

UNIDAD 1: NÚMEROS NATURALES.DIVISIBILIDAD. POTENCIAS.

1.- ES 42 2525248553 1234567890

- ES 32 2525 156253 5247494528

a) Sí, corresponden al mismo Banco.

b) No corresponden a la misma sucursal.

2. Sí, puede ser. Por ejemplo

1234 ACB

1234 ABC

3. a) 05006 → Ávila

b) 14022 → Córdoba

c) 13300 → Ciudad Real

d) 45000 → Toledo

e) 18003 → Granada

f) 10148 → Cáceres

4. Estamos llamando a España.

5. a)  $226 + 254 = 254 + 226$  → Conmutativa

b)  $42 + (58 + 85) = (42 + 58) + 85$  → Asociativa

c)  $15 \cdot (5 + 10) = 15 \cdot 5 + 15 \cdot 10$  → Distributiva

d)  $45 = 15 \cdot 3$  → Prueba de la división

e)  $5 \cdot 15 = 15 \cdot 5$  → Conmutativa

f)  $12 \cdot (14 \cdot 10) = (12 \cdot 14) \cdot 10$  → Asociativa

g)  $(12 + 8) \cdot 9 = 12 \cdot 9 + 8 \cdot 9$  → Distributiva

h)  $226 = 15 \cdot 15 + 1$  → Prueba de la división

6.  $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2 \rightarrow$  Propiedad conmutativa

$5 \cdot (3+6) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 6 \rightarrow$  Propiedad distributiva

$8 + 0 = 8 \rightarrow$  Elemento neutro de la suma

$7 \cdot 1 = 7 \rightarrow$  Elemento neutro de la multiplicación

7. a)  $(1+2) \cdot 5 = 15$

d)  $2 + 3 \cdot 5 = 17$

b)  $25 : (5 \cdot 5) = 1$

e)  $(32 : 8) : (2 + 2) = 1$

c)  $4 \cdot 9 : (3+3) = 6$

f)  $(6 \cdot 5) : (10 - 5) = 6$

15-09-23

9. a)  $3 \cdot (6 + 8 : 2) - 18 : 3 = 24$

b)  $(7 - 2) \cdot 5 - (3 + 5) : 3 = 31$

c)  $18 : (9 : 3) + 15 \cdot (7 - 5) = 36$

d)  $5 - (2 \cdot 2) \cdot (12 - 3) \cdot 3 + (5 - 4) = 14$

Juego "Los Colonos de Catán"

2º DADO

|         |   | 2º DADO |   |   |    |    |    | Número        | Posibilidades |
|---------|---|---------|---|---|----|----|----|---------------|---------------|
|         |   | 1       | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |               |               |
| 1º DADO | 1 | 2       | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 2             | I             |
|         | 2 | 3       | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 3             | II            |
|         | 3 | 4       | 5 | 6 | 7  | 8  | 9  | 4             | III           |
|         | 4 | 5       | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | 5             | IIII          |
|         | 5 | 6       | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 | 6             | IIII I        |
|         | 6 | 7       | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 7             | IIII II       |
|         |   |         |   |   |    |    | 8  | IIII III      |               |
|         |   |         |   |   |    |    | 9  | IIII IIII     |               |
|         |   |         |   |   |    |    | 10 | IIII IIII I   |               |
|         |   |         |   |   |    |    | 11 | IIII IIII II  |               |
|         |   |         |   |   |    |    | 12 | IIII IIII III |               |

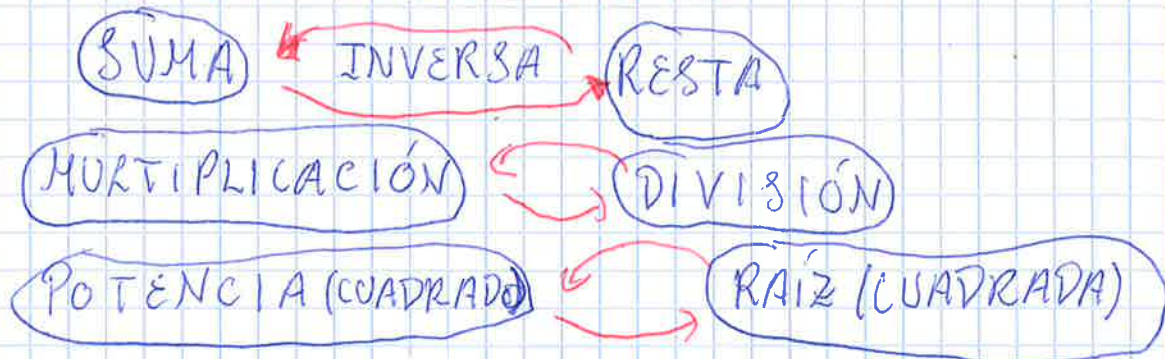
## NÚMEROS NATURALES

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Ordenación ( $<$ ,  $>$ ,  $=$ ) Un n° es mayor que otro, si está más a la derecha en la recta numérica.

$3 < 4$  Porque 3 está más a la izquierda que 4.  
Porque 4 está más a la derecha que 3.

## Operaciones (y sus inversas)



10. a)  $14 + 10 \square - 10 = 14$

b)  $85 - 15 \square + 15 = 85$

c)  $85 \cdot 15 \square \div 15 = 85$

d)  $125 \div 5 \square \cdot 5 = 125$

e)  $\square \sqrt{5^2} = 5$

f)  $\square \sqrt{32^2} = 32$

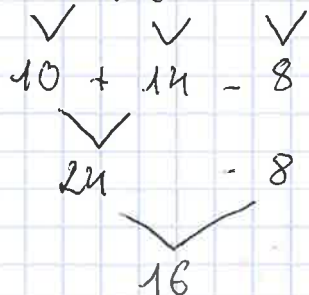
## JERARQUÍA DE OPERACIONES

- 1º) Paréntesis (de dentro hacia fuera) =  $()$ ,  $[\ ]$ ,  $\{ \}$   
parén-teris      corchete      llave
- 2º) Potencias y raíces.
- 3º) Multiplicaciones y divisiones.
- 4º) Sumas y restas
- 5º) Se realizan de izquierda a derecha.

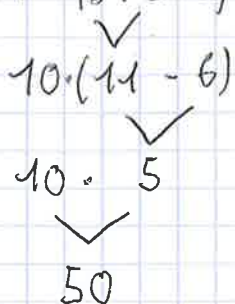
# Jerarquía de operaciones

18-09-23

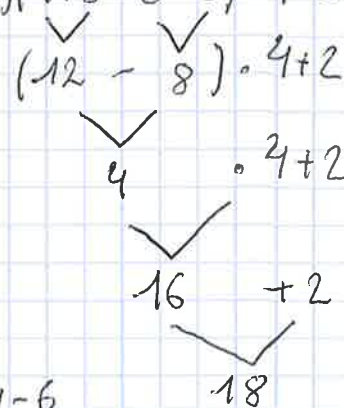
12. 1)  $2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 - 2 \cdot 4$



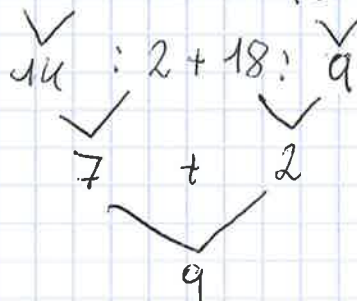
2)  $10 \cdot (3 + 8 - 6)$



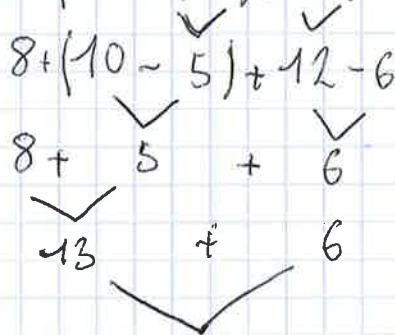
3)  $(4 + 8 - 3 + 5) \cdot 4 + 2$



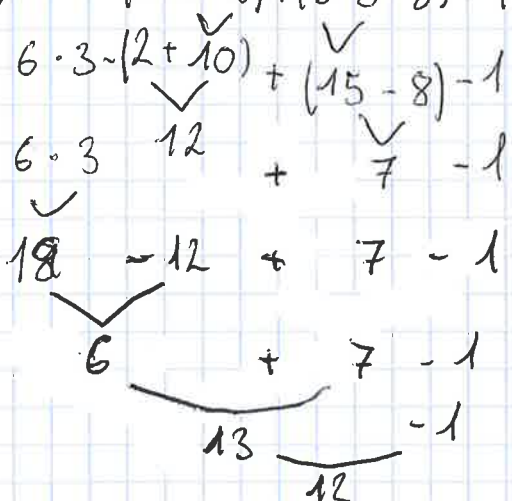
4)  $(6 + 8) : 2 + 18 : (5 + 4)$



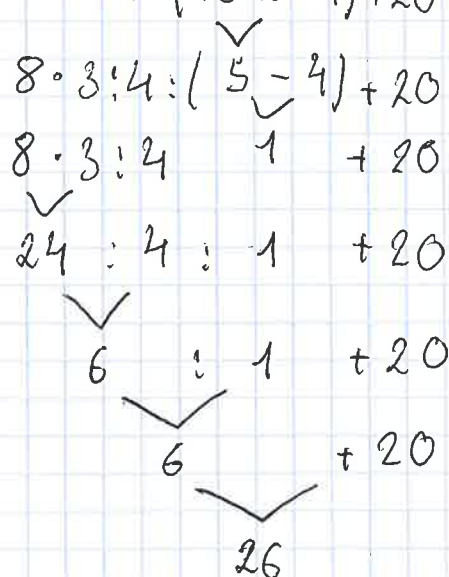
5)  $8 + (10 - 15 \cdot 3) + 3 \cdot 4 - 6$



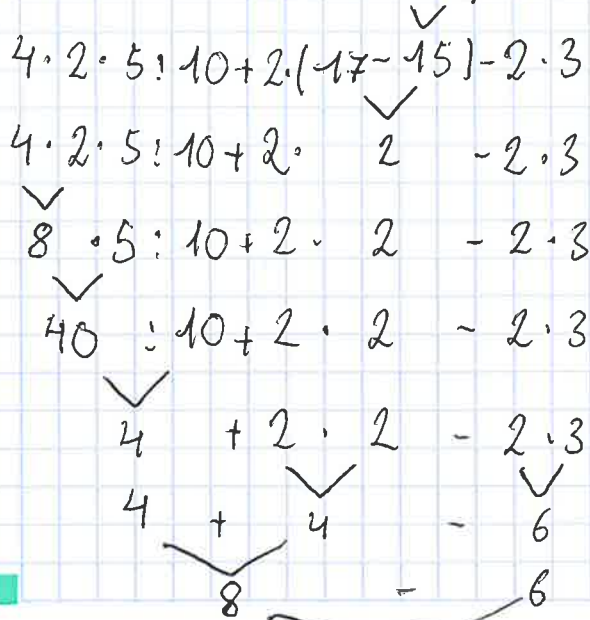
6)  $6 \cdot 3 - (2 + 5 \cdot 2) + (5 \cdot 3 - 8) - 1$



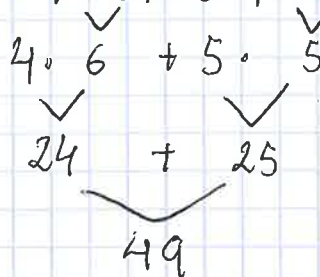
7)  $8 \cdot 3 : 4 = (10 : 2 - 4) + 20$



8)  $4 \cdot 2 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot (17 - 5 \cdot 3) - 2 \cdot 3$



9)  $4 \cdot (9 - 3) + 5 \cdot (12 - 7)$



B

$$10) 17 - 3 \cdot (8 - 4) + 54 : 2$$

$$17 - 3 \cdot 4 + 54 : 2$$

$$17 - 12 + 27$$

$$5 + 27$$

$$32$$

$\beta$

$$11) (4 + 2) \cdot 8 - (14 - 7) : 7$$

$$6 \cdot 8 - 7 : 7$$

$$48 - 1$$

$$47$$

$\beta$

$$12) 5 \cdot (3 + 9 : 3) + 2 \cdot (11 - 8 : 4)$$

$$5 \cdot (3 + 3) + 2 \cdot (11 - 2)$$

$$5 \cdot 6 + 2 \cdot 9$$

$$30 + 18$$

$$48$$

$\beta$

$$13) 12 \cdot 3 + 18 : (18 : 6 + 3) - 4$$

$$12 \cdot 3 + 18 : (3 + 3) - 4$$

$$12 \cdot 3 + 18 : 6 - 4$$

$$36 + 3 - 4$$

$$39 - 4$$

$$35$$

$\beta$

$$14) 9 \cdot (48 - 41) - 1 \cdot (23 - 19) - 4 : 2$$

$$9 \cdot 7 - 1 \cdot 4 - 4 : 2$$

$$63 - 4 - 2$$

$$59 - 2$$

$$57$$

$\beta$

$$15) (3 \cdot 4 + 4 \cdot 5) - (12 : 3 + 20 : 4) + 2 \cdot 5 - 6$$

$$(12 + 20) - (4 + 5) + 2 \cdot 5 - 6$$

$$21 - 9 + 10 - 6$$

$$12 + 10 - 6$$

$$22 - 6$$

$$16$$

19-09-23

$$16) (16 - 3 \cdot 4) + 3 \cdot (15 - 15 : 3) - 2 \cdot (20 : 2 - 8)$$

$$(16 - 12) + 3 \cdot (15 - 5) - 2 \cdot (10 - 8)$$

$$4 + 3 \cdot 10 - 2 \cdot 2$$

$$4 + 30 - 4$$

$$34 - 4$$

$$30$$

$\beta$

$$17) 5 \cdot [3 + 2 \cdot (2 + 5 - 3)] - 10 \cdot 2 : 5$$

$$5 \cdot [3 + 2 \cdot (7 - 3)] - 10 \cdot 2 : 5$$

$$5 \cdot [3 + 2 \cdot 4] - 10 \cdot 2 : 5$$

$$5 \cdot [3 + 8] - 10 \cdot 2 : 5$$

$$5 \cdot 11 - 10 \cdot 2 : 5$$

$$55 - 20 : 5$$

$$55 - 4$$

$$51$$

$\beta$

$$18) [(3+12 \div 5) : 2 - 4 + 2] \cdot (4+2-1) \quad 19) (1+7-3) \cdot (3+2) - 30 : (5-2+3)$$

$$[(15 \div 5) : 2 - 4 + 2] \cdot (6 - 1) \quad (8 - 3) \cdot 5 - 30 : (3+3)$$

$$[10 : 2 - 4 + 2] \cdot 5 \quad 5 \cdot 5 - 30 : 6$$

$$[5 - 4 + 2] \cdot 5 \quad 25 - 5$$

$$[1 + 2] \cdot 5 \quad 20$$

$$3 \cdot 5 \quad \beta$$

$$15 \quad \beta$$

$$20) 6 - (5 - 3 + 2) - [6 - (6 - 3 + 1) - 2]$$

$$6 - (2 + 2) - [6 - (3 + 1) - 2]$$

$$6 - 4 - [6 - 4 - 2]$$

$$6 - 4 - [2 - 2]$$

$$6 - 4 - 0$$

$$2 - 0$$

$$2 \quad \beta$$

$$21) 4 \cdot [3 + 6 \cdot (5 + 3 - 6)] - 3 \cdot [5 - (1 + 2)]$$

$$4 \cdot [3 + 6 \cdot (8 - 6)] - 3 \cdot [5 - 3]$$

$$4 \cdot [3 + 6 \cdot 2] - 3 \cdot 2$$

$$4 \cdot [3 + 12] - 6$$

$$4 \cdot 15 - 6$$

$$60 - 6 \quad \beta$$

$$23) (5 + 3 \cdot 2 : 6 - 4) \cdot (8 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2)$$

$$(5 + 6 : 6 - 4) \cdot (4 - 3 + 6) : (7 - 4 - 2)$$

$$(5 + 1 - 4) : (1 + 6) : (3 - 2)$$

$$(6 - 4) \cdot 7 : 1$$

$$2 \cdot 7 : 1$$

$$14 : 1$$

$$14 \quad \beta$$

$$22) (15 - 4) + 3 - (12 - 5 \cdot 2) + (5 + 16 : 4) : 3 - 5$$

$$11 + 3 - (12 - 10) + (5 + 4) : 3 - 5$$

$$11 + 3 - 2 + 9 : 3 - 5$$

$$14 - 2 + 3 - 5$$

$$12 + 3 - 5$$

$$15 \quad \beta$$

$$24) 2 \cdot \{4 \cdot [3 + 4 \cdot (5 - 3 - 12)]\} - 3 \cdot (15 - 8)$$

$$2 \cdot \{4 \cdot [3 + 4 \cdot (-15 - 12)]\} - 3 \cdot 7$$

$$2 \cdot \{4 \cdot [3 + 4 \cdot 3]\} - 3 \cdot 7$$

$$2 \cdot \{4 \cdot [3 + 12]\} - 3 \cdot 7$$

$$2 \cdot \{4 \cdot 15\} - 3 \cdot 7$$

$$2 \cdot 60 - 3 \cdot 7$$

$$120 - 21$$

$$99 \quad \beta$$

$$13. \begin{array}{l} 1) 14 - [12 + 8 : (10 - 3 \cdot 2) - 9] \\ 14 - [12 + 8 : (10 - 6) - 9] \\ 14 - [12 + \frac{8}{4} - 9] \\ 14 - [12 + 2 - 9] \\ 14 - [14 - 9] \\ \hline 14 - 5 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2) 88 - [33 - (8 \cdot 12 - 5 \cdot 17) + 42] \\ 88 - [33 - (96 - 85) + 42] \\ 88 - [33 - 11 + 42] \\ 88 - [22 + 42] \\ 88 - 64 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3) 3 \cdot 5 \cdot (18 - 3 \cdot 5) - (10 + 4 \cdot 5) \\ 3 \cdot 5 \cdot (18 - 15) - (10 + 20) \\ 3 \cdot 5 \cdot 3 - 30 \\ 15 \cdot 3 - 30 \\ \hline 45 - 30 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4) 14 + 3 \cdot (25 - 8 \cdot (14 - 6 \cdot 2) - 6) \\ 14 + 3 \cdot (25 - 8 \cdot (14 - 12) - 6) \\ 14 + 3 \cdot (25 - 8 \cdot 2 - 6) \\ 14 + 3 \cdot (25 - 16 - 6) \\ 14 + 3 \cdot (9 - 6) \\ 14 + 3 \cdot 3 \\ \hline 14 + 9 \\ \hline 23 \end{array}$$

## POTENCIAS

25-09-23

$$\boxed{a^n = a^{\underbrace{n}_{\text{exponente}}} \cdot a} \quad \left. \begin{array}{l} 1) a^n \cdot a^m = a^{n+m} \rightarrow [3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9] \\ 2) a^n : a^m = a^{n-m} \rightarrow [8^4 : 8^2 = 8^{4-2} = 8^2] \\ 3) a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \rightarrow [3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 5)^4 = 15^4] \\ 4) a^n : b^n = (a : b)^n \rightarrow [15^4 : 3^4 = (15 : 3)^4 = 5^4] \\ 5) (a^n)^m = a^{n \cdot m} \rightarrow [(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Igual} \\ \text{Base} \\ \text{Igual} \\ \text{ex-} \\ \text{po-} \\ \text{nente} \end{array}$$

### Actividades

$$\begin{array}{l} 1. a) 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5 \\ b) 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 \\ c) 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 \\ d) 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6 \\ 2. a) 2^5 \cdot 2^4 = 2^9 = 512. \end{array}$$

$$b) 3^7 \cdot 3^6 = 3^{13} = 1594.323$$

$$c) 10^5 \cdot 10^0 = 10^5 = 1000.$$

$$d) 10^6 : 10^2 = 10^4 = 10000.$$

$$e) 8^7 : 8^3 = 8^4 = 4096.$$

$$f) 6^5 : 6 = 6^{5-1} = 6^4 = 1296.$$

$$3. a) 3^0 = 1 \quad b) 5^1 = 5 \quad c) 0^1 = 0 \quad \beta$$

$$4. 12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3 = 1728 \quad \text{Solución} = \text{En total hay } 1728 \text{ huecos. } \beta$$

$$5. a) 5^3 \cdot (5^6 : 5^2) = 5^7 \quad b) (3^7 : 3^5) \cdot 3^3 = 3^5$$

$$\underbrace{5^3 \cdot 5^4}_{5^7} \quad \beta$$

$$\underbrace{3^2 \cdot 3^3}_{3^5} \quad \beta$$

$$6. a) (3^2)^6 = 3^{12} \quad \beta \quad b) (7^5)^3 = 7^{15} \quad \beta \quad c) (4^{12})^2 = 4^{24} \quad \beta \quad d) (5^3)^6 = 5^{18} \quad \beta$$

$$e) (6^9)^4 = 6^{36} \quad \beta \quad f) (12^3)^0 = 12 \quad \beta$$

$$7. a) 2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2 \quad \beta \quad b) 5^3 \cdot 7^3 = (5 \cdot 7)^3 = 35^3 \quad \beta$$

$$c) 3^{12} \cdot 4^{12} = (3 \cdot 4)^{12} = 12^{12} \quad \beta \quad d) 5^9 \cdot 6^9 = (5 \cdot 6)^9 = 30^9 \quad \beta$$

$$e) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 5^3 \cdot 3^3 = (5 \cdot 3)^3 = 15^3 \quad \beta$$

$$f) (7 \cdot 4)^6 : (7 \cdot 4)^3 = 28^6 : 28^3 = 28^3 \quad \beta$$

$$8. a) 5^2 \cdot 3^2 = 15^2 \quad \beta \quad b) 12^3 : 4^3 = 3^3 \quad \beta$$

$$c) 7^6 : 3^6 = 21^6 \quad \beta \quad d) 6^8 : 3^8 = 2^8 \quad \beta$$

Actividades

Flash

26-09-23

$$64. a) 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \quad b) 3 \cdot 5 = 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5^2$$

$$c) 6 + 6 + 6 + 6 = X \quad d) 7 = 7^1$$

$$e) 5 \cdot 5 = 5^2 \quad f) 1 = 1^1$$

$$65. a) 3^2 \cdot 3^7 = 3^9 \rightarrow \text{He sumado los exponentes. } \beta$$

$$b) 5^6 : 5^4 = 5^2 \rightarrow \text{He restado los exponentes. } \beta$$

$$c) 7^8 \cdot 7^2 = 7^{10} \rightarrow \text{He sumado los exponentes. } \beta$$

$$d) 6^5 : 6^2 = 6^3 \rightarrow \text{He restado los exponentes. } \beta$$



e)  $3^8 : 3 = 3^7 \rightarrow$  Me restado los exponentes.  $\beta$

f)  $5^3 \cdot 5^4 \cdot 5 = 5^8 \rightarrow$  Me sumado los exponentes.  $\beta$

g)  $6^2 \cdot 6^3 : 6^4 = 6^5 : 6^4 = 6^1 \rightarrow$  Primero he sumado los exponentes y luego le he restado uno.  $\beta$

h)  $7^5 \cdot (7^2 \cdot 7^3) = 7^5 \cdot 7^5 = 7^{10} \rightarrow$  Primero he hecho el paréntesis y después le he sumado el otro exponente.  $\beta$

i)  $3^9 : 3^2 : 3^3 = 3^4 \rightarrow$  Me restado todos los exponentes.  $\beta$

j)  $8^4 : 8 \cdot 8^3 = 8^3 \cdot 8^3 = 8^6 \rightarrow$  Primero he restado los exponentes y luego le he sumado el otro.  $\beta$

k)  $4 \cdot (4^3)^2 = 4 \cdot 4^6 = 4^7 \rightarrow$  Primero he hecho la operación de la derecha y después le he sumado el otro exponente.

l)  $(4^5)^3 : 4^7 = 4^{15} : 4^7 = 4^8 \rightarrow$  Primero he sacado la primera potencia y después le he restado el exponente de la otra.

66. a)  $2^7 = 128$ .  $\beta$     b)  $3^3 = 27$ .  $\beta$     c)  $5^3 = 125$ .  $\beta$

Continuación

27-09-23

67. a)  $5^7 : 5^3 = 5^4$ .  $\beta$     b)  $12^9 : 12^6 = 12^3$ .  $\beta$     c)  $9^5 : 9^2 = 9^3$ .  $\beta$

d)  $3^9 : 3^7 = 3^2$ .  $\beta$     e)  $4^{15} : 4^{14} = 4$ .  $\beta$

Para obtener 41 puntos habría que tirar así: A, B, D, y E.

68. a)  $3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^7 = 3^{13}$ .  $\beta$     b)  $(5^8 : 5^7) \cdot 5^3 = 5^4$ .  $\beta$

c)  $(10^7 \cdot 10^2) : 10 = 10^8$ .  $\beta$     d)  $6^8 \cdot (6^7 : 6^3) = 6^{12}$ .  $\beta$

69. a)  $8^3 = 2^9$     b)  $27^4 = 3^{12}$     c)  $125^6 = 5^{18}$ .  $\beta$

70. a)  $8^2 \cdot 4^2 = 32^2$ .    b)  $15^3 : 3^3 = 5^3$ .    c)  $2^6 \cdot 7^5 =$  No se puede.  $\beta$

d)  $6^3 : 6^3 = 1^3$ .    e)  $6^{12} \cdot 6^2 = 6^{14}$ .    f)  $18^3 : 2^9 =$  No se puede.

71. a)  $3^2 \cdot (2^4 \cdot 2^2) = 3^2 \cdot 2^6 = 2) 6^2$ .    b)  $2^5 \cdot (3 \cdot 3^2) = 2^5 \cdot 3^3 = 3) 6^3$ .

c)  $2^6 : 2^2 \cdot 3^4 = 2^4 \cdot 3^4 = 1) 6^4$ .  $\beta$

## CONTINUACIÓN

29-09-23

72) a)  $3^2 \cdot 2^5 = 12^7$     b)  $2^3 \cdot 3^2 = 6^6$     c)  $4^4 : 2^3 = 2^0$     d)  $7^8 : 5^8 = 2^8$   
e)  $2^5 \cdot 2^2 = 4^7$     f)  $2^5 : 2^2 = 2^3$

74) a) 1 célula  $\times$  2 horas = 2 células     $2 \times 2 = 4$  Dentro de 4 horas hay 4 células.  
Cada 2 horas  $\rightarrow 2^1 = 4$  horas  $\rightarrow 2^2$

b) 6 h  $\rightarrow 2^3 = 6$  células !!! 100 horas  $\rightarrow 2^{50} = 1.125.899.906.842.624$  células.

c) Sí, se puede. Cada 2 horas hay 2 células nuevas, que sería la potencia  $2^t$ . Cuantas más horas sean, (cada 2 horas) es un número más en el exponente.

## EL PRINCIPITO, EL UNIVERSO Y LOS NÚMEROS GRADES

1) 501, 622, 731 estrellas.

2) No son 1400. Son 1440.

3) Hay 10 cuatrillones = 10 000 000 000 000 000 000 000 000 000.  
Tiene 25 ceros.

4)  $(10^8)^8 = 10^{64}$  granos de arena

5)  $10^{82}$  átomos en el universo.

6)  $10^{102}$  es el árbol de jugadas del ajedrez.

7)  $10^{172}$  es el árbol de jugadas del Go.

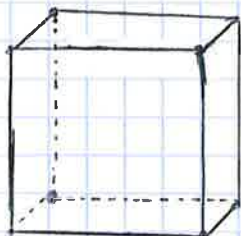
8)  $10^{500}$  multiversos en el mundo.

9)  $10^{1854097}$  formas distintas de ordenar los libros de la

10) 1 gígol =  $10^{100}$ , 1 gugolplex =  $10^{10^{100}}$ .

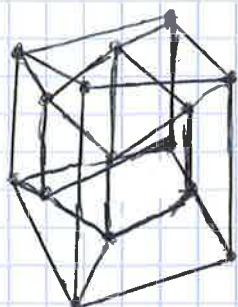
11) 4 vértices =  $2^2$  vértices.

12)

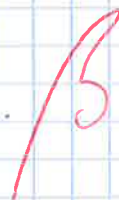


= Tiene  $2^3 = 8$  vértices  $\beta$

(13)



Tiene  $2^4 = 16$  vértices.



(14)

32 vértices =  $2^5$  (5 dimensiones)

2 vértices =  $2^1$  (1 dimensión).

DOSSIER: POTENCIAS

3-10-23

(1)

¿Qué es una potencia? Una multiplicación.

¿Cómo se escriben las potencias?  $a^n$ .

Indica sus elementos  $\left\{ \begin{array}{l} a: \text{base} \\ n: \text{exponente} \end{array} \right.$

¿Cómo se leen?  $2^2 =$  dos al cuadrado o dos elevado a dos

$4^3 =$  cuatro al cubo o cuatro elevado a tres

$5^6 =$  cinco elevado a seis

(2)

¿Cómo se calcula una potencia? Multiplicando la base por sí misma, tantas veces como indique el exponente.

Ej:  $3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ veces}} = 81$ .

¿Y si el exponente es cero? El resultado es la unidad (1)

Ej:  $7^0 = 1, 5^0 = 1$

(3)

Propiedades de las potencias:

a) Igual base:

Igual base  $\left\{ \begin{array}{l} \text{(i) Producto de potencias de la misma base} \rightarrow \text{Como las bases coinciden, las dejamos, y sumamos los exponentes.} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{(ii) Cociente (división) de potencias de la misma base} \rightarrow \text{Como las bases son iguales, las dejamos, y restamos los exponentes.} \end{array} \right.$

b) Igual exponente:

- Igual exponente {  
 (i) Potencia de un producto (multiplicación) → Como los exponentes son iguales, los dejamos, y multiplicamos las bases.  
 (ii) Potencia de un cociente → Como los exponentes son los mismos, los dejamos para dividir las bases.

c) Potencia de una potencia → Si tenemos una potencia de una potencia, multiplicamos los exponentes, y dejamos la base.

④ Definición de raíz cuadrada: Operación matemática que se realiza sobre un número, multiplicado por sí mismo, da como resultado el número original.

⑤ Son los que tienen raíces cuadradas exactas.

⑥ 
$$\frac{2^2 \cdot 3^2}{6^2} : 3^2 \qquad \frac{\sqrt{16} - 2^1 \cdot 2^3}{2^1 \cdot 2^3}$$

⑦ 1. A Juan le regalan 1 caja de magdalenas al día, con 12 magdalenas cada una. Al cabo de 12 días, ¿cuántas magdalenas tiene?

$12^2 = 12 \cdot 12 = 144$ . Tiene 144 magdalenas.

SdA: 10  
 Cuaderno: 10  
 SdA: 10

2. Juan, al tener 144 magdalenas, se las va comiendo por días. Cada día se come 1 caja, es decir, 12 magdalenas. ¿Cuántos días le durarán las magdalenas?

$\sqrt{144} = 12$  días. Le durarán 12 días.

$$\begin{array}{r} 5^2 \cdot 8^2 \cdot \sqrt{121} \\ \sqrt{\phantom{0000}} \\ 40^2 \cdot \sqrt{121} \\ 40^2 \cdot 11 \\ \sqrt{\phantom{0000}} \\ 1600 \cdot 11 \\ \sqrt{\phantom{0000}} \\ 17.600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 + (2^2 - 2) + \sqrt{81} : 3 \\ 3 + 2 + \sqrt{81} : 3 \\ \hline 3 + 2 + 3 \\ 5 + 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5^3 : (\sqrt{121} + 14) \\ 5^3 : (11 + 14) \\ \hline 5^3 : 25 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \cdot (35 - \sqrt{81}) \\ 3^5 : 26 \\ \hline 5561 \\ \hline (2^3 \cdot 2^2) + \sqrt{9} \\ 2^5 + \sqrt{9} \\ 32 + 3 \\ \hline 35 \end{array}$$

9-10-23

a)  $504 \overline{) 128}$   
 $140 \ 10$  Sí

b)  $504 \overline{) 149}$   
 $14 \ 1$  No

c)  $504 \overline{) 163}$   
 $20 \ 8$  No

d)  $504 \overline{) 134}$   
 $164 \ 14$  No

e)  $504 \overline{) 136}$   
 $144 \ 14$   
 $00$  Sí

f)  $504 \overline{) 142}$   
 $84 \ 12$   
 $0$  Sí

Exactas  $\rightarrow$  a, e y f.

12) a)  $900 \overline{) 175}$   
 $150 \ 12$   
 $00$   $\beta$

b)  $900 \overline{) 18}$   
 $10 \ 182$   
 $20 \ 4$   $\beta$

c)  $900 \overline{) 145}$   
 $000 \ 20$   $\beta$

d)  $900 \overline{) 27}$   
 $090 \ 33$   $\beta$

e)  $900 \overline{) 150}$   
 $400 \ 18$   
 $00$   $\beta$

f)  $900 \overline{) 112}$   
 $060 \ 75$   
 $00$   $\beta$

g)  $900 \overline{) 124}$   
 $180 \ 37$   
 $12$   $\beta$

h)  $900 \overline{) 136}$   
 $180 \ 25$   
 $00$   $\beta$

i)  $900 \overline{) 180}$   
 $00 \ 5$   $\beta$

$12 < 18 < 36 < 45 < 50 < 75 < 180$

10-10-23

- 14) a) Como  $48 : 3$  es una división exacta, entonces 48 es múltiplo de 3.
- b) Como  $102 : 8$  no es una división exacta, entonces 102 no es múltiplo de 8.
- c) Como  $65 : 7$  no es una división exacta, entonces 65 no es múltiplo de 7.
- d) Como  $78 : 13$  es exacta, entonces 78 es múltiplo de 13.
- e) Como  $221 : 17$  es exacta, entonces 221 es múltiplo de 17.

$78 \overline{) 13}$   
 $006$

$221 \overline{) 17}$   
 $051 \ 13$   
 $00$

- 15)  $15 \cdot 1 = 15$      $15 \cdot 2 = 30$      $15 \cdot 3 = 45$      $15 \cdot 4 = 60$   
 $15 \cdot 5 = 75$

### ACTIVIDADES FLASH

- 79) a)  $4 \rightarrow 4, 8, 12, 16, 20$   $\beta$   
 b)  $7 \rightarrow 7, 14, 21, 28, 35$   $\beta$   
 c)  $8 \rightarrow 8, 16, 24, 32, 40$   $\beta$   
 d)  $3 \rightarrow 3, 6, 9, 12, 15$   $\beta$
- 80) a) Verdadera porque  $104 : 4$  es exacta.  $\beta$   
 b) Verdadera porque  $4 \cdot 26$  da 104.  $\beta$   
 c) Verdadera porque  $104 : 26$  es exacta.  $\beta$   
 d) Verdadera porque  $104 : 26$  da como resto 0.  $\beta$

## DIVISORES DE UN NÚMERO

11-10-23

•  $a$  es divisor de  $b$  cuando  $b : a$  es exacta.

• 3 es divisor de 18 porque  $18 : 3$  es exacta

(18) Divisores de 56 =  $\{1, 2, 3, 4, 7, 8, 14, 28, 56\}$

Divisores de 24 =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Divisores de 84 =  $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$

(20) a) Cualquier número es divisor de 1  $\rightarrow$  No, porque 3 no es divisor de 1.

b) Sí, porque al efectuar la división, ésta es exacta.

c) No, porque no es múltiplo de 15 o de 24.

d) No, porque 8 no es divisor de 2.

e) Sí, porque la división es exacta.

f) No, porque 7 no es múltiplo de 3.

g) Sí, porque su doble es su múltiplo, y la división es exacta.

h) No, porque 17 solo tiene 2, por ejemplo.

(22) b) 35 =  $\{1, 5, 7, 35\}$

d) 28 =  $\{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$

f) 52 =  $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

h) 98 =  $\{1, 2, 49, 98\}$

## CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

• Criterio del 2  $\rightarrow$  Un número es divisible entre 2 cuando acaba en 0 o en cifra par.

• Criterio del 3  $\rightarrow$  Un número es divisible entre 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

• Criterio del 5  $\rightarrow$  Un número es divisible entre 5 si termina en 0 o en 5.

• Criterio del 7  $\rightarrow$  Un número es divisible entre 7 cuando restamos el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades. Si el resultado es 0 o múltiplo de 7, es divisible.

• Criterio del 11  $\rightarrow$  Un número es divisible entre 11 cuando la suma de los números que ocupan la posición par menos la suma de los de la posición impar es igual a 0 o a un múltiplo de 11.

Ejemplo de divisibilidad

16-10-23

Del 11

¿ $\overline{847} \overline{325} \overline{462}$  es divisible por 11? → No.

$$8+7+2+4+2=23$$

$$4+3+5+6=18$$

Del 7

¿1958 es divisible por 7? No

$$\downarrow \times 2 = 16$$

$$\begin{array}{r} 195 \\ -16 \\ \hline 179 \end{array} \rightarrow 9 \times 2 = 18$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ -17 \\ \hline 01 \end{array}$$

Nºs PRIMOS Y COMPUESTOS

- Un nº es primo cuando solo tiene 2 divisores.
- Un nº natural es compuesto cuando tiene más de 2 divisores.

1 no es ni primo, ni compuesto

• El 2 es el único número primo par. El resto son impares.

Nºs primos → 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23...

DESCOMPOSICIÓN en FACTORES PRIMOS = Factorización

18 | 2 ← Solo nºs primos.

$$\begin{array}{r} 9 | 3 \\ 3 | 3 \\ 1 \end{array} \rightarrow 18 = 2 \cdot 3^2$$

24

d)  $54 | 2 \rightarrow 54 = 2 \cdot 3^3$

$$\begin{array}{r} 27 | 3 \\ 9 | 3 \\ 3 | 3 \\ 1 \end{array}$$

e)  $77 | 7 \rightarrow 77 = 7 \cdot 11$

$$\begin{array}{r} 11 | 11 \\ 1 \end{array}$$

f)  $72 | 2 \rightarrow 72 = 2^3 \cdot 3^2$

$$\begin{array}{r} 36 | 2 \\ 18 | 2 \\ 9 | 3 \\ 3 | 3 \\ 1 \end{array}$$

g)  $82 | 2 \rightarrow 82 = 2 \cdot 41$

$$\begin{array}{r} 41 | 41 \\ 1 \end{array}$$

h)  $91 | 7 \rightarrow 91 = 7 \cdot 13$

$$\begin{array}{r} 13 | 13 \\ 1 \end{array}$$

i)  $99 | 3 \rightarrow 99 = 3^2 \cdot 11$

$$\begin{array}{r} 33 | 3 \\ 11 | 11 \\ 1 \end{array}$$

LOS NÚMEROS PRIMOS Y LA SEGURIDAD 17-10-23

①  $\overline{44020602061830281038}$  } Todos son pares, y se dividen entre 2.

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

22 1 3 1 3 9 15 14 5 19

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

V A C A C I O N E S → El mensaje es Vacaciones.

② a) Eratóstenes nació en Cirene en el año 276 A.C.  
Fue un eminente matemático, astrónomo, geógrafo, historiador, filósofo, filólogo, poeta...

b) Es un método con el que podemos ver cuáles son los números primos que hay entre un número y otro, como del 1 al 100, por ejemplo.

c) Son estos: 2, 3, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

d) Es un buen método porque podemos averiguar cuáles son los números primos del 1 al 100, por ejemplo, sin tener que hacer tantas operaciones.

③ **Número primo** → Un número es primo cuando sólo tiene 2 divisores, que son él mismo y la unidad.

**Número compuesto** → Un número es compuesto cuando tiene más de 2 divisores.

El 1 no es ni primo, ni compuesto porque sólo tiene 1 divisor, que es él mismo, que también es la unidad.

④ a) Sophie Germain fue una matemática del siglo XVIII que vivió en París. Llegó muy lejos en dos campos relacionados con las matemáticas: la Teoría de Números y la Teoría de la Elasticidad.

b) Un número natural es un número primo de Germain si el número natural es primo y  $2n+1$  también lo es.

c) Algunos son los siguientes: 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53...

d) Sí, lo hay, pero nadie lo ha probado.

⑤ 1º. Se pueden usar para expresar números mediante un producto de números primos.

2º. Pueden ser útiles para crear contraseñas, pues el código que se crea es más difícil de romper.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR 18-10-23

Es el divisor común más alto que tienen 2 números.

5DA3:10



49) a) m.c.d. (42, 63)  $\rightarrow$  21.

1º método = Divisores de 42  $\{ \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{6}, \underline{7}, \underline{14}, \underline{21}, \underline{42} \}$   
 Divisores de 63  $\{ \underline{1}, \underline{3}, \underline{7}, \underline{9}, \underline{21}, \underline{63} \}$

2º método = 
$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7. \quad \begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 63 = 3^2 \cdot 7.$$

m.c.d. (42, 63) = 3 · 7 = 21.

↑  
 solo comunes de menor exponente

b) m.c.d. (30, 54)  $\rightarrow$  6.

1º método = Divisores de 30  $\{ \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{5}, \underline{6}, \underline{10}, \underline{15}, \underline{30} \}$   
 Divisores de 54  $\{ \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{6}, \underline{9}, \underline{18}, \underline{27}, \underline{54} \}$

2º método = 
$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5. \quad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 54 = 2 \cdot 3^3.$$

m.c.m. (30, 54) = 2 · 3 = 6.

c) m.c.d. (27, 36)  $\rightarrow$  9.

1º método = Divisores de 27  $\{ \underline{1}, \underline{3}, \underline{9}, \underline{27} \}$   
 Divisores de 36  $\{ \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{6}, \underline{9}, \underline{12}, \underline{18}, \underline{36} \}$

2º método = 
$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 27 = 3^3. \quad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2.$$

m.c.m. (27, 36) = 3<sup>2</sup> = 9.

d) m.c.d. (18, 25)  $\rightarrow$  1.

1º método = Divisores de 18  $\{ \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{6}, \underline{9}, \underline{18} \}$   
 Divisores de 25  $\{ \underline{1}, \underline{5}, \underline{25} \}$

2º método = 
$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 18 = 2 \cdot 3^2. \quad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 25 = 5^2.$$

m.c.d. (18, 25) = 1.

50) a) 4 y 14 
$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad 4 = 2^2 \quad \begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 14 = 2 \cdot 7$$

m.c.d. (4, 14) = 2

b) 20 y 25 
$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 20 = 2^2 \cdot 5 \quad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 25 = 5^2$$

m.c.d. (20, 25) = 5.

c) 45 y 75

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 3} \\ 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 3} \\ 25 \overline{) 5} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

d) 6 y 15

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 2} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$6 = 2 \cdot 3$

$15 = 3 \cdot 5$

$m.c.d.(6, 15) = 3$

$45 = 3^2 \cdot 5$

$75 = 3 \cdot 5^2$

$m.c.d.(45, 75) = 3 \cdot 5 = 15$

e) 20, 30 y 35

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 5} \\ 7 \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

$35 = 5 \cdot 7$

$20 = 2^2 \cdot 5$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 2} \\ 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$m.c.d.(20, 30, 35) = 5$

f) 12, 18 y 20

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 2} \\ 6 \overline{) 2} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$12 = 2^2 \cdot 3$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 2} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$18 = 2 \cdot 3^2$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$20 = 2^2 \cdot 5$

$m.c.d. = 2$

## MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

23-10-23

58) a) m.c.m.(72, 54)  $\rightarrow 2^3 \cdot 3^3 = 6^3 = 216$  ✓

b) m.c.m.(72, 27)  $\rightarrow 2^3 \cdot 3^3 = 6^3 = 216$  ✓

c) m.c.m.(108, 81)  $\rightarrow 2^2 \rightarrow 4 \parallel 3^4 = 81 \parallel 81 \cdot 4 = 324$  ✓

24-10-23

53) DATOS

90 l de roja  
126 l de verde  
Cuanto más grandes,  
más baratos.

Del mismo tamaño.

OPERACIONES

$$\begin{array}{r} 90 \overline{) 2} \\ 45 \overline{) 3} \\ 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$m.c.d.(90, 126) = 2 \cdot 3^2 = 18$

$$\begin{array}{r} 90 \overline{) 18} \\ 00 \overline{) 5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 126 \overline{) 2} \\ 63 \overline{) 3} \\ 21 \overline{) 3} \\ 7 \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

$$\begin{array}{r} 126 \overline{) 18} \\ 00 \overline{) 7} \end{array}$$

SOLUCIÓN

a) Los debe comprar de 18 litros. ✓

b) Tiene que comprar:  
- 5 botes de pintura roja. ✓  
- 7 botes de pintura verde. ✓

54) DATOS

Tienen 147 rojas  
y 252 azules.

Cada ramo tiene  
el mismo número.

OPERACIONES

$$\begin{array}{r} 147 \overline{) 3} \\ 49 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

$147 = 3 \cdot 7^2$

$m.c.d.(147, 252) = 3 \cdot 7 = 21$

$$\begin{array}{r} 147 \overline{) 21} \\ 00 \overline{) 7} \\ 12 \\ + 7 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 252 \overline{) 2} \\ 126 \overline{) 2} \\ 63 \overline{) 3} \\ 21 \overline{) 3} \\ 7 \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$

$$\begin{array}{r} 252 \overline{) 21} \\ 42 \overline{) 12} \\ 0 \end{array}$$

Solución

a) Tendrán 21 flores cada ramillete. ✓

b) Se gradúan 19, de los cuales 7 tienen sobresaliente, y otros 12, que no tienen un sobresaliente. ✓

### 60 DATOS

1ª línea → cada 15 min  
 2ª línea → cada 12 min.  
 Han coincidido a las 8:00.

### OPERACIONES

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$15 = 3 \cdot 5$      $12 = 2^2 \cdot 3$   
 m.c.m. (15, 12) =  $3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 60$   
 $\begin{array}{r} 60 \overline{) 15} \\ 00 \quad 4 \end{array}$      $\begin{array}{r} 60 \overline{) 12} \\ 00 \quad 5 \end{array}$     1 h.

### Solución

a) Cada 1 hora, coinciden. Es decir, que a las 9:00 vuelven a coincidir.  
 b) El 1º habrá pasado 4 veces, mientras que el 2º habrá pasado 5 veces.

### 61 DATOS

1ª → cada 36 días  
 2ª → cada 84 días

### Operaciones

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ \hline 18 & 2 \\ \hline 9 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ \hline 42 & 2 \\ \hline 21 & 3 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$      $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$   
 m.c.m. (36, 84) =  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252$   
 $252 + 1 = 253$  → Es el 10 de septiembre.  
 Día que vuelven a coincidir.

### Solución

Volverán a coincidir el día 9 de septiembre, que es cada 252 días.

## CONTINUACIÓN

25-10-23

### 62 DATOS

Noria → 10 min  
 Coches → 12 min  
 Tren → 18 min  
 Comienzan todos a las 17:45 h

### Operaciones

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ \hline 9 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$10 = 2 \cdot 5$      $12 = 2^2 \cdot 3$      $18 = 2 \cdot 3^2$   
 m.c.m. (10, 12 y 18) =  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$   
 $\begin{array}{r} 180 \overline{) 10} \\ 080 \quad 18 \\ \hline 00 \end{array}$      $\begin{array}{r} 180 \overline{) 12} \\ 060 \quad 15 \\ \hline 00 \end{array}$      $\begin{array}{r} 180 \overline{) 18} \\ 000 \quad 10 \\ \hline \end{array}$     3 h

### Solución

a) A las 20:45 h.  
 b) Habrán funcionado:  
 - 18 veces la noria.  
 - 15 veces los coches eléctricos.  
 - 10 veces el tren de la bruja.

### 63 DATOS

Se encienden cada 2, 3, 6 y 8 segundos  
 Empiezan a la vez a las 19 h

### Operaciones

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \hline 4 & 2 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$2 = 2$      $3 = 3$      $6 = 2 \cdot 3$      $8 = 2^3$   
 m.c.m. (2, 3, 6, 8) =  $2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24$  seg.

### Solución

Vuelven a encenderse a la vez cada 24 segundos.

## ACTIVIDADES FLASH

- 79 a) 4 → 4, 8, 12, 16 y 20.    b) 7 → 7, 14, 21, 28 y 35.  
 c) 8 → 8, 16, 24, 32 y 40.    d) 3 → 3, 6, 9, 12 y 15.

80) a) Sí, porque  $104:4$  es exacta.

b) Sí, porque si multiplicas 4 durante 26 veces, te da 104.

c) Sí, porque  $104:26$  es exacta.

d) Sí, porque  $104:26$  es exacta.

81) Múltiplos de 2 → 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

Múltiplos de 3 → 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30.

Los números 6, 12 y 18 son múltiplos de 2 y de 3.

Lo he hecho sacando los múltiplos de cada uno y viendo cuáles coinciden.

82) Múltiplos de 5 → 5, 10, 15, 20, 25 y 30.

Múltiplos de 2 → 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 y 30.

Son el 10, el 20 y el 30.

84) a) 16 y 48 → 
$$\begin{array}{r} 48 \overline{) 16} \\ \underline{00} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \\ \underline{00} \phantom{0} \\ 00 \phantom{0} \end{array}$$
 Sí existe.

b) 23 y 90 → 
$$\begin{array}{r} 90 \overline{) 23} \\ \underline{21} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \end{array}$$
 No existe.

c) 40 y 41 → 
$$\begin{array}{r} 41 \overline{) 40} \\ \underline{01} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \end{array}$$
 No existe.

d) 57 y 58 → 
$$\begin{array}{r} 58 \overline{) 57} \\ \underline{01} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \end{array}$$
 No existe.

Pregunta → No, no se puede porque lo mínimo por lo que se puede dividir es por la mitad, si quieres que te de exacta.

85) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20.

a) El 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

b) El 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

c) El 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

## (FICHA) PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD, m.c.d. y m.c.m. 27-10-23

30) m.c.m.(8,10) =  $2^3 \cdot 5 = 40$ .

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \quad 8 = 2^3 \quad \begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \quad 10 = 2 \cdot 5$$

Puede tener como mínimo 40 fichas.

31) m.c.m.(6,8) =  $2^3 \cdot 3 = 24$ .

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 2} \\ 3 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array} \quad 8 = 2^3$$

Volverán a coincidir en 24 días.

32) Divisores de 60  $\rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$   
 Pueden envasarse de 12 formas distintas.

$10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

33) m.c.m.  $(40, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ .

Alcanzarán los 240 cm,  
 que son  $2 \cdot 120$  m.

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 2} \\ 20 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 40 = 2^3 \cdot 5 \quad \begin{array}{r} 30 \overline{) 2} \\ 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad \begin{array}{r} 120 \\ \times 2 \\ \hline 240 \text{ cm} \end{array}$$

34) m.c.d.  $(30, 21) = 3$ .

El tamaño es  $3 \times 3$ .

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 2} \\ 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \quad \begin{array}{r} 21 \overline{) 3} \\ 7 \overline{) 7} \\ 1 \end{array} \quad 21 = 3 \cdot 7$$

35) m.c.d.  $(45, 36) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$ . Pondrá 180 fichas en cada montón.

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 3} \\ 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 45 = 3^2 \cdot 5 \quad \begin{array}{r} 36 \overline{) 2} \\ 18 \overline{) 2} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2$$

36) m.c.m.  $(20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ .

Vuelven a coincidir a las 15 h.

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 20 = 2^2 \cdot 5 \quad \begin{array}{r} 30 \overline{) 2} \\ 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

37) m.c.m.  $(18, 24) = 2^3 \cdot 3^2 = 72 \rightarrow 1 \text{ h y } 12 \text{ min.}$

$$\begin{array}{r} 15:45 \\ + 1:12 \\ \hline 16:57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 2} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad 18 = 2 \cdot 3^2 \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 2} \\ 12 \overline{) 2} \\ 6 \overline{) 2} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array} \quad 24 = 2^3 \cdot 3 \quad \text{Vuelven a coincidir a las } 16:57 \text{ h.}$$

38)  $\begin{array}{r} 48 \\ \times 60 \\ \hline 480 \end{array}$  m.c.d.  $(5, 10) = 2 \cdot 5 = 10$ .

Deben de ser de  $10 \times 10$  cm.

$\rightarrow$  No hace falta

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 5 = 5 \quad \begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 10 = 2 \cdot 5$$

39) m.c.d.  $(40, 50, 15) = 2$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 2} \\ 20 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 40 = 2^3 \cdot 5 \quad \begin{array}{r} 50 \overline{) 2} \\ 25 \overline{) 5} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 50 = 2 \cdot 5^2 \quad \begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array} \quad 15 = 3 \cdot 5$$