SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres.

a) Plantear un sistema para averiguar cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.

b) Resolver el problema.

2. Para un determinado partido de fútbol se ponen a la venta tres tipos de localidades: fondo, general y tribuna. Se sabe que la relación entre los precios de las localidades de tribuna y general es 19/18 y, entre general y fondo, 6/5. Si al comprar tres localidades, una de cada clase, se pagan en total 130 euros, ¿cuál es el precio de cada tipo de localidad?

3. De tres cantidades distintas, $r < s < t$, se sabe que la suma de las tres es igual a 113; que al dividir la mayor entre la menor se obtiene un cociente igual a seis y un resto igual a cuatro, y que, al dividir la mayor entre la cantidad intermedia, s, se obtiene un cociente igual a dos y un resto igual a seis. Calcula el valor de cada cantidad.

4. Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. El número de monedas de A excede en 2 a la suma de las monedas de las otras dos cajas. Si se traslada 1 moneda de la caja B a la caja A, esta tendrá el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.

5. Cierto estudiante obtuvo, en un control que constaba de 3 preguntas, una calificación de 8 puntos. En la segunda pregunta sacó dos puntos más que en la primera y un punto menos que en la tercera.

a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar la puntuación obtenida en cada una de las preguntas.

b) Resolver el sistema.

6. Una autoescuela tiene abiertas 3 sucursales en la ciudad. El número total de matriculados es 352, pero los matriculados en la tercera son sólo una cuarta parte de los matriculados en la primera. Además, la diferencia entre los matriculados en la primera y los matriculados en la segunda es inferior en dos unidades al doble de los matriculados en la tercera.

a) Plantear un sistema de ecuaciones para averiguar el número de alumnos matriculados en cada sucursal.

b) Resolverlo.

7. Dos poblaciones, A y B, distan entre sí 270 km. El precio de una tonelada de aceite es de $7\,000$ euros en la ciudad A y de 7 200 euros en la ciudad B. Los gastos de transporte son de un euro por tonelada y kilómetro recorrido. Determina un punto C, situado entre las dos ciudades, A y B, desde el que sea indiferente comprar el aceite en cualquiera de las dos localidades.

8. En una farmacia se comercializan 3 tipos de champú de cierta marca: normal, con vitaminas y anticaspa. Se sabe que el precio al que se vende el normal es de 2 euros y el de vitaminas es de 3 euros. Se desconoce el precio al que se vende el anticaspa. Por otro lado, el dinero total obtenido por las ventas de los 3 tipos de champú el mes pasado fue de 112 euros y el dinero obtenido en ventas con el champú normal fue 56 euros inferior al dinero total obtenido en ventas con el resto.

Además, el dinero total obtenido en ventas con el champú de vitaminas y el anticaspa fue el mismo que el que hubiera obtenido vendiendo 28 unidades del anticaspa y ninguna de los demás.

a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función del precio desconocido del champú anticaspa, que puedes llamar por ejemplo m) donde las incógnitas (x, y, z) sean las unidades vendidas el mes pasado de cada tipo de champú.

b) ¿Qué puedes concluir sobre el precio del champú anticaspa a partir de un estudio de la compatibilidad del sistema?

c) Si se sabe que el número de unidades vendidas del anticaspa fue 20, utiliza el resultado del apartado (b) para calcular las unidades vendidas de los otros 2.

9. Un fabricante produce 42 electrodomésticos. La fábrica abastece a 3 tiendas, que demandan toda la producción. En una cierta semana, la primera tienda solicitó tantas unidades como la segunda y tercera juntas, mientras que la segunda pidió un 20 % más que la suma de la mitad de lo pedido por la primera más la tercera parte de lo pedido por la tercera. ¿Qué cantidad solicitó cada una?

10. Un individuo realiza fotografías con una cámara digital. Sabe que cada fotografía de calidad normal ocupa siempre 0,20 megabytes de memoria. Cada fotografía de calidad óptima ocupa siempre una cantidad A de megabytes, pero el individuo no la conoce. Esta semana ha llevado a revelar 24 fotografías que le han ocupado un total de 9,2 megabytes de memoria.

a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función de A) donde las incógnitas sean el número de fotos de cada clase que ha realizado. Estudia la compatibilidad del sistema.

b) ¿Hay alguna cantidad de megabytes que es imposible que ocupe cada foto de calidad óptima?

c) La semana pasada también hizo 24 fotos y ocupó 9,2 megabytes de memoria total. ¿Es posible que el número de fotos de cada tipo fuera diferente al de esta semana?

11. Se mezclan 60 *l* de vino blanco con 20 *l* de vino tinto y se obtiene un vino de 10 grados (10 % de alcohol). Si por el contrario se mezclan 20 *l* de blanco con 60 *l* de tinto, se obtiene un vino de 11 grados. ¿Qué graduación tendrá una mezcla de 40 *l* de vino blanco y 40 *l* de vino tinto?

12. Una persona disponía de 60 000 € y los repartió en tres fondos de inversión diferentes (A, B y C), obteniendo así 4 500 € de beneficios. Sabemos que en el fondo A invirtió el doble que en los fondos B y C juntos; sabemos también que el rendimiento de la inversión realizada en los fondos A, B y C fue del 5 %, 10 % y 20 % respectivamente.

a) Plantear un sistema para determinar las cantidades invertidas en cada uno de los fondos.

b) Resolver el sistema anterior.

13. Parte de los huéspedes de un pequeño hotel se encuentra en el comedor; en el mismo momento otra parte se encuentra en la sala de estar y el resto en la biblioteca. Posteriormente, 4 se desplazan del comedor a la biblioteca, 1 de la sala de estar al comedor y 2 de la biblioteca a la sala de estar. Ahora, ha quedado el mismo número de personas en cada una de las tres estancias.

a) Plantear un sistema para determinar cuántas personas se encontraban inicialmente en cada habitación.

b) Resolverlo para determinar cuántos huéspedes se alojan en el hotel.

14. Un joyero tiene tres clases de monedas *A*, *B* y *C*. Las monedas de tipo *A* tienen 2 gramos de oro, 4 gramos de plata y 14 gramos de cobre; las de tipo *B* tienen 6 gramos de oro, 4 gramos de plata y 10 gramos de cobre, y las de tipo *C* tienen 8 gramos de oro, 6 gramos de plata y 6 gramos de cobre. ¿Cuántas monedas de cada tipo debe fundir para obtener 44 gramos de oro, 44 gramos de plata y 112 gramos de cobre?

15. Una tienda de música ha obtenido unos ingresos de 12 768 € al vender 600 discos compactos de tres grupos musicales. Los discos se vendían a 24 €; sin embargo, los del segundo y tercer grupo, al ser menos recientes, se vendieron con descuentos del 30 % y del 40 % respectivamente. Sabemos que el número de discos vendidos con descuento fue la mitad que el número de discos que se vendieron a su precio original.

a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar cuántos discos de cada grupo se vendieron.

b) Resolverlo.

16. Antonio tiene un año más que Juan y Luis uno más que Ángel. Determine la edad de los cuatro sabiendo que la edad de Luis es la suma de la tercera parte más la séptima parte de la edad de Antonio y que la edad de Ángel es la suma de la cuarta parte más la quinta parte de la edad de Juan.

17. Una empresa ha vendido 42000 artículos de papelería, bolígrafos, gomas y rotuladores, al precio de 1.2, 1.5 y 2 € respectivamente. El total de los ingresos producidos por esas ventas asciende a 64000 €. Se sabe, además, que el número de bolígrafos que se ha vendido es el 40 % del número total del resto de artículos vendidos.

a) Plantear un sistema para determinar el número de cada tipo de artículos vendidos.

b) Resolverlo.

18. Una librería ha vendido 3 900 libros de matemáticas, correspondientes a tres editoriales diferentes, A, B, y C. Sabemos que de la editorial B se han vendido el doble de ejemplares que de la editorial A. Sabemos, también, que la razón entre el número de ejemplares vendidos de las editoriales B y C es igual a 2.

a) Plantear un sistema para determinar el número de libros vendidos de cada editorial.

b) Resolverlo.

19. Una editorial va a lanzar al mercado tres libros de bolsillo L1, L2 y L3. El importe total de la edición es de 18 750 €. Los costes, en euros, por unidad, son 7, 5 y 6, respectivamente.
Se sabe que el número de ejemplares de L3 es igual a los dos séptimos de los del tipo L2 y que, si al triple del número de ejemplares de L1 se le suma el número de ejemplares de L3, se obtiene el doble de ejemplares de L2.

a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar cuántos libros de cada tipo se han editado.

b) Resuelve dicho sistema.

20. Un autobús urbano transporta en hora punta 90 viajeros de tres tipos: viajeros que pagan el billete entero, que vale 1 €; estudiantes que tienen un 25 % de descuento al presentar el carné; jubilados de la localidad que únicamente pagan el 50 % del precio del billete. La recaudación del autobús en ese viaje fue de 64 €. Calcula el número de viajeros de cada clase sabiendo que el número de jubilados era el mismo que el número del resto de viajeros.

21. En un jardín hay 22 árboles entre naranjos, limoneros y membrillos. El doble del número de limoneros más el triple del número de membrillos, es igual al doble del número de naranjos.

a) Plantea un sistema para determinar cuántos árboles de cada tipo hay. ¿Es posible resolverlo?

b) Si, además, sabemos que el número de naranjos es el doble del de limoneros, ¿cuántos árboles hay de cada tipo?

22. Una empresa tenía, en el año 2001, cierto número de empleados, unos hombres y otras mujeres. En el año 2002 aumentaron en 5 los trabajadores de la empresa y en 6 el número de trabajadoras, quedando así doble número de mujeres que de hombres. En el año 2003 aumentaron en 2 las trabajadoras y se redujo en 4 el número de trabajadores, resultando quedar el triple de mujeres que de hombres. Plantea un sistema para determinar el número de hombres y mujeres que trabajan en dicha empresa en el año 2003. Resuélvelo si es posible.

23. Una empresa dispone de 27 200 € para actividades de formación de sus cien empleados. Después de estudiar las necesidades de los empleados, se ha decidido organizar tres cursos: A, B y C. La subvención por persona para el curso A es de 400 €, para el curso B es de 160 €, y de 200 € para el C. Si la cantidad que se dedica al curso A es cinco veces mayor que la correspondiente al B, ¿cuántos empleados siguen cada curso?

24. En una tienda, un cliente se ha gastado 150 euros por la compra de 12 artículos: varios CD de música, libros y carpetas. Cada CD le ha costado 20 euros, cada libro 15 euros y cada carpeta 5 euros. Si se sabe que los CD y las carpetas juntos son el triple que los libros:

a) Formula el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.

b) Determina cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

25. Un vendedor dispone de tres tipos de piensos: A, B y C. A cierto ganadero le cobra 52 céntimos el kilogramo de una mezcla formada por una parte de pienso de tipo A, dos de B y tres de C. A otro ganadero le cobra 46 céntimos el kilogramo de una mezcla formada por dos partes de pienso de tipo A y una de tipo B.

a) Averigua el precio del kilogramo de una mezcla, a partes iguales, de cada tipo de pienso.

b) Determina el precio del kilogramo de cada tipo de pienso, sabiendo que la mezcla, a partes iguales, de los tipos B y C, cuesta 65 céntimos el kilogramo.

26. Alumnos de dos grupos distintos, A y B, realizan un mismo examen de Matemáticas aplicadas a las CC. SS. II. Se sabe que la nota media en el grupo A ha sido de 4,5 puntos y de 5,4 puntos en el B. Calcula el número de alumnos de cada grupo, sabiendo que ambos, A y B, suman 72 alumnos y que la nota media del total de estos alumnos ha sido 4,95 puntos.

27. Dos amigos invierten 20 000 € cada uno. El primero coloca una cantidad A al 4 % de interés, una cantidad B al 5 % y el resto al 6 %. El otro invierte la misma cantidad A al 5 %, la B al 6 % y el resto al 4 %. Determina las cantidades A, B y C sabiendo que el primero obtiene unos intereses de 1 050 € y el segundo de 950 €.

28. Una tienda ha vendido 600 ejemplares de un videojuego por un total de 6 384 €. El precio original era de 12 €, pero también ha vendido copias defectuosas con descuentos del 30 % y del 40 %. Sabiendo que el número de copias defectuosas vendidas fue la mitad del de copias en buen estado, calcula a cuántas copias se le aplicó el 30 % de descuento.

29. Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 € y un total de 2 000 €. Si el número de billetes de 10 € es el doble que el número de billetes de 20 €, averigua cuántos billetes hay de cada tipo.

30. Si la altura de Carlos aumenta el triple de la diferencia de las alturas de Antonio y Juan, Carlos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Antonio equivale a nueve veces la de Carlos. Halla las tres alturas.

31. Invirtiendo un millón de euros en acciones de tipo A y 2 millones en acciones de tipo B, obtenemos unos intereses totales (anuales) de 280 000 €, y si invertimos 2 millones en A y un millón en B, obtenemos 260 000 €. ¿Cuáles serían los intereses si se invirtieran 3 millones en A y 5 millones en B?

32. De un número de tres cifras se sabe que la suma de éstas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en 198, y si se intercambian las de las unidades y decenas, el número aumenta en 36. Encuentra el número.

33. Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas, A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

SOLUCIONES

1.- Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres.

a) Plantear un sistema para averiguar cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.

b) Resolver el problema.

Solución:

$x =$ nº de hombres

$y =$ nº de mujeres

$z =$ nº de niños

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y=3z \\ y+1=x \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(8,7,5)$$

Han ido 8 hombres, 7 mujeres y 5 niños.

2.- Para un determinado partido de fútbol se ponen a la venta tres tipos de localidades: fondo, general y tribuna. Se sabe que la relación entre los precios de las localidades de tribuna y general es 19/18 y, entre general y fondo, 6/5. Si al comprar tres localidades, una de cada clase, se pagan en total 130 euros, ¿cuál es el precio de cada tipo de localidad?

Solución:

$x =$ precio de la localidad de fondo

$y =$ precio de la localidad general

$z =$ precio de la localidad de tribuna

$$\begin{cases} \dfrac{z}{y}=\dfrac{19}{18} \\ \dfrac{y}{x}=\dfrac{6}{5} \\ x+y+z=130 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(37.50,45,47.50)$$

La localidad de fondo cuesta 37.50 €, la general 45 € y la de tribuna 47.50 €.

3.- De tres cantidades distintas, $r < s < t$, se sabe que la suma de las tres es igual a 113; que al dividir la mayor entre la menor se obtiene un cociente igual a seis y un resto igual a cuatro, y que, al dividir la mayor entre la cantidad intermedia, *s*, se obtiene un cociente igual a dos y un resto igual a seis. Calcula el valor de cada cantidad.

Solución:

$$\begin{cases} r+s+t=113 \\ t=6r+4 \\ t=2s+6 \end{cases} \rightarrow (r,s,t)=(11,32,70)$$

4.- Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. El número de monedas de A excede en 2 a la suma de las monedas de las otras dos cajas. Si se traslada 1 moneda de la caja B a la caja A, esta tendrá el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.

Solución:

$x =$ nº de monedas en la caja A

$y =$ nº de monedas en la caja B

$z =$ nº de monedas en la caja C

$$\begin{cases} x+y+z=36 \\ x=y+z+2 \\ 2(y-1)=x+1 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(19,11,6)$$

En la caja A hay 19 monedas, en la caja B hay 11 y en la caja C hay 6 monedas de 1€.

5.- Cierto estudiante obtuvo, en un control que constaba de 3 preguntas, una calificación de 8 puntos. En la segunda pregunta sacó dos puntos más que en la primera y un punto menos que en la tercera.

a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar la puntuación obtenida en cada una de las preguntas.

b) Resolver el sistema.

Solución:

$x =$ puntuación en la 1ª pregunta

$y =$ puntuación en la 2ª pregunta

$z =$ puntuación en la 3ª pregunta

$$\begin{cases} x+y+z=8 \\ y=x+2 \\ y=z-1 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(1,3,4)$$

En la 1ª pregunta obtuvo una puntuación de 1punto, en la segunda de 3 puntos y en la tercera de 4 puntos.

6.- Una autoescuela tiene abiertas 3 sucursales en la ciudad. El número total de matriculados es 352, pero los matriculados en la tercera son sólo una cuarta parte de los matriculados en la primera. Además, la diferencia entre los matriculados en la primera y los matriculados en la segunda es inferior en dos unidades al doble de los matriculados en la tercera.

a) Plantear un sistema de ecuaciones para averiguar el número de alumnos matriculados en cada sucursal.

b) Resolverlo.

Solución:

$x, y, z =$ nº de alumnos matriculados en la 1ª, 2ª y 3ª sucursal, respectivamente

$$\begin{cases} x+y+z=352 \\ z=\dfrac{1}{4}x \\ x-y=2z-2 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(200,102,150)$$

En la primera sucursal hay matriculados 200 alumnos, en la segunda 102 alumnos y en la tercera 150 alumnos.

7.- Dos poblaciones, A y B, distan entre sí 270 km. El precio de una tonelada de aceite es de 7 000 euros en la ciudad A y de 7 200 euros en la ciudad B. Los gastos de transporte son de un euro por tonelada y kilómetro recorrido. Determina un punto C, situado entre las dos ciudades, A y B, desde el que sea indiferente comprar el aceite en cualquiera de las dos localidades.

Solución:

$x=$ distancia en Km desde A hasta C

$y=$ distancia en Km desde C hasta B

$$\begin{cases} x+y=270 \\ 7000+x=7200+y \end{cases} \rightarrow (x,y)=(235,35)$$

Entre A y C hay 235 Km y entre C y B hay 35 Km.

8.- En una farmacia se comercializan 3 tipos de champú de cierta marca: normal, con vitaminas y anticaspa. Se sabe que el precio al que se vende el normal es de 2 euros y el de vitaminas es de 3 euros. Se desconoce el precio al que se vende el anticaspa. Por otro lado, el dinero total obtenido por las ventas de los 3 tipos de champú el mes pasado fue de 112 euros y el dinero obtenido en ventas con el champú normal fue 56 euros inferior
al dinero total obtenido en ventas con el resto. Además, el dinero total obtenido en ventas con el champú de vitaminas y el anticaspa fue el mismo que el que hubiera obtenido vendiendo 28 unidades del anticaspa y ninguna de los demás.

a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función del precio desconocido del champú anticaspa, que puedes llamar por ejemplo m) donde las incógnitas (x, y, z) sean las unidades vendidas el mes pasado de cada tipo de champú.

b) ¿Qué puedes concluir sobre el precio del champú anticaspa a partir de un estudio de la compatibilidad del sistema?

c) Si se sabe que el número de unidades vendidas del anticaspa fue 20, utiliza el resultado del apartado (b) para calcular las unidades vendidas de los otros 2.

Solución:

$x,y,z=$ nº de unidades de cada tipo que ha vendido

$m=$ precio del champú anticaspa

$$\begin{cases} 2x+3y+mz=112 \\ 2x+56=3y+mz \\ 3y+mz=28m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m=3 \rightarrow S.C.I. \\ m\neq 3 \rightarrow S.I. \end{cases}$$

En el caso $m=3$, las soluciones vienen dadas por $(x,y,z)=(14,8,\mu)$ con $\mu\in\mathbb{R}$

9.- ** Un fabricante produce 42 electrodomésticos. La fábrica abastece a 3 tiendas, que demandan toda la producción. En una cierta semana, la primera tienda solicitó tantas unidades como la segunda y tercera juntas, mientras que la segunda pidió un 20 % más que la suma de la mitad de lo pedido por la primera más la tercera parte de lo pedido por la tercera. ¿Qué cantidad solicitó cada una?

Solución:

$x =$ cantidad de electrodomésticos que pide la 1ª tienda

$y =$ cantidad de electrodomésticos que pide la 2ª tienda

$z =$ cantidad de electrodomésticos que pide la 3ª tienda

$$\begin{cases} x + y + z = 42 \\ x = y + z \\ y = \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}z\right) + \frac{20}{100}\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}z\right) \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (21, 15, 6)$$

Si las cosas se tienen más o menos claras, la última ecuación se puede escribir en la forma: $y = 1.2\left(\frac{x}{2} + \frac{z}{3}\right)$

La primera tienda pidió 21 electrodomésticos, la segunda 15 y la tercera 6.

10.- Un individuo realiza fotografías con una cámara digital. Sabe que cada fotografía de calidad normal ocupa siempre 0,20 megabytes de memoria. Cada fotografía de calidad óptima ocupa siempre una cantidad A de megabytes, pero el individuo no la conoce. Esta semana ha llevado a revelar 24 fotografías que le han ocupado un total de 9,2 megabytes de memoria.

a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función de A) donde las incógnitas sean el número de fotos de cada clase que ha realizado. Estudia la compatibilidad del sistema.

b) ¿Hay alguna cantidad de megabytes que es imposible que ocupe cada foto de calidad óptima?

c) La semana pasada también hizo 24 fotos y ocupó 9,2 megabytes de memoria total. ¿Es posible que el número de fotos de cada tipo fuera diferente al de esta semana?

Solución:

$x =$ nº de fotos realizadas en calidad normal

a) $y =$ nº de fotos realizadas en calidad óptima

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 0.2x + Ay = 9.2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \neq 0.2 \rightarrow S.C.I. \Rightarrow (x, y) = \left(\dfrac{24A - 9.2}{A - 0.2}, \dfrac{4.4}{A - 0.2}\right) \\ A = 0.2 \rightarrow S.I. \end{cases}$$

b) Resultaría imposible que cada foto de calidad óptima ocupe 0.2 MB de memoria.

c) Si. El sistema presenta infinitas soluciones y vienen dadas por todos aquellos valores de $A \neq 0$, que generan soluciones enteras para x e y.

11.- Se mezclan 60 *l* de vino blanco con 20 *l* de vino tinto y se obtiene un vino de 10 grados (10 % de alcohol). Si por el contrario se mezclan 20 *l* de blanco con 60 *l* de tinto, se obtiene un vino de 11 grados. ¿Qué graduación tendrá una mezcla de 40 *l* de vino blanco y 40 *l* de vino tinto?

Solución:

Sean x = grados en % del vino blanco

y = grados en % del vino tinto

$\begin{cases} 20x+10y=30\cdot 0{,}1 \\ 20x+60y=80\cdot 0{,}11 \end{cases}$ entonces x = 0,092 es decir, 9,2 % e y = 0,116 es decir, 11,6 %.

Así la graduación de la mezcla de 40 l de vino blanco con 40 l de vino tinto será:

40·0,092 + 40·0,116=3,68+17,84=21,52

$\frac{21{,}52\cdot 100}{80}=26{,}9\%$ grados de la mezcla

12.- Una persona disponía de 60 000 € y los repartió en tres fondos de inversión diferentes (A, B y C), obteniendo así 4 500 € de beneficios. Sabemos que en el fondo A invirtió el doble que en los fondos B y C juntos; sabemos también que el rendimiento de la inversión realizada en los fondos A, B y C fue del 5 %, 10 % y 20 % respectivamente.

a) Plantear un sistema para determinar las cantidades invertidas en cada uno de los fondos.

b) Resolver el sistema anterior.

Solución:

$x, y, z =$ cantidad de dinero que invierte en el fondo de inversión A, B y C

$$\begin{cases} x+y+z=60\ 000 \\ x=2\left(y+z\right) \\ \frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y+\frac{20}{100}z=450\ 000 \end{cases} \rightarrow \left(x,y,z\right)=\left(40\ 000,\ 15\ 000,\ 5\ 000\right)$$

En el fondo de inversión A invirtió 40 000 euros, en el B, 15 000 euros y en el C 5 000.

13.- Parte de los huéspedes de un pequeño hotel se encuentra en el comedor; en el mismo momento otra parte se encuentra en la sala de estar y el resto en la biblioteca. Posteriormente, 4 se desplazan del comedor a la biblioteca, 1 de la sala de estar al comedor y 2 de la biblioteca a la sala de estar. Ahora, ha quedado el mismo número de personas en cada una de las tres estancias.

a) Plantear un sistema para determinar cuántas personas se encontraban inicialmente en cada habitación.

b) Resolverlo para determinar cuántos huéspedes se alojan en el hotel.

Solución:

$x =$ nº de personas que hay en el comedor

$y =$ nº de personas que hay en la sala de estar

$z =$ nº de personas que hay en la biblioteca

$$\begin{cases} x-4+1 \\ y-1+2 \\ z+4-2 \end{cases} \rightarrow x-3=y+1=z+2 \rightarrow \begin{cases} x-3=y+1 \\ x-3=z+2 \\ y+1=z+2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5+\lambda \\ 1+\lambda \\ \lambda \end{pmatrix} \text{ con } \lambda\in\mathbb{N}$$

El problema, tal y como está planteado admite infinitas soluciones. Una de ellas es: hay 6 personas en el comedor, 2 en la sala de estar y 1 en la biblioteca.

14.- Un joyero tiene tres clases de monedas *A*, *B* y *C*. Las monedas de tipo *A* tienen 2 gramos de oro, 4 gramos de plata y 14 gramos de cobre; las de tipo *B* tienen 6 gramos de oro, 4 gramos de plata y 10 gramos de cobre, y las de tipo *C* tienen 8 gramos de oro, 6 gramos de plata y 6 gramos de cobre. ¿Cuántas monedas de cada tipo debe fundir para obtener 44 gramos de oro, 44 gramos de plata y 112 gramos de cobre?

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x = \text{nº de monedas de tipo A} \\ y = \text{nº de monedas de tipo B} \\ z = \text{nº de monedas de tipo C} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 2x+6y+8z=44 \\ 4x+4y+6z=44 \\ 14x+10y+6z=112 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(5,3,2)$$

Hay que fundir 5 monedas de tipo A, 3 de tipo B y 2 de tipo C.

15.- ** Una tienda de música ha obtenido unos ingresos de 12768 € al vender 600 discos compactos de tres grupos musicales. Los discos se vendían a 24 €; sin embargo, los del segundo y tercer grupo, al ser menos recientes, se vendieron con descuentos del 30 % y del 40 % respectivamente. Sabemos que el número de discos vendidos con descuento fue la mitad que el número de discos que se vendieron a su precio original.

a) Plantear un sistema de ecuaciones para determinar cuántos discos de cada grupo se vendieron.

b) Resolverlo.

Solución:

$x =$ nº de CD's del primer grupo

$y =$ nº de CD's del segundo grupo

$z =$ nº de CD's del tercer grupo

$$\begin{cases} 24x+\left(24-\dfrac{30}{100}24\right)y+\left(24-\dfrac{40}{100}24\right)z=12768 \\ y+z=\dfrac{1}{2}x & \rightarrow (x,y,z)=(400,120,80) \\ x+y+z=600 \end{cases}$$

Ha vendido 400 CD´s del primer grupo, 120 del segundo grupo y 80 del tercer grupo.

16.- Antonio tiene un año más que Juan y Luis uno más que Ángel. Determine la edad de los cuatro sabiendo que la edad de Luis es la suma de la tercera parte más la séptima parte de la edad de Antonio y que la edad de Ángel es la suma de la cuarta parte más la quinta parte de la edad de Juan.

Solución:

$x =$ edad de Antonio

$y =$ edad de Juan

$z =$ edad de Luis

$t =$ edad de Ángel

$$\begin{cases} x=y+1 \\ z=t+1 \\ z=\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{7}\right)x \rightarrow (x,y,z,t)=(21,20,10,9) \\ t=\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}\right)y \end{cases}$$

La edad de Antonio es 21 años, la de Juan 20, la de Luís 10 y la de Ángel 9.

17.- Una empresa ha vendido 42000 artículos de papelería, bolígrafos, gomas y rotuladores, al precio de 1.2, 1.5 y 2 € respectivamente. El total de los ingresos producidos por esas ventas asciende a 64000 €. Se sabe, además, que el número de bolígrafos que se ha vendido es el 40 % del número total del resto de artículos vendidos.

a) Plantear un sistema para determinar el número de cada tipo de artículos vendidos.
b) Resolverlo.

Solución:

$x =$ nº de bolis vendidos

$y =$ nº de gomas vendidas

$z =$ nº de rotuladores vendidos

$$\begin{cases} x+y+z=42\ 000 \\ 1.2x+1.5y+2z=64\ 000 \\ x=\dfrac{40}{100}(y+z) \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(12\ 000, 20\ 800, 9\ 200)$$

La empresa ha vendido 12 000 bolígrafos, 20 800 gomas y 9 200 rotuladores.

18.- Una librería ha vendido 3900 libros de matemáticas, correspondientes a tres editoriales diferentes, A, B, y C. Sabemos que de la editorial B se han vendido el doble de ejemplares que de la editorial A. Sabemos, también, que la razón entre el número de ejemplares vendidos de las editoriales B y C es igual a 2.

a) Plantear un sistema para determinar el número de libros vendidos de cada editorial.
b) Resolverlo.

Solución:

$x =$ nº de libros de la editorial A

$y =$ nº de libros de la editorial B

$z =$ nº de libros de la editorial C

$$\begin{cases} x+y+z=3900 \\ y=2x \\ \dfrac{y}{z}=2 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(975,1950,975)$$

La librería ha vendido 975 ejemplares de la editorial A, 1950 de la editorial B y 975 de la editorial C.

19.- Una editorial va a lanzar al mercado tres libros de bolsillo L1, L2 y L3. El importe total de la edición es de 18750 €. Los costes, en euros, por unidad, son 7, 5 y 6, respectivamente.
Se sabe que el número de ejemplares de L3 es igual a los dos séptimos de los del tipo L2 y que, si al triple del número de ejemplares de L1 se le suma el número de ejemplares de L3, se obtiene el doble de ejemplares de L2.

a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar cuántos libros de cada tipo se han editado.
b) Resuelve dicho sistema.

Solución:

$x =$ nº de libros L1

$y =$ nº de libros L2

$z =$ nº de libros L3

$$\begin{cases} 7x+5y+6z=18750 \\ z=\frac{2}{7}y \\ 3x+z=2y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(1000,\ 1750,\ 500)$$

La editorial ha editado 1000 libros L1, 1750 L2 y 500 libros L3.

20.- Un autobús urbano transporta en hora punta 90 viajeros de tres tipos: viajeros que pagan el billete entero, que vale 1 €; estudiantes que tienen un 25 % de descuento al presentar el carné; jubilados de la localidad que únicamente pagan el 50 % del precio del billete. La recaudación del autobús en ese viaje fue de 64 €. Calcula el número de viajeros de cada clase sabiendo que el número de jubilados era el mismo que el número del resto de viajeros.

Solución:

$x =$ nº de viajeros que pagan el billete entero

$y =$ nº de estudiantes

$z =$ nº de jubilados

$$\begin{cases} x+y+z=90 \\ 1x+0.75y+0.5z=64 \\ z=x+y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(31,14,45)$$

En el autobús viajan 31 viajeros que pagan el billete entero, 14 estudiantes y 45 jubilados.

21.- En un jardín hay 22 árboles entre naranjos, limoneros y membrillos. El doble del número de limoneros más el triple del número de membrillos, es igual al doble del número de naranjos.

a) Plantea un sistema para determinar cuántos árboles de cada tipo hay. ¿Es posible resolverlo?

b) Si, además, sabemos que el número de naranjos es el doble del de limoneros, ¿cuántos árboles hay de cada tipo?

Solución:

$x =$ nº de naranjos

$y =$ nº de limoneros

a) $z =$ nº de membrillos

$$\begin{cases} x+y+z=22 \\ 2y+3z=2x \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=\left(\frac{44+\lambda}{4},\frac{44-5\lambda}{4},\lambda\right) \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}$$

b) $$\begin{cases} x+y+z=22 \\ 2y+3z=2x \\ x=2y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(12,6,4)$$

Hay 12 naranjos, 6 limoneros y 4 membrillos.

22.- Una empresa tenía, en el año 2001, cierto número de empleados, unos hombres y otras mujeres. En el año 2002 aumentaron en 5 los trabajadores de la empresa y en 6 el número de trabajadoras, quedando así doble número de mujeres que de hombres. En el año 2003 aumentaron en 2 las trabajadoras y se redujo en 4 el número de trabajadores, resultando quedar el triple de mujeres que de hombres. Plantea un sistema para determinar el número de hombres y mujeres que trabajan en dicha empresa en el año 2003. Resuélvelo si es posible.

Solución:

	Trabajadores en 2001	En 2002	En 2003
Hombres:	x	$x+5$	$x+1$
Mujeres:	y	$y+6$	$y+8$
		$y+6=2(x+5)$	$y+8=3(x+1)$

$$\begin{cases} y+6=2(x+5) \\ y+8=3(x+1) \end{cases} \rightarrow (x,y)=(9,22)$$

En 2003 trabajaban en la empresa 9 + 1 = 10 hombres y 22 + 8 = 30 mujeres.

23.- Una empresa dispone de 27 200 € para actividades de formación de sus cien empleados. Después de estudiar las necesidades de los empleados, se ha decidido organizar tres cursos: A, B y C. La subvención por persona para el curso A es de 400 €, para el curso B es de 160 €, y de 200 € para el C. Si la cantidad que se dedica al curso A es cinco veces mayor que la correspondiente al B, ¿cuántos empleados siguen cada curso?

Solución:

$x=$ nº de empleados que hacen el curso A

$y=$ nº de empleados que hacen el curso B

$z=$ nº de empleados que hacen el curso C

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ 400x+160y+200z=27200 \\ 400x=800y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(40,20,40)$$

40 empleados hacen el curso A, 8 el B y 52 el C.

24.- En una tienda, un cliente se ha gastado 150 euros por la compra de 12 artículos: varios CD de música, libros y carpetas. Cada CD le ha costado 20 euros, cada libro 15 euros y cada carpeta 5 euros. Si se sabe que los CD y las carpetas juntos son el triple que los libros:

a) Formula el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.
b) Determina cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

Solución:

$x, y, z=$ unidades de CD, libros y carpetas, respectivamente

$$\begin{cases} x+y+z=12 \\ 20x+15y+5z=150 \\ x+z=3y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(4,3,5)$$

Ha comprado 4 CD's, 3 libros y 5 carpetas.

25.– Un vendedor dispone de tres tipos de piensos: A, B y C. A cierto ganadero le cobra 52 céntimos el kilogramo de una mezcla formada por una parte de pienso de tipo A, dos de B y tres de

C. A otro ganadero le cobra 46 céntimos el kilogramo de una mezcla formada por dos partes de pienso de tipo A y una de tipo B.

a) Averigua el precio del kilogramo de una mezcla, a partes iguales, de cada tipo de pienso.

b) Determina el precio del kilogramo de cada tipo de pienso, sabiendo que la mezcla, a partes iguales, de los tipos B y C, cuesta 65 céntimos el kilogramo.

<u>Solución:</u>

$x, y, z =$ precio por Kg de A, B y C, respectivamente

a) $\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=52 \quad [1] \qquad \frac{2x}{3}+\frac{y}{3}=46 \quad [2]$

$2\cdot[1]+[2] \equiv x+y+z=150 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{3}+\frac{z}{3}=50$ céntimos

b) $\begin{cases} \frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=52 \\ \frac{2x}{3}+\frac{y}{3}=46 \\ \frac{y}{2}+\frac{z}{2}=65 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(20,98,38)$

El pienso de tipo A cuesta 20 cent./Kg, el de tipo B 98 cent./Kg y el de tipo C 38 cent./Kg.

26.- Alumnos de dos grupos distintos, A y B, realizan un mismo examen de Matemáticas aplicadas a las CC. SS. II. Se sabe que la nota media en el grupo A ha sido de 4,5 puntos y de 5,4 puntos en el B. Calcula el número de alumnos de cada grupo, sabiendo que ambos, A y B, suman 72 alumnos y que la nota media del total de estos alumnos ha sido 4,95 puntos.

<u>Solución:</u>

$x =$ nº de alumnos del grupo A

$y =$ nº de alumnos del grupo B

$\begin{cases} x+y=72 \\ \frac{4.5x+5.4y}{72}=4.95 \end{cases} \rightarrow (x,y)=(36,36)$

Cada grupo está formado por 36 alumnos.

27.- Dos amigos invierten 20 000 € cada uno. El primero coloca una cantidad A al 4 % de interés, una cantidad B al 5 % y el resto al 6 %. El otro invierte la misma cantidad A al 5 %, la B al 6 % y el resto al 4 %. Determina las cantidades A, B y C sabiendo que el primero obtiene unos intereses de 1 050 € y el segundo de 950 €.

<u>Solución:</u>

$x =$ cantidad A

$y =$ cantidad B

$z =$ cantidad C

$$\begin{cases} \frac{4}{100}x+\frac{5}{100}y+\frac{6}{100}z=1050 \\ \frac{5}{100}x+\frac{6}{100}y+\frac{4}{100}z=950 \\ x+y+z=20000 \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(5\ 000, 5\ 000, 1\ 0000)$$

Las cantidades A, B y C son respectivamente 5000 €, 5000€ y 10 000€.

28.- Una tienda ha vendido 600 ejemplares de un videojuego por un total de 6 384 €. El precio original era de 12 €, pero también ha vendido copias defectuosas con descuentos del 30 % y del 40 %. Sabiendo que el número de copias defectuosas vendidas fue la mitad del de copias en buen estado, calcula a cuántas copias se le aplicó el 30 % de descuento.

Solución:

$x =$ nº de copias de videojuego original

y= nº de copias de videojuego con descuento del 30%

z= nº de copias de videojuego con descuento del 40%

$$\begin{cases} x+y+z=600 \\ 12x+\left(12-\frac{30}{100}12\right)y+\left(12-\frac{40}{100}12\right)z=6384 \\ y+z=\frac{1}{2}x \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(400,120,80)$$

La tienda ha vendido 400 videojuegos originales, 120 con el descuento del 30 % y 80 con el descuento del 40 %.

29.- Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 € y un total de 2 000 €. Si el número de billetes de 10 € es el doble que el número de billetes de 20 €, averigua cuántos billetes hay de cada tipo.

Solución:

$x, y, z =$ nº de billetes de 10 €, de 20 € y de 50 €, respectivamente

$$\begin{cases} x+y+z=95 \\ 10x+20y+50z=2000 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow (x,y,z)=(50,25,20)$$

Por tanto, en el cajero hay 50 billetes de 10 €, 25 billetes de 20 € y 20 billetes de 50 €.

30.- Si la altura de Carlos aumenta el triple de la diferencia de las alturas de Antonio y Juan, Carlos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Antonio equivale a nueve veces la de Carlos. Halla las tres alturas.

Solución:

Llamamos x, y y z a las alturas, en cm, de Antonio, Carlos y Juan, respectivamente.

$(x, y, z) = (180,160,175)$

31.- Invirtiendo un millón de euros en acciones de tipo A y 2 millones en acciones de tipo B, obtenemos unos intereses totales (anuales) de 280 000 €, y si invertimos 2 millones en A y un millón en B, obtenemos 260 000 €. ¿Cuáles serían los intereses si se invirtieran 3 millones en A y 5 millones en B?

Solución:
Llamamos x e y a los réditos (tantos por uno) de las acciones del tipo A y del tipo B, respectivamente.
La solución del sistema correspondiente es: $(x, y) = (0.08,\ 0.1)$
Como las acciones del tipo A producen 80 000 € por millón invertido y las del tipo B, 100 000 € por millón invertido, los intereses que producirán 3 millones en acciones del tipo A y 5 millones en acciones del tipo B son:

$$3 \cdot 80\,000 + 5 \cdot 100\,000 = 740\,000 \text{ €}$$

32.- De un número de tres cifras se sabe que la suma de éstas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en 198, y si se intercambian las de las unidades y decenas, el número aumenta en 36. Encuentra el número.

Solución:
Hay que tener en cuenta la expresión polinómica, en el sistema de notación decimal, del número $xyz : 100x + 10y + z$
La solución del sistema correspondiente es: $(x, y, z) = (7,1,5)$, y por tanto el número buscado es 715.

33.- Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas, A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

Solución:
Sean x, y y z la capacidad de los recipientes A, B y C, respectivamente.
La solución del sistema es: $(x, y, z) = (8,\quad 4,\quad 12)$
La capacidad de los recipientes A, B y C son: 8 litros, 4 litros y 12 litros, respectivamente.