Evaluación para el Acceso a la Universidad. Convocatoria de 2023
Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El examen está compuesto de tres secciones de dos bloques cada una. A su vez cada bloque tiene dos ejercicios. El alumno deberá elegir un bloque de cada una de las tres secciones. Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora. Es necesario detallar el proceso de resolución de los ejercicios.

Sección 1 (3 puntos) Bloque 1

1. En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función $f(x, y) = -x - 5y + 10$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ -4 \leq x \leq 4 \\ -1 \leq y \leq 1 \end{cases}$$

a) Dibuja la región factible y determina sus vértices. (1.25 puntos)

b) Indica los puntos óptimos (máximo y mínimo) y sus respectivos valores. (0.25 puntos)

2. La discografía de un legendario grupo de rock se reedita en tres discos (I, II y III) y las ventas totales ascienden a 70000 unidades. Sabemos que del disco III se vendieron las mismas unidades que entre los otros dos discos juntos y que la diferencia entre las unidades vendidas del III y las del II equivalen al triple de la diferencia entre las unidades vendidas del II y las del I.

a) Plantea el sistema de ecuaciones para calcular qué cantidad de unidades de cada disco se vendieron. (0.75 puntos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.75 puntos)

Bloque 2

1. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + tx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x + t & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x = 1$? (0.5 puntos)

b) Para $t = 2$, calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(-\infty, 1)$. (0.5 puntos)

c) Para $t = 2$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(-\infty, 1)$. (0.5 puntos)

2. La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ tiene un punto de inflexión en $(2, -5)$ y la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto es -12. Calcula razonadamente los valores de los parámetros a, b, y c. (1.5 puntos)

Sección 2 (3.5 puntos) Bloque 1

3. En un determinado instituto el $50\,\%$ de los estudiantes prefiere como red social Facebook, pero un $30\,\%$ de estos no publica habitualmente nada. El $35\,\%$ prefiere Instagram, pero solo el $30\,\%$ de los que prefieren esta plataforma hacen publicaciones habitualmente. Finalmente, el resto de los estudiantes prefiere TikTok y un $60\,\%$ de estos no publica habitualmente.

a) Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no publique habitualmente nada en su red social preferida? (0.75 puntos)

b) Si se sabe que un estudiante publica habitualmente, ¿cuál es la probabilidad de que su red social preferida sea Instagram? (0.75 puntos)

4. Una asociación benéfica ha tomado una muestra de 9 personas y ha registrado las cantidades donadas por estas personas, obteniendo 60, 40, 55, 35, 20, 25, 50, 45 y 30 euros. Si el dinero donado sigue una distribución normal de media desconocida y varianza $\sigma^2 = 100$ euros^2,

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del dinero donado con un nivel de confianza del $97\,\%$. (1 punto)

b) Calcula el tamaño mínimo de la muestra elegida para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 2 euros. (1 punto)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Bloque 2

3. Un teatro ha vendido las 660 entradas disponibles que tenía para un espectáculo. El número de entradas que se han vendido para jubilados es la cuarta parte de las entradas que se han vendido para adultos. Además, las entradas para niños equivalen al $10\,\%$ de las que se han vendido entre adultos y jubilados.

a) Plantea el sistema de ecuaciones para calcular cómo se han repartido las entradas entre adultos, jubilados y niños. (0.75 puntos)

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.75 puntos)

4. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$,

a) Calcula $A \cdot B \cdot C^T$ (0.75 puntos)

b) Calcula $\frac{1}{3}B^2 - I$, donde I es la matriz identidad de orden 3. (0.75 puntos)

c) Razona si se puede calcular $(A - B) - C$ y $B \cdot C$ (No es necesario realizar las operaciones). (0.5 puntos)

Sección 3 (3.5 puntos) Bloque 1

5. De los 80 estudiantes solicitantes de una beca Erasmus en Italia, 50 son mujeres. Se seleccionan al azar y sin reposición a 3 estudiantes que serán los que disfruten de la beca Erasmus en ese destino. Calcular la probabilidad de que:

a) Los tres seleccionados sean mujeres. (0.5 puntos)

b) Los tres seleccionados sean del mismo sexo. (0.5 puntos)

c) Al menos dos de los seleccionados sean hombres. (0.5 puntos)

6. Un fabricante de motores para coches de Fórmula 1 ha tomado una muestra aleatoria de 81 motores para examinar su peso, proporcionando una media de 153 kg. Si se sabe que el peso de los motores sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 30$ kg,

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del peso de los motores con un nivel de confianza del $95\,\%$. (1 punto)

b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del $93.12\,\%$? (0.5 puntos)

c) El fabricante afirma que el peso medio de los motores es de 145 kg. ¿Se puede aceptar la afirmación del fabricante con un nivel de confianza del $92\,\%$? Justificar la respuesta. (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Bloque 2

5. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -(x+t)^2+2 & \text{si } x \leq -2 \\ t-2 & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ x^2-(t+3)x+9 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) ¿Existe un valor de t para el que la función $f(x)$ es continua en $x = -2$ y en $x = 2$? (0.75 puntos)

b) Representa gráficamente la función $f(x)$ para $t = 3$. (0.75 puntos)

6. La altura, medida en metros, que alcanza una pelota lanzada verticalmente hacia arriba viene expresada en función del tiempo por $H(x) = 20x - 2x^2$ con $x =$ tiempo en segundos y $0 \leq x \leq 10$.

a) ¿Qué altura habrá alcanzado la pelota a los 3 segundos? (0.5 puntos)

b) ¿En qué momentos la pelota se encuentra a 32 metros de altura? (0.5 puntos)

c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué momento? (1 punto)

JUNIO 2023 Cipri

SECCIÓN 1

Bloque 1

① $f(x,y) = -x-5y+10$ $\quad \begin{cases} x-y \geq 0 \\ -4 \leq x \leq 4 \\ -1 \leq y \leq 1 \end{cases}$

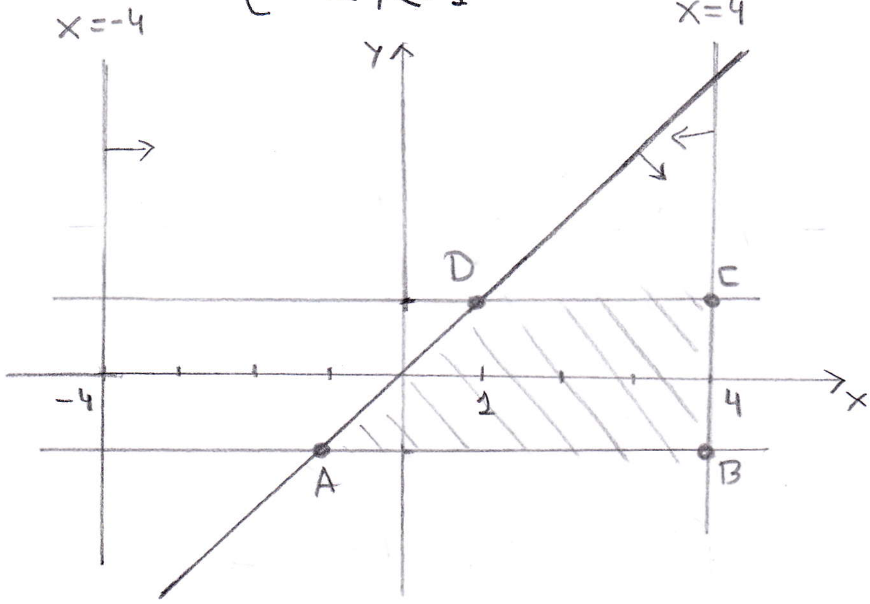
a) Región factible

$x-y \geq 0$

$x-y=0$

x	y
1	1
2	2

$(2, 0.5)$ ✓



Vértices

$A(-1,-1)$, $B(4,-1)$, $C(4,1)$ y $D(1,1)$

b) $\boxed{f_A(-1,-1) = -(-1) - 5\cdot(-1) + 10 = 16}$ Máximo $A(-1,-1)$

$f_B(4,-1) = -4 - 5\cdot(-1) + 10 = 11$

$\boxed{f_C(4,1) = -4 - 5\cdot 1 + 10 = 1}$ Mínimo $C(4,1)$

$f_D(1,1) = -1 - 5\cdot 1 + 10 = 4$

② a) x = nº de unidades vendidas del disco I

y = " " " " " " II

z = " " " " " " III

$\boxed{\begin{cases} x+y+z = 70000 \\ z = x+y \\ z-y = 3(y-x) \end{cases}}$

b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 70000 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[-3F_1+F_3]{F_1+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 70000 \\ 0 & 0 & 2 & 70000 \\ 0 & -7 & -2 & -210000 \end{array}\right) \begin{array}{c} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$

De [2]: $z = \frac{70000}{2} = 35000$

Sustituimos en [3]: $y = \frac{-210000 + 2\cdot 35000}{-7} = 20000$

Sustituimos en [1]: $x = 70000 - 20000 - 35000 = 15000$

$(x,y,z) = (15\,000, 20\,000, 35\,000)$

$\boxed{\text{Se vendieron 15000 unidades del disco I, 20000 del disco II y 35000 del disco III.}}$

Resolución mediante la regla de Cramer:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 1 \end{vmatrix} = -1+4+3+3+4+1 = 14$$

$$\boxed{x = \frac{\begin{vmatrix} 70\,000 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \end{vmatrix}}{14} = \frac{210\,000}{14} = 15\,000}$$

$$\boxed{y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 70\,000 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{14} = \frac{280\,000}{14} = 20\,000}$$

$$\boxed{z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 70\,000 \\ -1 & -1 & 0 \\ 3 & -4 & 0 \end{vmatrix}}{14} = \frac{490\,000}{14} = 35\,000}$$

Bloque 2

1) $f(x) = \begin{cases} 2x^2+tx-1 & x \leq 1 \\ x+t & x>1 \end{cases}$

a) Continuidad en $x=1$: ¿$\exists \lim_{x\to 1} f(x) = f(1)$?

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (2x^2+tx-1) = 2+t-1 = t+1 = f(1) \\ \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (x+t) = 1+t \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$\Longrightarrow t+1 = t+1$ ✓ siempre $\Longrightarrow$ $\boxed{f \text{ es continua en } x=1 \ \forall t \in \mathbb{R}}$

b) Extremos relativos de $f(x)$ en $(-\infty, 1)$ para $t=2$

$f(x) = 2x^2+2x-1$

$f'(x) = 4x+2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

$f''(x) = 4$

$f''(-\frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow$ $\boxed{x = -\frac{1}{2} \text{ es un mín. relativo de } f \text{ de coordenadas } (-\frac{1}{2}, \frac{-3}{2})}$

c) Crecimiento y decrecimiento de f(x) en $(-\infty, +1)$ para $t=2$

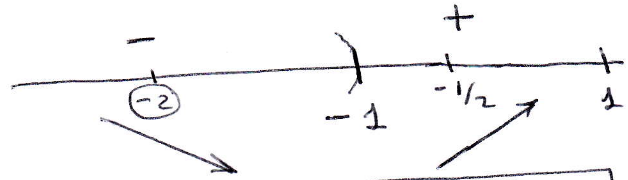
$f(x) = 2x^2 + 2x - 1$

$f'(x) = 4x + 2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

$4x + 2 > 0$

$x > \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$



f es estrictamente decreciente en $(-\infty, -1/2)$

f es estrictamente creciente en $(-1/2, 1)$

(2) $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$

f tiene un pto de inflexión en $(2, -5) \Rightarrow \begin{cases} f(2) = -5 \\ f''(2) = 0 \end{cases}$

Pendiente de la recta tg. a f en $x = 2$ es $-12 \Rightarrow f'(2) = -12$

- $f(2) = -5 \Rightarrow 8a + 4b + c = -5$
- $\left.\begin{array}{l} f'(2) = -12 \\ f'(x) = 3ax^2 + 2bx \end{array}\right\} \Rightarrow 12a + 4b = -12$
- $\left.\begin{array}{l} f''(2) = 0 \\ f''(x) = 6ax + 2b \end{array}\right\} \Rightarrow 12a + 2b = 0$

Resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} 8a + 4b + c = -5 \\ 12a + 4b = -12 \\ 12a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 12\cancel{a} + 4b = -12 \\ \xrightarrow{\cdot(-1)} -\cancel{12}a - 2b = 0 \\ \hline 2b = -12 \Rightarrow b = -6 \end{array}$$

Como $12a + 2b = 0 \Rightarrow a = 1$

Como $8a + 4b + c = -5 \Rightarrow c = -5 - 8 + 24 = 11$

$\boxed{\text{Solución: } (a, b, c) = (1, -6, 11)}$

La función que cumple lo que se pide es

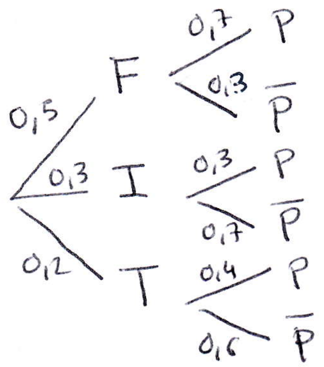
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11$

SECCIÓN 2

Bloque 1

3) F = estudiante que prefiere Facebook
I = " " " Instagram
T = " " " TikTok

P = publica habitualmente



a) $\boxed{P(\overline{P})} = P(F)\,P(\overline{P}/F) + P(I)\,P(\overline{P}/I) +$
$+ P(T)\,P(\overline{P}/T) = 0{,}5\cdot 0{,}3 + 0{,}3\cdot 0{,}7 + 0{,}2\cdot 0{,}6 =$
$\boxed{= \frac{12}{25} = 0{,}485}$

b) $\boxed{P(I/P)} = \frac{P(I\cap P)}{P(P)} = \frac{0{,}3\cdot 0{,}35}{1-0{,}485} = \boxed{\frac{21}{103} = 0{,}2039}$

4) X = cantidad de € donados por una persona

$X \sim N(\mu, 10)$ $\sigma^2 = 100$ €$^2 \Rightarrow \sigma = 10$

$n = 9$

$60, 40, 55, 35, 20, 25, 50, 45$ y $30 \Rightarrow \overline{X} = \frac{360}{9} = 40$

a) Intervalo de confianza

$1-\alpha = 0{,}97 \Rightarrow \alpha = 0{,}03 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}015$

$P(Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0{,}015 = 0{,}985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2{,}17$

$\boxed{IC} = \left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(40 - 2{,}17\frac{10}{\sqrt{9}}, 40 + 2{,}17\frac{10}{\sqrt{9}}\right) =$

$\boxed{= (32{,}7\hat{6}, 47{,}2\hat{3})}$

b) Tamaño mínimo

$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 2{,}17\cdot\frac{10}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow \frac{2{,}17\cdot 10}{2} < \sqrt{n} \Rightarrow$

$\Rightarrow 10{,}85 < \sqrt{n} \Rightarrow 117{,}7225 < n \Rightarrow$ $\boxed{\text{El tamaño mínimo de la muestra debe ser } 118}$

Bloque 2

3) a) X = nº de entradas vendidas a jubilados
Y = " " " " a adultos
Z = " " " " " niños

$$\boxed{\begin{array}{l} X+Y+Z=660 \\ X=\frac{1}{4}Y \\ Z=\frac{10}{100}(X+Y) \end{array}}$$

b) Resolución por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 660 \\ 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 10 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_1+F_2]{F_1+F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 660 \\ 5 & 0 & 1 & 660 \\ 0 & 0 & 11 & 660 \end{array}\right) \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

De [3]: $Z=\frac{660}{11}=60$

Sustituimos en [2]: $X=\frac{660-60}{5}=120$

Sustituimos en [1]: $Y=660-120-60=480$

$(x,y,z)=(120,480,60)$

$\boxed{\text{Han vendido 120 entradas a jubilados, 480 a adultos y 60 a niños}}$

Resolución por el método de Cramer

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 10 \end{vmatrix}=-55$$

$$\boxed{X=}\ \frac{\begin{vmatrix} 660 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}}{-55}=\boxed{\frac{-6600}{-55}=120}$$

$$\boxed{Y=}\ \frac{\begin{vmatrix} 1 & 660 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 10 \end{vmatrix}}{-55}=\boxed{\frac{-26400}{-55}=480}$$

$$\boxed{Z=}\ \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 660 \\ 4 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{-55}=\boxed{\frac{-3300}{-55}=60}$$

4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

a) $\boxed{ABC^T} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}}$

b) $\boxed{\frac{1}{3} B^2 - I} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$

$= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -1/3 \\ -1/3 & 0 & 1/3 \\ -1/3 & -1/3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$

$= \boxed{\begin{pmatrix} -1/3 & 1/3 & -1/3 \\ -1/3 & -1 & 1/3 \\ -1/3 & -1/3 & -1 \end{pmatrix}}$

c) $(A - B) - C$ <u>no</u> se puede calcular porque C no es del mismo orden que A y B.

$B_{3\times3} \cdot C_{1\times3}$ <u>no</u> se puede calcular ya que nº de columnas de $B \neq$ nº de filas de C

SECCIÓN 3

Bloque 1

(5) M = solicitante mujer de una beca Erasmus en Italia
H = " hombre " " " " " "

$$P(M) = \frac{50}{80} \text{ y } P(H) = \frac{30}{80}$$

a) $\boxed{P(\text{los 3 seleccionados son mujeres})} = P(M_1 M_2 M_3) =$

$$= \frac{50}{80} \cdot \frac{49}{79} \cdot \frac{48}{78} = \boxed{\frac{245}{1027} = 0{,}2386}$$

b) $\boxed{P(\text{los 3 seleccionados son del mismo sexo})} =$

$$= P(M_1 M_2 M_3) + P(H_1 H_2 H_3) = \frac{245}{1027} + \frac{30}{80} \cdot \frac{29}{79} \cdot \frac{28}{78} =$$

$$= \frac{245}{1027} + \frac{203}{4108} = \boxed{\frac{91}{316} = 0{,}2879}$$

c) $\boxed{P(\text{al menos 2 de los seleccionados son hombres})} =$

$$= P(H_1 H_2 H_3) + P(H_1 H_2 M_3) + P(H_1 M_2 H_3) + P(M_1 H_2 H_3) =$$

$$= \frac{30}{80} \cdot \frac{29}{79} \cdot \frac{28}{78} + 3 \cdot \frac{30}{80} \cdot \frac{29}{79} \cdot \frac{50}{78} = \frac{203}{4108} + \frac{2175}{8216} =$$

$$= \boxed{\frac{199}{632} = 0{,}3149}$$

(6) X = peso (en kg) de los motores de los coches de Fórmula 1

$$X \sim N(\mu, 30) \quad , \bar{X} = 153 \text{ kg} \quad , \sigma = 30 \text{ kg} \quad , n = 81$$

a) Intervalo de confianza

$$1 - \alpha = 0{,}95 \Rightarrow \alpha = 0{,}05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025$$

$$P(Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0{,}025 = 0{,}975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$$

$$\boxed{IC} = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(153 - 1{,}96 \frac{30}{\sqrt{81}}, 153 + 1{,}96 \frac{30}{\sqrt{81}}\right) =$$

$$= \boxed{(146{,}47 \ , \ 159{,}53)}$$

b) $E = Z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$n = 100$

$1-\alpha = 0{,}9312 \Rightarrow \alpha = 0{,}0688 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}0344$

$P(Z < Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0{,}0344 = 0{,}9656 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1{,}82$

$E = 1{,}82 \cdot \dfrac{30}{\sqrt{100}} = 5{,}46$ El error máximo admisible sería de 5,46 kg

c) ¿$\mu = 145 \in IC_{92\%}$?

$1-\alpha = 0{,}92 \Rightarrow \alpha = 0{,}08 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}04$

$P(Z < Z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0{,}04 = 0{,}96 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1{,}75$

$$IC_{92\%} = \left(153 - 1{,}75 \frac{30}{\sqrt{81}} \ , \ 153 + 1{,}75 \frac{30}{\sqrt{81}}\right) = (147{,}17 \ , \ 158{,}83)$$

$$\boxed{\mu = 145 \notin IC_{92\%}}$$

Sin calcular el $IC_{92\%}$: al disminuir el nivel de confianza, disminuye la longitud del intervalo y como $145 \notin IC_{95\%}$ $\Rightarrow 145 \notin IC_{92\%}$

Bloque 2

5 $f(x) = \begin{cases} -(x+t)^2 + 2 & x \leq -2 \\ t - 2 & -2 < x \leq 2 \\ x^2 - (t+3)x + 9 & x > 2 \end{cases}$

a) Continuidad en $x = -2$: ¿$\exists \lim\limits_{x \to -2} f(x) = f(-2)$?

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -2^-} \left[-(x+t)^2 + 2\right] = -(-2+t)^2 + 2 = f(-2) \\ \lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -2^+} (t-2) = t - 2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow -(-2+t)^2+2 = t-2 \Rightarrow \boxed{t = \begin{cases} 3 \\ 0 \end{cases}}$ para que f sea continua en $x=-2$.

Continuidad en $x=2$: ¿$\exists \lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$?

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (t-2) = t-2 = f(2) \\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \left[x^2-(t+3)x+9\right] = 4-(t+3)\cdot 2+9 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow t-2 = 13-2t-6 \Rightarrow \boxed{t=3}$ para que f sea continua en $x=2$.

$\boxed{\text{Solución: } t=3 \text{ para que } f \text{ sea continua en } x=-2 \text{ y en } x=2}$

b) Representación gráfica para $t=3$

$$f(x) = \begin{cases} -(x+3)^2+2 & x\leq -2 \\ 3-2 & -2<x\leq 2 \\ x^2-(3+3)x+9 & x>2 \end{cases} = \begin{cases} -x^2-6x-7 & x\leq -2 \\ 1 & -2<x\leq 2 \\ x^2-6x+9 & x>2 \end{cases}$$

$y=-x^2-6x-7$

Vértice: $x_v = \frac{6}{2\cdot(-1)} = -3$

$y_v = 2$

Puntos de corte con OX

$x = \begin{cases} -3+\sqrt{2} \simeq -1{,}6 \\ -3-\sqrt{2} \simeq -4{,}4 \end{cases}$

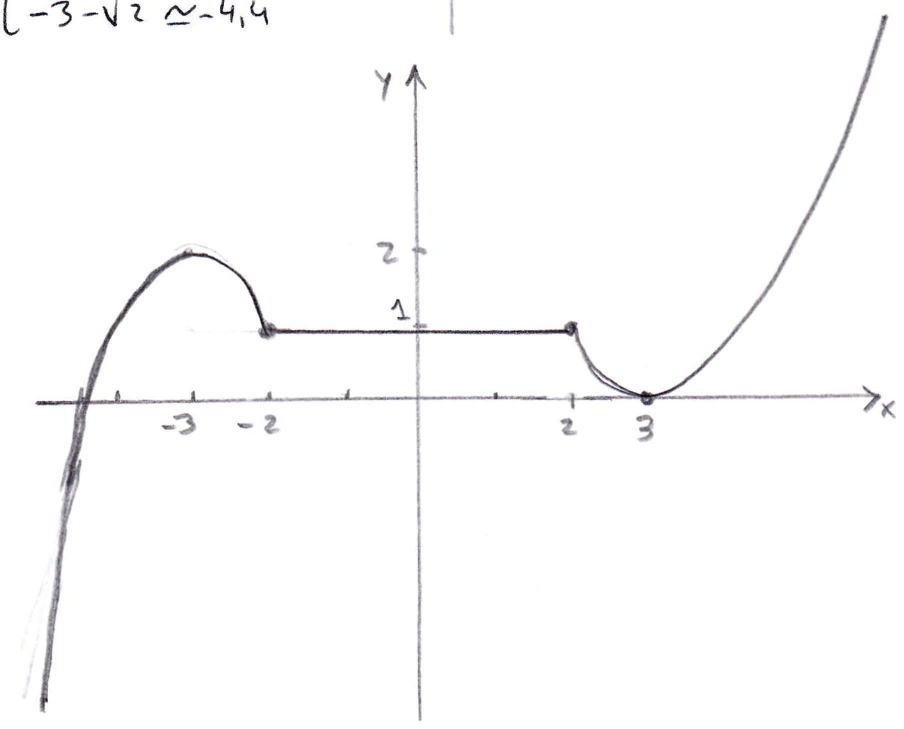
$y = x^2-6x+9$

Vértice: $x_v = \frac{6}{2\cdot 1} = 3$

$y_v = 0$

Puntos de corte con OX

$x=3$



(6) $H(x) = 20x - 2x^2 \quad 0 \leq x \leq 10$

x = tiempo en segundos

$H(x)$ = altura, en metros, que alcanza la pelota

a) $H(3) = 20 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 = 42$

$\boxed{\text{Al cabo de 3 s alcanzará una altura de } \underline{42\,m}}$

b) $H(x) = 32 \Rightarrow 20x - 2x^2 = 32 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \\ 8 \end{cases}$

$\boxed{\text{Se encontrará a 32 m de altura a los 2 s y a los 8 s}}$

c) $H'(x) = 20 - 4x$

$H'(x) = 0 \Rightarrow 20 - 4x = 0 \Rightarrow x = 5$

$H''(x) = -4$

$H''(5) < 0 \Rightarrow x = 5$ es un máx. rel.

$\boxed{\begin{array}{l}\text{La altura máxima alcanzada por la pelota es} \\ H(5) = \underline{\underline{50\,m}} \text{ y la alcanza a los } \underline{\underline{5\,s}}\end{array}}$