

UNIDAD 5: PROPORCIONALIDAD

(Unidad 6 del libro)

Razón \rightarrow cociente (división) de números cualquiera (con divisor distinto de cero) Ej: $\frac{1}{2}, \frac{1'75}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-1875}{-435}$

Proporción \rightarrow igualdad de razones (equivalentes).

Ej: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ Es una proporción $\frac{1'2}{3} = \frac{2'4}{6}$ Es una proporción

$\frac{1'2}{3} = \frac{2'4}{6}$ es una proporción porque: $1'2 \cdot 6 = 7'2$ Si es una proporción
 $3 \cdot 2'4 = 7'2$ proporción

factor

1) a) ¿ $\frac{2}{5} = \frac{0'8}{2}$? $2 \cdot 2 = 4$ $5 \cdot 0'8 = 4$ Si forman una proporción.

b) ¿ $\frac{1'5}{5} = \frac{0'6}{3}$? $1'5 \cdot 3 = 4'5$ $5 \cdot 0'6 = 3$ No forman una proporción.

2) a) Razón $\frac{14}{12}$ b) Razón $\frac{2}{15}$

3) a) ¿ $\frac{x}{3} = \frac{4}{y}$? $x=5$ $y=12$ $\frac{5}{12} = \frac{4}{y}$ $y=4$ $\frac{3}{3} = \frac{4}{4}$

b) $\frac{5}{x} = \frac{y}{2}$ $x=10$ $y=1$ $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $x=5$ $y=2$ $\frac{5}{5} = \frac{2}{2}$

c) $\frac{x}{6} = \frac{0'1}{y}$ $x=1$ $y=0'6$ $\frac{1}{6} = \frac{0'1}{0'6}$ $x=0'2$ $y=3$ $\frac{0'2}{6} = \frac{0'1}{3}$

d) $\frac{0'4}{x} = \frac{y}{0'5}$ $x=1$ $y=0'2$ $\frac{0'4}{1} = \frac{0'2}{0'5}$ $x=0'2$ $y=1$ $\frac{0'4}{0'2} = \frac{1}{0'5}$

4) a) $\frac{6}{10} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 5}{10} = 3$

d) $\frac{x}{6} = \frac{12}{5} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 12}{5} = \frac{72}{5}$ 14-02-24

b) $\frac{4}{x} = \frac{8}{12} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 12}{8} = 6$

e) $\frac{25}{10} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 15}{25} = 6$

c) $\frac{x}{2} = \frac{7}{5} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 7}{5} = \frac{14}{5}$

f) $\frac{3}{2} = \frac{x}{9} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 9}{2} = 12$

5) a) $\frac{x}{6'2} = \frac{5}{31} \Rightarrow x = \frac{6'2 \cdot 5}{31} = 1$

d) $\frac{0'25}{x} = \frac{1'5}{12} \Rightarrow x = \frac{0'25 \cdot 12}{1'5} = 2$

b) $\frac{7'41}{26} = \frac{67}{x} \Rightarrow x = \frac{26 \cdot 67}{7'41} = 200$

e) $\frac{9'1}{21} = \frac{x}{24} \Rightarrow x = \frac{9'1 \cdot 24}{21} = \frac{52}{5}$

c) $\frac{15}{38} = \frac{x}{2'66} \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 2'66}{38} = \frac{21}{20}$

f) $\frac{2'2}{x} = \frac{1'65}{45} \Rightarrow x = \frac{2'2 \cdot 45}{1'65} = 60$

6) Divisores de 12 {1, 2, 3, 4, 6, 12}

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} \quad \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \quad \frac{12}{4} = \frac{3}{1}$$

7) a) 1, 2, 3, X $\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{X} \Rightarrow X = \frac{2 \cdot 3}{1} = 6$

b) X, 3, 5, 15 $\rightarrow \frac{X}{3} = \frac{5}{15} \Rightarrow X = \frac{3 \cdot 5}{15} = 1$

c) 1, 6, X, 18 $\rightarrow \frac{1}{6} = \frac{X}{18} \Rightarrow X = \frac{1 \cdot 18}{6} = 3$

d) X, 9, 5, 3 $\rightarrow \frac{X}{9} = \frac{5}{3} \Rightarrow X = \frac{9 \cdot 5}{3} = 15$

e) 2, 9, 5, X $\rightarrow \frac{2}{9} = \frac{5}{X} \Rightarrow X = \frac{9 \cdot 5}{2} = 22.5 / \frac{45}{2}$

f) 5, 4, X, 7 $\rightarrow \frac{5}{4} = \frac{X}{7} \Rightarrow X = \frac{5 \cdot 7}{4} = 8.75 / \frac{35}{4}$

Magnitudes directamente proporcionales 16-2-24

Des magnitudes son directamente proporcionales si, al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda multiplicada (o dividida) por el mismo número.

Nº de personas	1	2	3
Precio (€)	8	16	24

Nº de personas	1	2	3
Precio (€)	5	10	15

¿Cuándo dos magnitudes son directamente proporcionales (D.P.)?

A	1	2
B	8	16

¿A y B son D.P.? $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$? $1 \cdot 16 = 8 \cdot 2 \checkmark \Rightarrow A$ y B son D.P.

C	3	7
D	2.5	1.25

¿C y D son D.P.? $\frac{3}{2.5} = \frac{7}{1.25}$? $3 \cdot 1.25 = 7 \cdot 2.5 \times$

C y D no son D.P.

¿Cómo calcular el término que falta en una tabla de magnitudes D.P.?

A	3	7
B	2.5	X

$\frac{3}{2.5} = \frac{7}{X} \Rightarrow X = \frac{2.5 \cdot 7}{3} = 5.83$ A y B son D.P.

14) a)

Nº Horas	1	10
Nota	1	NO

No son D.P.



Lado	5	6
Perímetro	25	30

$5 \cdot 30 = 25 \cdot 6 \checkmark$

Son D.P.

c) Estatura y edad NO son D.P.

d)

Tiempo	1	2
Distancia	90	180

$\frac{1}{90} = \frac{2}{180}$? $\downarrow \checkmark$

e)

Nº de Horas	1	2
Minutos	60	120

$\frac{1}{60} = \frac{2}{120}$? \checkmark

90 km/h
90 km por Hora

Si son D.P.

15)

A	10	25	35
B	30	50	70

$$\frac{10}{30} = \frac{25}{50} = \frac{35}{70} \Rightarrow \text{No son D.P.}$$

$$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{2}$$

b)

A	8	50	3
B	14	87.5	5.25

$$\frac{8}{14} = \frac{50}{87.5} = \frac{3}{5.25} \text{ ? Si son D.P.}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$$

16) a)

A	1	x	1.5	z	2.75
B	3.2	16	y	5.6	t

$$\frac{1}{3.2} = \frac{x}{16} \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 16}{3.2} = 5$$
19-2-24

$$y = \frac{16 \cdot 1.5}{5} = 4.8 = \frac{24}{5}$$

$$z = \frac{1.5 \cdot 5.6}{\frac{24}{5}} = 1.75 = \frac{7}{4}$$

$$t = \frac{5.6 \cdot 2.75}{\frac{7}{4}} = \frac{44}{5} = 8.8$$

b)

A	x	2.8	7	z	8.4
B	3	y	5	1.3	t

$$y = \frac{2.8 \cdot 5}{7} = 2$$

$$x = \frac{3 \cdot 2.8}{2} = 4.2 = \frac{21}{5}$$

$$z = \frac{7 \cdot 1.3}{5} = 1.82 = \frac{91}{50}$$

$$t = \frac{1.3 \cdot 8.4}{1.82} = 6$$

18) a)

Nº de personas	5	7
Cantidad (g) Arroz	500	x

$$x = \frac{500 \cdot 7}{5} = 700$$
 Para 7 personas necesitamos 700 gramos de arroz.

Nº de personas	5	7
Cantidad (g) Conejo	400	y

$$y = \frac{400 \cdot 7}{5} = 560$$
 Para 7 personas necesitamos 560 g de conejo.

Nº de personas	5	7
Cantidad (g) Pollo	600	z

$$z = \frac{600 \cdot 7}{5} = 840$$
 Para 7 personas necesitamos 840 g de pollo.

Nº de personas	5	7
Cantidad (g) Judías	350	t

$$t = \frac{350 \cdot 7}{5} = 490$$
 Para 7 personas necesitamos 490 g de judías.

b) 2kg = 2000 g

Nº de personas	5	x
Cantidad (g) Arroz	500	2000

$$x = \frac{5 \cdot 2000}{500} = 20$$

20) a)

Meses	2	1	12
A pagar (€)	48	24	x

$$x = \frac{24 \cdot 12}{1} = 288$$
 Habremos pagado 288 €.

b)

Meses	1	z
A pagar (€)	24	1440

$$z = \frac{1 \cdot 1440}{24} = 60$$
 Han pasado 60 meses desde la contratación.

21) Precio (€)	450	X	378
Nº de entradas	25	24	Y

a) $x = \frac{450 \cdot 24}{25} = 432 \text{ € pago la clase de } 1^\circ \text{B.}$

b) $y = \frac{24 \cdot 378}{450} = 21 \text{ personas fueron de } 1^\circ \text{C.}$

Magnitudes inversamente proporcionales

20-2-24

Nº de obreros	5	10
Tiempo (días)	15	7'5

Las magnitudes número de obreros y tiempo son inversamente proporcionales (I.P.)

-Definición- Diremos que dos magnitudes (A y B) son inversamente proporcionales cuando al multiplicar (dividir) la primera por un número, la segunda queda dividida (multiplicada) por ese mismo número.

¿Cómo comprobar que las magnitudes de una tabla son I.P.?

A	5	10
B	15	7'5

¿A y B son I.P.?
 $\checkmark 5 \cdot 15 = 10 \cdot 7'5$ A y B son I.P.

¿Cómo obtener el término que falta en una tabla de magnitudes I.P.?

Nº de obreros	5	10
Tiempo (días)	15	X

$5 \cdot 15 = 10 \cdot X$
 $X = \frac{5 \cdot 15}{10} = 7'5$

23) a)

A	1	2	4	10
B	2	0'5	0'25	0'2

¿A y B son I.P.? No son I.P.
 $\checkmark 1 \cdot 2 = 2 \cdot 0'5 = 4 \cdot 0'25 = 10 \cdot 0'2$

b)

A	12	5	10	15
B	42	100'8	50'4	33'7

¿12-42 = 5-100'8 = 10-50'4 = 15-33'7?
 $504 = 504 = 504 \neq 505'5$

No son I.P.

24)

A	32	8	X	1	6	16	t
B	3	12	4	96	Y	Z	w

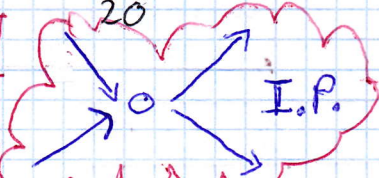
$x = \frac{1 \cdot 96}{4} = 24$ $y = \frac{1 \cdot 96}{6} = 16$
 $z = \frac{16 \cdot 6}{16} = 6$ $t = 42 \cdot 6$ $w = \frac{16 \cdot 6}{12} = 8$

A	1	5	10	15	20	30
B	X	12	6	Y	Z	t

$x = \frac{5 \cdot 12}{1} = 60$ $y = \frac{6 \cdot 10}{15} = 4$
 $z = \frac{15 \cdot 4}{20} = 3$ $t = \frac{20 \cdot 3}{30} = 2$

25)

Nº de jardineros	2	1	3
a) Tiempo (h)	2'5	X	Y



$x = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2}{1} = 7$
 $y = \frac{7 \cdot 1}{3} = 2'3$

Tardará 7 horas Tardarán 2'3 horas = 2 h y 20 min.

b)

Velocidad (km/h)	20	75
Tiempo (min)	35	X

$x = \frac{20 \cdot 35}{75} = 9'3 \text{ min}$

26	Nº de grifos	1	2	3
	Tiempo (min)	12	X	Y

$$x = \frac{1 \cdot 12}{2} = 6 \quad y = \frac{1 \cdot 12}{3} = 4$$

2 grifos tardarán
6 minutos.

3 grifos tardarán
4 minutos.

27	Nº de regadores	4	1	6
	Tiempo (h)	3'5	X	Y

$$x = \frac{4 \cdot 3'5}{1} = 14 \quad y = \frac{4 \cdot 3'5}{6} = 2'3$$

1 regador tarda
14 horas.

6 regadores tardarán
2'3 horas / 2 h y 20 min.

28	Nº de máquinas	2	5
	Tiempo (días)	15	X

$$x = \frac{2 \cdot 15}{5} = 6$$

Se tardaría
6 días.

29	Velocidad (Km/h)	80	120
	Tiempo (min)	25	X

$$x = \frac{25 \cdot 80}{120} = 16'6$$

Tardaría 16'6
minutos.

30	Nº de caballos	20	12
	Duración (días)	15	X

$$x = \frac{15 \cdot 20}{12} = 25$$

Duraría 25 días.

31	Caudal (l/min)	12	X
	Tiempo (min)	45	20

$$x = \frac{12 \cdot 45}{20} = 27$$

El caudal deberá
ser de 27 litros
por minuto.

32	Dinero aportado (€)	20000	15000
	Tiempo (h)	3	X

$$x = \frac{20000 \cdot 3}{15000} = 4$$

El segundo debe dedicar
4 horas al día.

33	Caudal (l/min)	120	240
	Tiempo (h)	15	X

$$x = \frac{120 \cdot 15}{240} = 7'5$$

Tardará 7'5 horas

34	Base (m)	12	5
	Altura (m)	7	X

$$x = \frac{12 \cdot 7}{5} = 16'8$$

Tiene una altura
de 16'8 metros.

35	Tiempo (min)	280	X
	Nº de personas	1	3

$$4 \text{ h } 20 \text{ min} = 260 \text{ min}$$

Entre los 3

$$x = \frac{260 \cdot 1}{3} = 86'67$$

tardaremos 86'67
minutos.

36	Nº de obreros	8	3
	Tiempo (horas)	173	X

$$7 \text{ días y } 5 \text{ horas} = 173 \text{ horas.}$$

$$x = \frac{8 \cdot 173}{3} = 461$$

3 obreros tardarán 461 horas.

	Nº de personas	8	Y
	Tiempo	173	$\frac{173}{2}$

$$y = \frac{173 \cdot 8}{\frac{173}{2}} = 16$$



Para realizar el trabajo en la mitad del tiempo se necesitan 16 obreros.

37	Nº de gallinas	300	400
	Tiempo (días)	20	x

$$x = \frac{20 \cdot 300}{400} = 15$$

Habrán grano para 15 días.

38	Caudal (l/min)	15	12
	Tiempo (min)	13	x

$$x = \frac{13 \cdot 15}{12} = 16.25$$

Tardará 16.25 minutos.

39	Nº de garrafas	24	20
	Capacidad	5	x

$$x = \frac{24 \cdot 5}{20} = 6$$

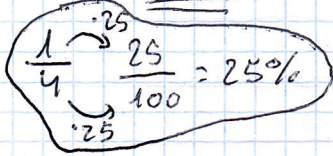
Las garrafas deben ser de 6 litros.

Porcentajes

26-2-24

Un porcentaje o tanto por ciento es una RAZÓN entre un nº x y 100: $\frac{x}{100} = x\%$.

Ejemplos: $25\% = \frac{25}{100} = 0.25$



→ Un ejemplo

$$3.2\% = \frac{3.2}{100} = 0.032$$

Porcentaje de una cantidad

$$25\% \text{ de } 175 = \frac{25}{100} \text{ de } 175 = \frac{25 \cdot 175}{100} = 43.75$$

$$3.2\% \text{ de } 175 = \frac{3.2}{100} \text{ de } 175 = \frac{3.2 \cdot 175}{100} = 5.6$$

Aumentos porcentuales

Comer : 15 €
IVA : 10%

¿Cuánto pago?
10% de 15 = $\frac{10 \cdot 15}{100} = 1.5$

May que pagar
15 + 1.5 € = 16.5 €.

$$110\% \text{ de } 15 = \frac{110 \cdot 15}{100} = 16.5$$

↑
100 + 10

Disminuciones porcentuales

Pantalón : 30 €
Rebajas : 20%

¿Cuánto pago?
20% de 30 = $\frac{20 \cdot 30}{100} = 6$ € de descuento
30 - 6 = 24 € pagas

$$80\% \text{ de } 30 = \frac{80 \cdot 30}{100} = 24 \text{ € pagas}$$

↑
100 - 20

40) $\left. \begin{array}{l} 45\% \text{ chicas} \\ 33\% \text{ chicos} \end{array} \right\} 45\% - 33\% = 12\% \text{ veces mayor en chicas que en chicos}$

1t = 1000 kg (41) a) 34% de 235000 t = 79900 toneladas quieren recibir.

b) Toneladas	235000	x
%	2	100

D.P. $x = \frac{235000 \cdot 100}{2} = 11750000$ t de basura

¡¡¡IMPORTANTE!!!

2% del total = 235000 $\Rightarrow \frac{2}{100}$ del total = 235000 Total $\Rightarrow \frac{235000 \cdot 100}{2} = 11750000$ t de basura

(42) Partido	A	B	C	D	Total
Nº de votos	180000	135000	67000	217500	600000
%	30	22'5	11'25	36'2	100
	\uparrow x	\uparrow y	\uparrow z	\uparrow t	

$x = \frac{100 \cdot 180000}{600000} = 30\%$ $y = \frac{100 \cdot 135000}{600000} = 22'5\%$

$z = \frac{100 \cdot 67000}{600000} = 11'25\%$ $t = \frac{100 \cdot 217500}{600000} = 36'2\%$

\Rightarrow D.P. (43)

Precio	3'5	4'9	5	6'4	5'5	6'9
%	100	x	100	y	100	z

$x = \frac{100 \cdot 4'9}{3'5} = 140\%$ $y = \frac{100 \cdot 6'4}{5} = 128\%$ $z = \frac{100 \cdot 6'9}{5'5} = 125'45\%$

(44) Precio	900	950	950	1000	1000	1100
a) %	100	x	100	y	100	z

$x = \frac{100 \cdot 950}{900} = 105'56\%$ $y = \frac{100 \cdot 1000}{950} = 105'26\%$ $z = \frac{100 \cdot 1100}{1000} = 110\%$

b) Precio	900	1100
%	100	t

$t = \frac{100 \cdot 1100}{900} = 122'22\%$ $\frac{122'22}{100} = 22'22\%$ aumenta

(45) Precio	14400	15000
%	100	x

$x = \frac{100 \cdot 15000}{14400} = 104'16\%$ $\frac{104'16}{100} = 4'16\%$ aumento el precio

(46) Cantidad (he.)	6'4	x
%	100	125

$x = \frac{6'4 \cdot 125}{100} = 8$ Al comenzar el invierno tenía 8 hectómetros cúbicos

(47) Precio	1232'5	x
%	100	110

$x = \frac{110 \cdot 1232'5}{100} = 1355'75$ € tenemos que pagar.

(48) 7% de 2500 = $\frac{7 \cdot 2500}{100} = 175$ Cada año tienen que plantar 175 árboles.

(49) Sueldo	1250	1290
%	100	x

$x = \frac{100 \cdot 1290}{1250} = 103'2\%$ $\frac{103'2}{100} = 3'2\%$ Es mayor la subida del sueldo

(50) Sueldo	1875	x
%	100	92'5

$x = \frac{1875 \cdot 92'5}{100} = 1734'38$ € cobrará. 59

Ejercicios de repaso

51

Tiempo (días)	5	18
Dinero (€)	390	x

$$x = \frac{18 \cdot 390}{5} = 1404 \text{ € ganará.}$$

52

Nº de cajas	3	5
Peso (kg)	2'25	x

$$x = \frac{2'25 \cdot 5}{3} = 3'75 \text{ kg pesarán.}$$

53

Nº de excavadoras	3	5
Tiempo (días)	10	x

I.P. $x = \frac{3 \cdot 10}{5} = 6$ días tardarán.

54

Nº de vehículos	8100	x
Tiempo (días)	60	365

$$x = \frac{8100 \cdot 365}{60} = 49275 \text{ automóviles fabricarán en 1 año}$$

55

Capacidad (t)	3	5
Nº de viajes	15	x

$$x = \frac{3 \cdot 15}{5} = 9 \text{ viajes tendrá que hacer.}$$

56

Distancia (km)	329	282
Tiempo (h)	3'5	x

$$x = \frac{3'5 \cdot 282}{329} = 3 \text{ horas tardará.}$$

57

Nº de fallas	5	2
Dinero (€)	1000	x

$$x = \frac{5 \cdot 1000}{2} = 2500 \text{ € se llevará.}$$

58

Nº de animales	30	x
%	15	100

$$x = \frac{30 \cdot 100}{15} = 200 \text{ animales hay en la granja.}$$

59

Precio (cent.)	70	x
%	110	100

$$x = \frac{70 \cdot 100}{110} = 63'64 \text{ € costaba antes.}$$

↓ 100+10%

Victor