más alta del chorro de agua y se obtiene 43°; tras alejarse 100 m del lago, se vuelve a medir el ángulo de elevación y se obtiene 35°. Calcula la altura del chorro de agua.

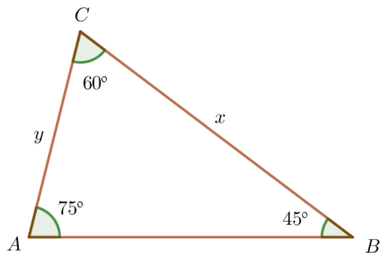
4. Halla la distancia que hay entre los picos de dos montañas *C* y *D*, sabiendo que se ha medido en una llanura cercana la distancia que hay entre *A* y *B* y se ha obtenido 900 m, y que con el teodolito[1] se ha obtenido que $CAD = 21,5^{\circ}$, $BAD = 45^{\circ}$, $ABC = 47^{\circ}$ y $CBD = 20,5^{\circ}$.



[1] El **teodolito** es un instrumento de medición mecánico-óptico que se utiliza para obtener ángulos verticales y horizontales. (*Fuente: Wikipedia*)

SOLUCIONES

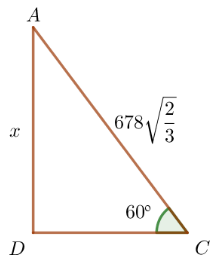
Ejercicio 1:



En el triángulo ABC:

$$\frac{y}{\operatorname{sen}45^{o}}=\frac{z}{\operatorname{sen}75^{o}}=\frac{678}{\operatorname{sen}60^{o}}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{\operatorname{sen}45^{o}}=\dfrac{678}{\operatorname{sen}60^{o}}\\[2mm]\dfrac{z}{\operatorname{sen}75^{o}}=\dfrac{678}{\operatorname{sen}60^{o}}\end{cases}\Rightarrow$$

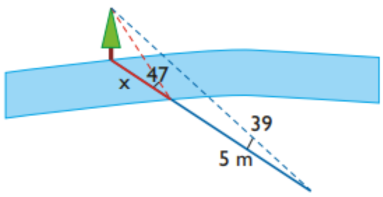
$$\begin{cases}y=678\sqrt{\dfrac{2}{3}}=553,58\text{ m}\\[2mm]z=\dfrac{1356}{\sqrt{3}}\operatorname{sen}\left(75^{o}\right)=756,21\text{ m}\end{cases}$$

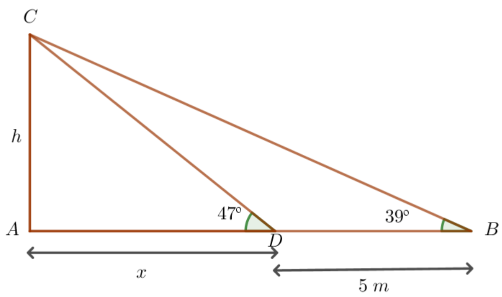


En el triángulo DCA (que es rectángulo en D):

$$x=\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot 678\operatorname{sen}\left(60^{o}\right)=\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot 678\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}=452\text{ m}$$

Ejercicio 2:

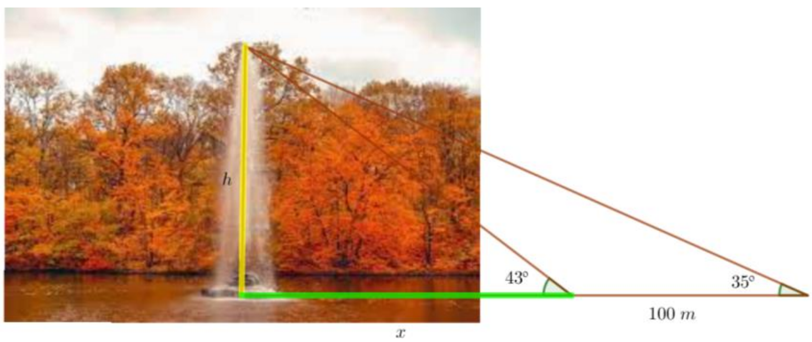




$$\left.\begin{aligned}\operatorname{tg}47^{o}&=\frac{h}{x}\\\operatorname{tg}39^{o}&=\frac{h}{5+x}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}h&=x\operatorname{tg}47^{o}\\h&=\left(5+x\right)\operatorname{tg}39^{o}\end{aligned}\right\}\Rightarrow x\operatorname{tg}47^{o}=\left(5+x\right)\operatorname{tg}39^{o}\Rightarrow x=\frac{5\operatorname{tg}39^{o}}{\operatorname{tg}47^{o}-\operatorname{tg}39^{o}}=15,42$$

La anchura del río es 15,42 m.

Ejercicio 3:

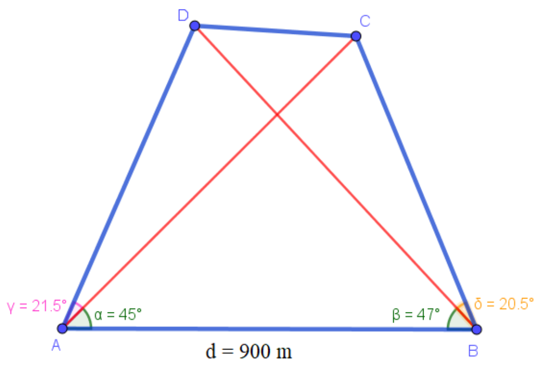


$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{tg} 43^\circ = \dfrac{h}{x} \\[2ex] \operatorname{tg} 35^\circ = \dfrac{h}{100+x} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} h = x \operatorname{tg} 43^\circ \\ h = (100+x)\operatorname{tg} 35^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow x \operatorname{tg} 43^\circ = (100+x)\operatorname{tg} 35^\circ \Rightarrow x = \frac{100 \operatorname{tg} 35^\circ}{\operatorname{tg} 43^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ}$$

Por tanto, la altura del chorro de agua es:

$$h = \frac{100 \operatorname{tg} 35^\circ}{\operatorname{tg} 43^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ} \cdot \operatorname{tg} 43^\circ = 281,07 \text{ m}$$

Ejercicio 4:



En el triángulo ABC calculamos AC:

$$ACB = 180^\circ - (47^\circ + 45^\circ + 47^\circ) = 41^\circ$$

$$\frac{900}{\operatorname{sen} 41^\circ} = \frac{AC}{\operatorname{sen} 47^\circ} \Rightarrow AC = \frac{900 \operatorname{sen} 47^\circ}{\operatorname{sen} 41^\circ} = 1003 \text{ m}$$

En el triángulo ABD calculamos AD:

$$ADB = 180^\circ - (45^\circ + 47^\circ + 44^\circ) = 44^\circ$$

$$\frac{900}{\operatorname{sen} 44^\circ} = \frac{AD}{\operatorname{sen} 91^\circ} \Rightarrow AD = \frac{900 \operatorname{sen} 91^\circ}{\operatorname{sen} 44^\circ} = 1295 \text{ m}$$

En el triángulo ACD calculamos CD:

$$CD^2 = 1003^2 + 1295^2 - 2 \cdot 1003 \cdot 1295 \cos 45^\circ$$

$$CD = 955 \text{ m}$$

Así, la distancia entre las montañas es 955 m.