

DE TEOREMA EN TEOREMA: ÁREAS CONTANDO PUNTOS

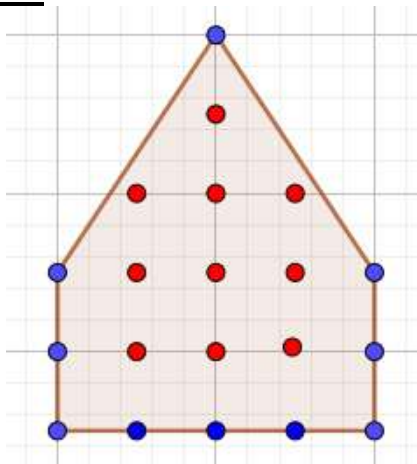
Introducción al cálculo de áreas

Teorema de Pick [Georg Alexander Pick¹ (1899)]

En un *polígono simple cuyos vértices tienen coordenadas enteras*, si B es el número de puntos enteros en el borde, I el número de puntos enteros en el interior del polígono, entonces el área A del polígono se puede calcular con la fórmula:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

Ejemplo 1:



Aplicando el teorema de Pick:

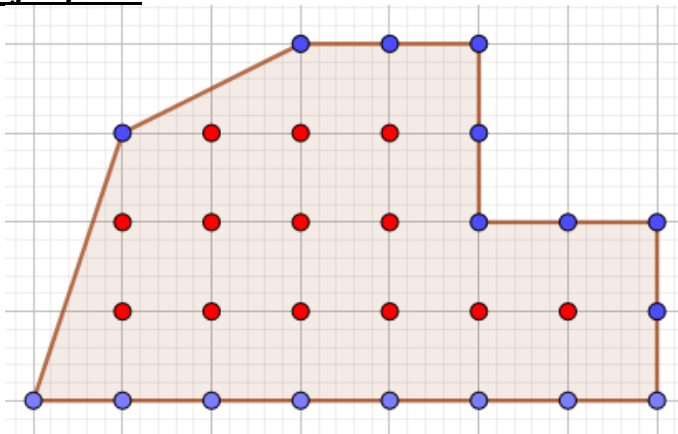
$$I = 10$$

$$B = 10$$

Así:

$$\text{Área} = 10 + \frac{10}{2} - 1 = 14$$

Ejemplo 2:



Aplicando el teorema de Pick:

$$I = 13$$

$$B = 17$$

Así:

$$\text{Área} = 13 + \frac{17}{2} - 1 = \frac{41}{2} = 20,5$$

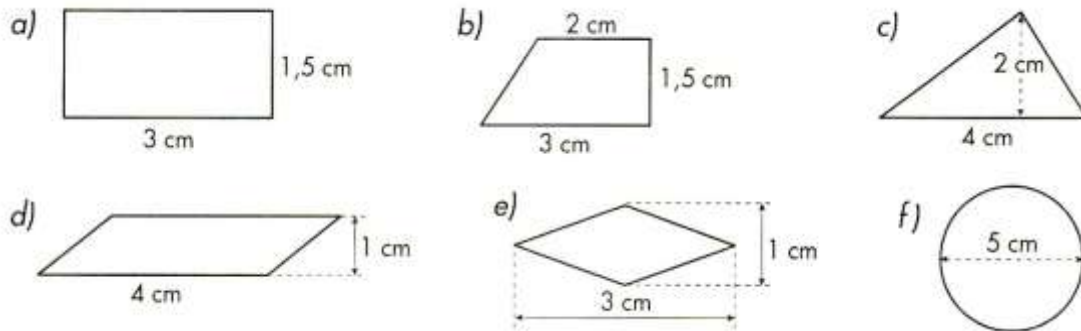
¹ Georg Alexander Pick (10 de agosto de 1859 - 26 de julio de 1942) fue un matemático de origen judío nacido en Austria. Murió durante la Segunda Guerra Mundial en el Campo de concentración de Theresienstadt, donde había sido internado tras la invasión alemana.

Es conocido por el Teorema de Pick, una elegante fórmula matemática que permite determinar el área de polígonos cuyos vértices se sitúan sobre los puntos de una retícula regular. Publicado en un artículo en 1899, se popularizó cuando Hugo Steinhaus lo incluyó en la edición de 1969 de Mathematical Snapshots.

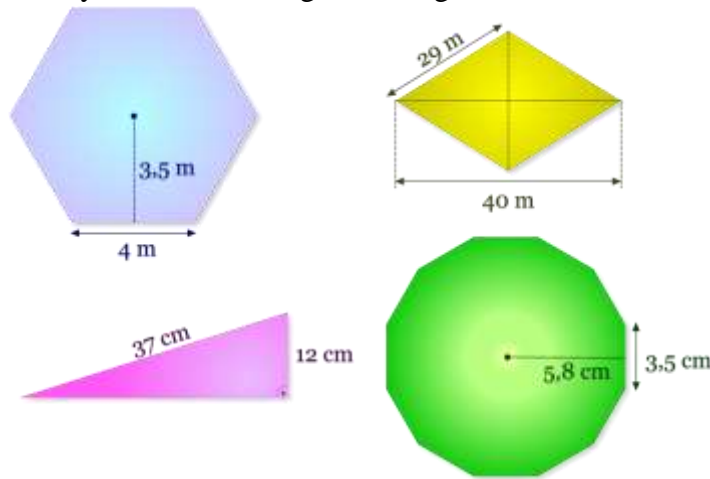
(Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Georg_Alexander_Pick)

LONGITUDES Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

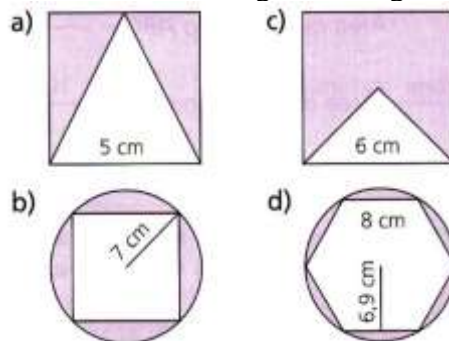
1. Calcula el perímetro (de las que se pueda) y el área de las siguientes figuras utilizando las longitudes indicadas:



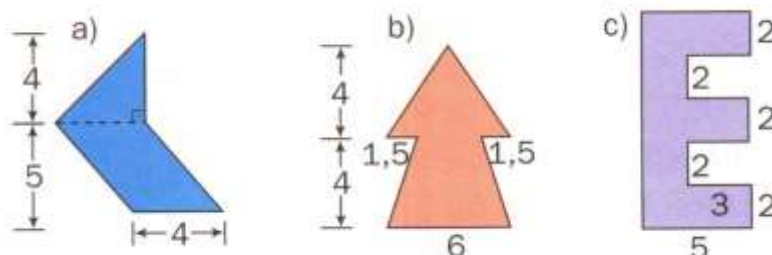
2. Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras utilizando las longitudes indicadas:



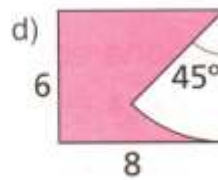
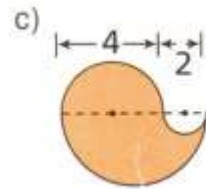
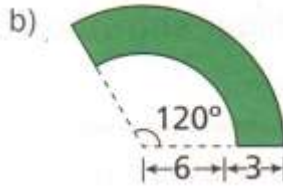
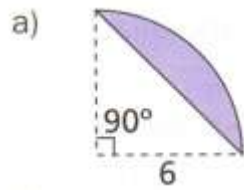
3. Calcula el área de la zona coloreada de las siguientes figuras.



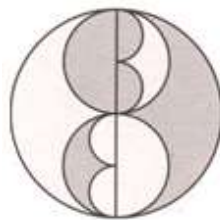
4. Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras:



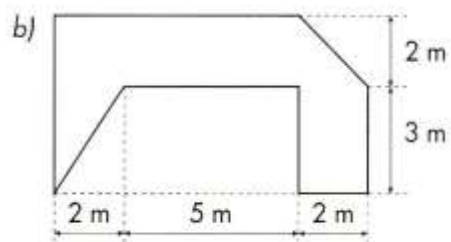
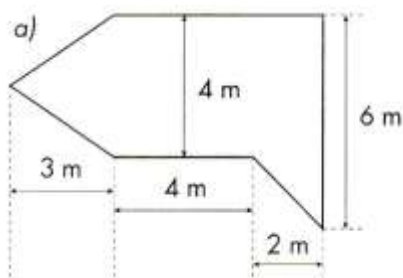
5. Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras:



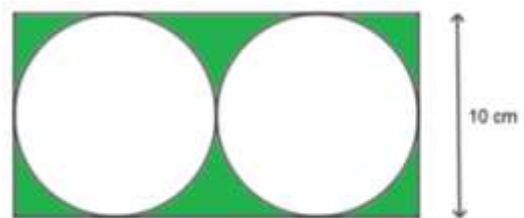
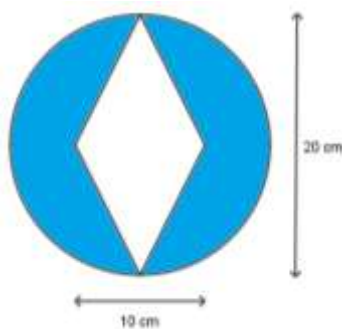
6. El radio del círculo mayor es 6 cm. ¿Cuál es el área de la zona sombreada? ¿Y su perímetro?



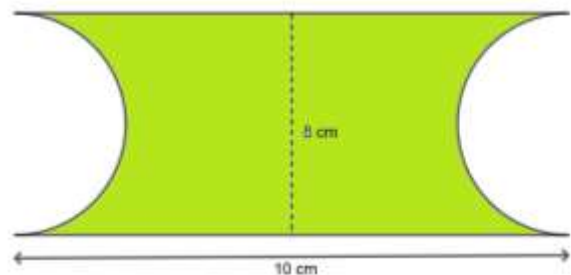
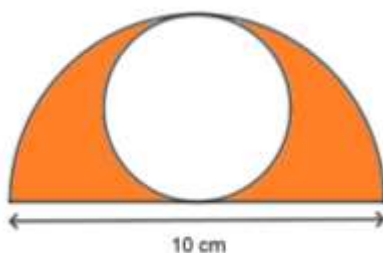
7. Utiliza descomposiciones en figuras más sencillas y calcula las áreas de las figuras:



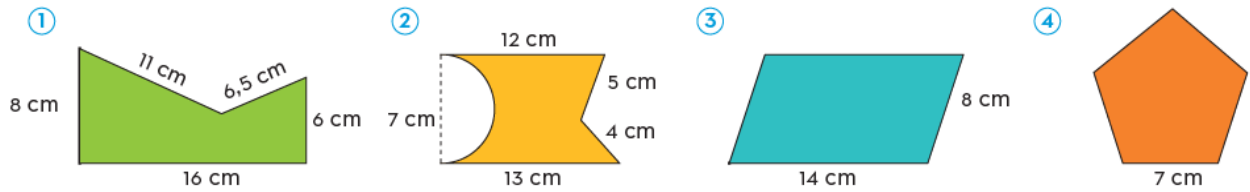
8. Calcula el área de la zona sombreada en las siguientes figuras:



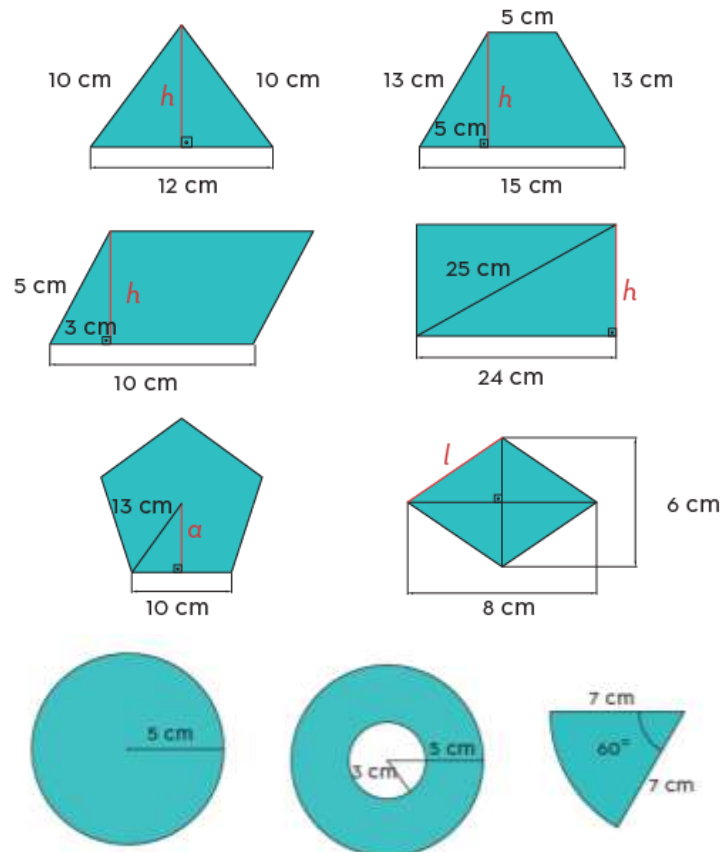
9. Calcula el área de la zona coloreada.



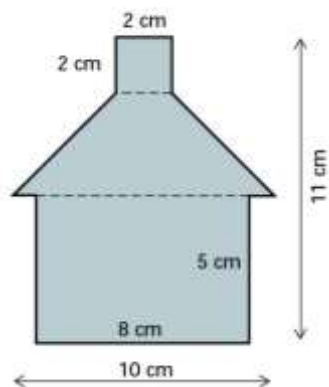
10. Calcula el perímetro de las siguientes figuras:



11. Calcula el área de las siguientes figuras:



12. Observa la figura y calcula el área total.



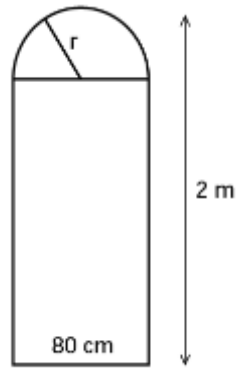
Área del cuadrado:

Área del trapecio:

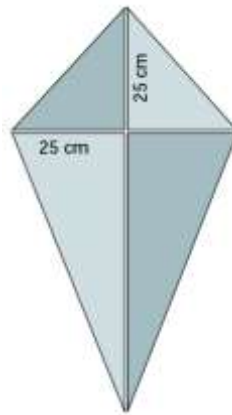
Área del rectángulo:

Área de la figura:

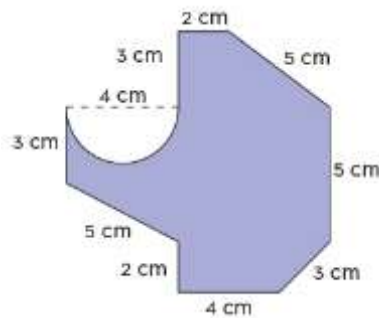
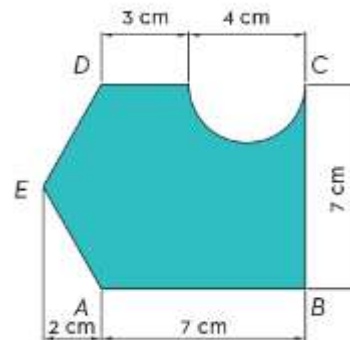
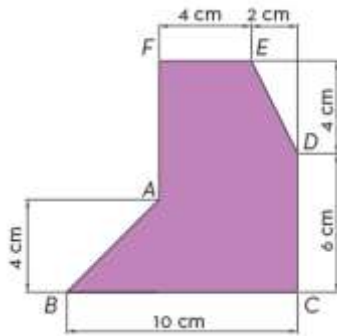
13. Calcula el área del cristal de un ventanal como el de la figura, que hay en la pared de una catedral.



14. Calcula en cm^2 la cantidad de papel de seda que se necesita para hacer una cometa formada por dos palos de 75 cm y 50 cm de longitud, de manera que el palo corto cruce al largo a 25 cm de uno de sus extremos.



15. Calcula el área de cada una de las siguientes figuras:



16. Una piscina rectangular, de 25 m de largo y 10 m de ancho, está rodeada de césped como indica la figura.



- a) Expresa el área de la zona de césped en función de a .
 b) Completa la tabla para los valores de a que se indican:

a (cm)	1,5	2,5	3,0	3,5
Área de césped (m^2)				

- c) ¿Para qué valores de a de los dados en la tabla el área ocupada por el césped es mayor que el área de la piscina?