

UNIDADES 11 y 12: ELEMENTOS Y FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS.

Resumen de la unidad.

1. ELEMENTOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS.

- Puntos y rectas.

* Un punto es un elemento geométrico sin largo ni ancho. Se utiliza para indicar una posición en el espacio.

(Los puntos se nombran con letras mayúsculas A, B, C...)

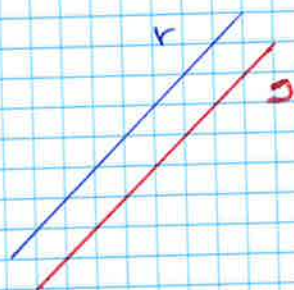
* Una recta es una línea sin principio ni fin formada por infinitos puntos que se extienden en la misma dirección. La recta no tiene ancho pero sí largo.

(Las rectas se nombran con letras minúsculas r, s, t)

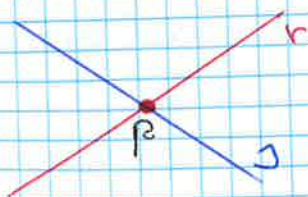
- Posición relativa de dos rectas.

Depende del nº de puntos que tengan en común.

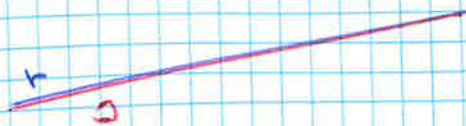
* Paralelas: no tienen ningún punto común.



* Secantes: se cortan en un punto.

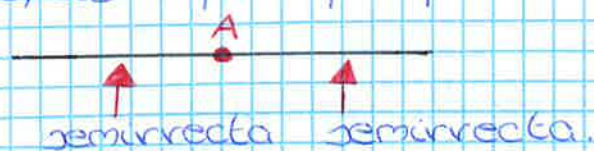


* Coincidentes: todos sus puntos son comunes.

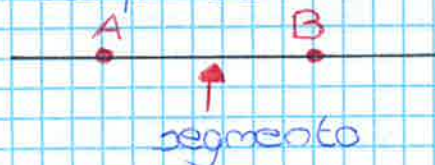


- Semirrectas y segmentos.

* Una **semirrecta** es una recta que se considera desde un punto determinado y en un único sentido, tiene principio pero no final.

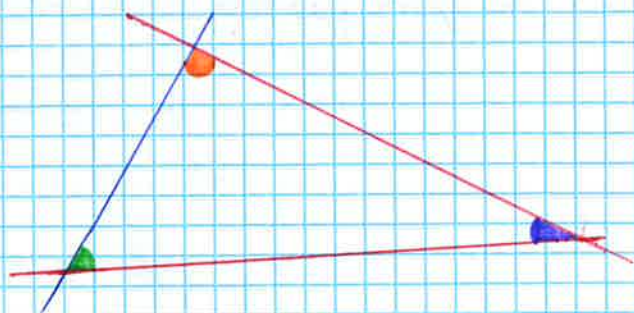


* Un **segmento** es la porción de recta comprendida entre dos puntos.



- Quinto postulado de Euclides.

Que si una recta al incidir sobre dos rectas hace los **ángulos internos** del mismo lado menores que **dos ángulos rectos**, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en el que están los **ángulos** menores que dos rectos.



- Biografía de Euclides.

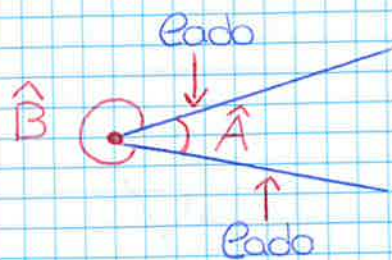
Euclides (padre de la geometría) nació en el año 325 a.C.

Fue un matemático histórico que escribió "Los Elementos" y otras obras más. Euclides fue el líder de un equipo de matemáticos que trabajaban en Alejandría, todos ellos contribuyeron a escribir las obras completas de Euclides, hasta firmaron algunas obras con el nombre de este en el 265 a.C. en Alejandría.

2. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

- ¿Qué es un ángulo?

Das rectas secantes dividen el plano en 4 partes, cada una de esas partes se llama ángulo.

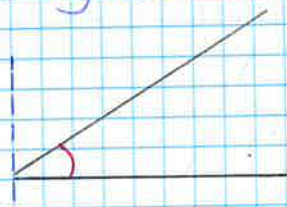


- Clasificación

* Recto



* Aguda



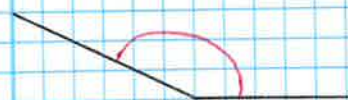
* Obtuso



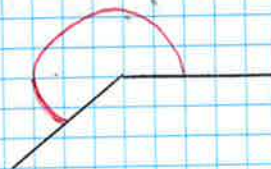
* Llano



* Convexo

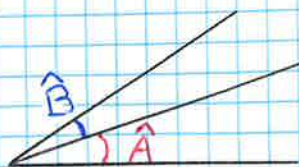


* Cóncavo

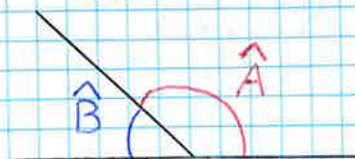


3. RELACIONES ENTRE ÁNGULOS

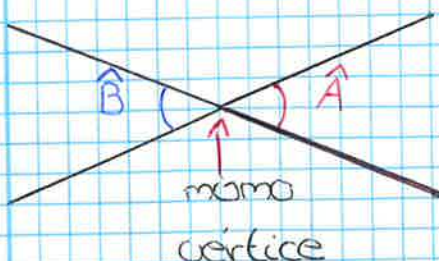
* Consecutivos



* Adyacentes



* Opuestos por el vértice

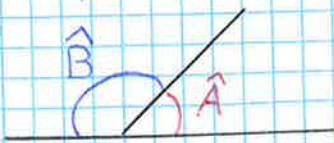


* Complementarios



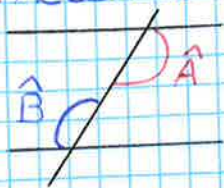
(x) Ray 2 lados

* Suplementarios

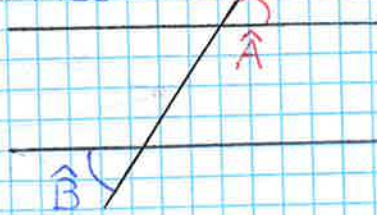


(x)

* Alternos externos



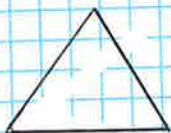
* Alternos internos



4- CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

- Según sus lados:

* **Equilátero:** todas sus lados son iguales.



* **Isósceles:** todas sus lados iguales menos uno.



* **Escaleno:** todas sus lados son desiguales.

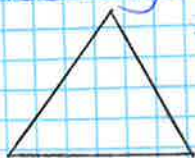


- Según sus ángulos:

* **Rectángulo:** un ángulo recto.



* **Acutángulo:** tres ángulos agudos.



* **Obtusángulo:** un ángulo obtuso.



5. JUSTIFICA QUE LOS 3 ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO SOMAN 180°

Porque al trazar una paralela a uno de los lados (la base) por el vértice opuesto a él, los ángulos interiores del lado izquierdo suman dos rectos.

6. CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS Y PARALELOGRAMOS.

- Cuadriláteros paralelogramos.

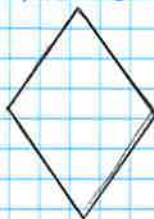
* Cuadrado



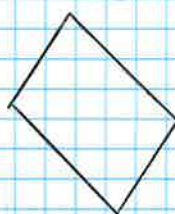
* Rectángulo



* Rombo



* Romboide

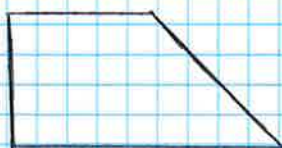


- Cuadriláteros Trapezoides

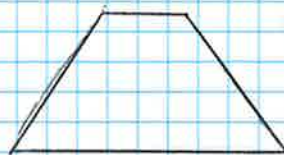


- Cuadrilátero Trapecios

* Rectángulo



* Isósceles



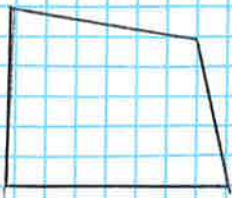
* Escaleno



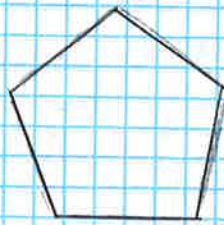
7. CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

- Según el n° de lados

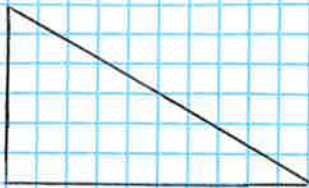
* Cuadrilátero



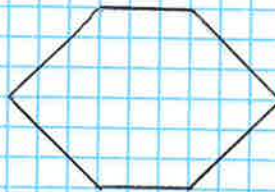
* Pentágono



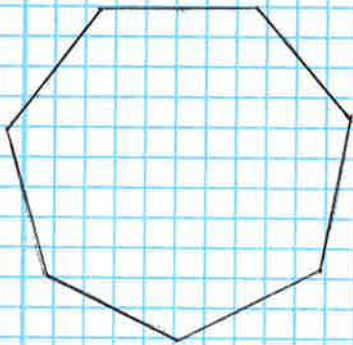
* Triángulo



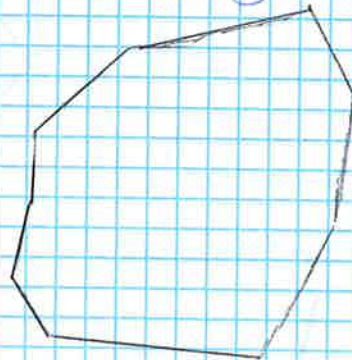
* Hexágono



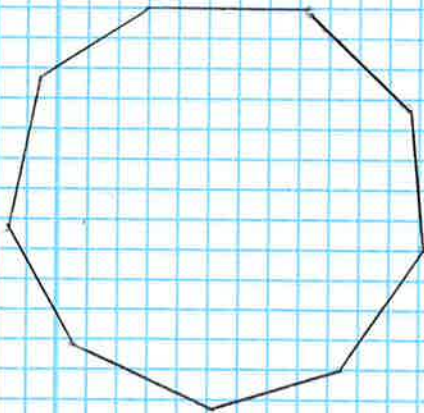
* Heptágono



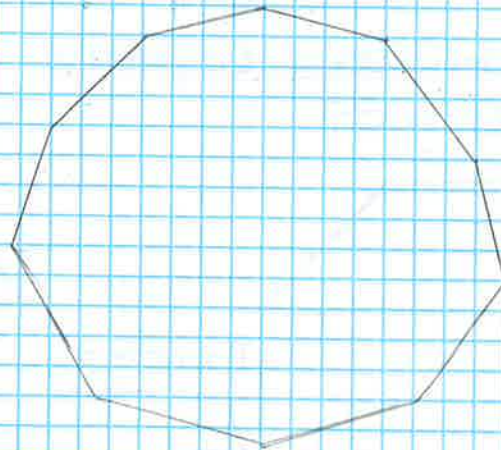
* Octógono



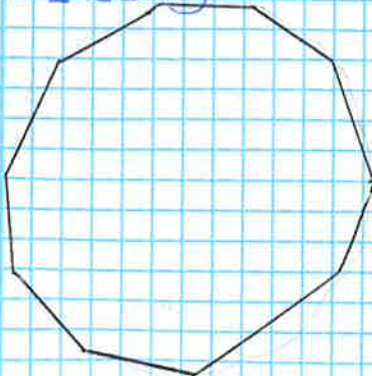
* Eneágono



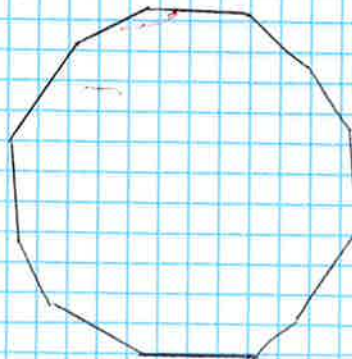
* Decágono



* Endecágono

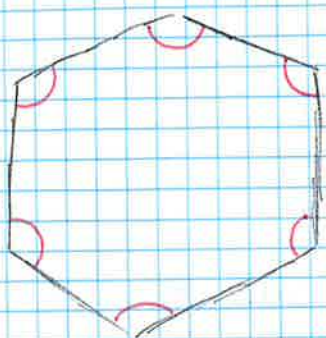


* Dodecaedro

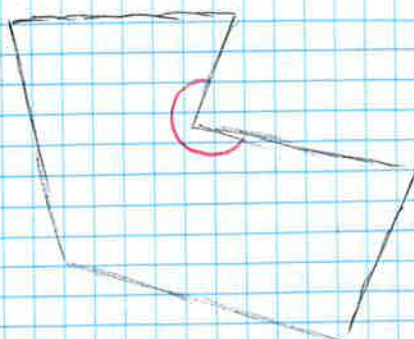


- Según la amplitud de los ángulos

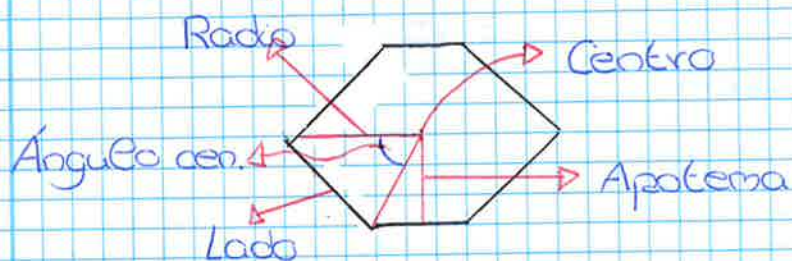
* Convexo



* Cóncavo



8. ÁNGULOS, ELEMENTOS Y SIMETRÍAS DE UN P. REGULAR

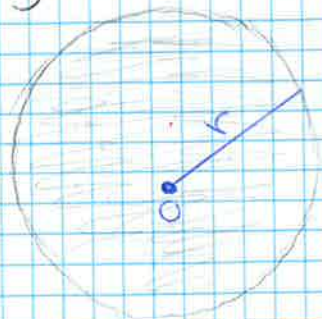


9- EL CÍRCULO Y LA CIRCUNFERENCIA

- **Circunferencia:** es una curva cerrada y plana cuyas partes están a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.



- **Círculo:** es una región del plano cuyas partes están a una distancia del centro menor o igual que la longitud del radio.



TEOREMA DE PITÁGORAS

- 1ª forma: midiendo

$$c = 3'3$$

$$A = 3'3^2 = 18'89$$

- 2ª forma:

$$A: \text{cuadrado rojo} = 5^2 = 25$$

$$A: \text{triángulo} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ cuadrado} = \\ A \text{ cuadrado rojo} = \\ 4 \cdot A \text{ triángulo} = \\ = 25 - 4 \cdot 3 = 13 \end{array} \right\}$$

- 3ª forma = curiosidad

Teorema de Pick

$$A = 12 + \frac{4}{2} - 1 = 13$$

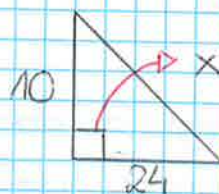
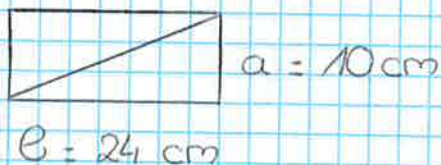
TEOREMA DE PITÁGORAS



En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

1.



$$x^2 = 24^2 + 100^2$$

$$x^2 = 576 + 100$$

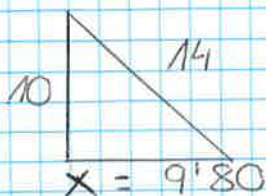
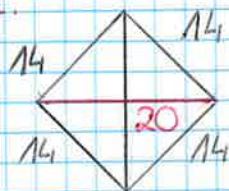
$$x = \sqrt{676} = 26$$

26 cm mide la diagonal

Operación / inversión

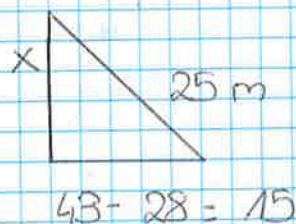
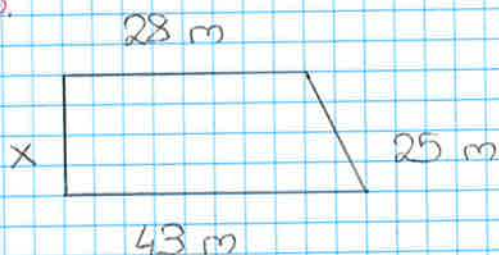
- Suma \longleftrightarrow Resta
- Multiplicación \longleftrightarrow División
- Elevar al cuadrado \longleftrightarrow Raíz cuadrada

2.



$$\begin{aligned}14^2 &= x^2 + 10^2 \\196 &= x^2 + 100 \\196 - 100 &= x^2 \\96 &= \sqrt{96} = 9'79 \rightarrow 9'80 \\9'80 \cdot 2 &= 19'6 \text{ cm}\end{aligned}$$

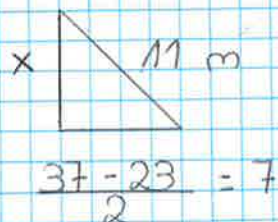
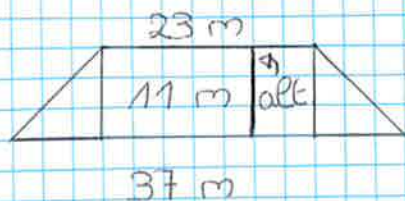
3.



$$\begin{aligned}25^2 &= x^2 + 15^2 \\625 &= x^2 + 225 \\625 - 225 &= x^2 \\400 &= x^2 \\x &= \sqrt{400} = 20\end{aligned}$$

La altura mide 20 m

4-



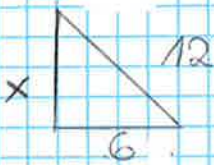
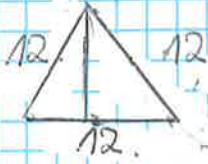
$$x^2 = 7^2 + 11^2$$

$$x^2 = 170$$

$$x = \sqrt{170} = 13'03 \rightarrow 13'04$$

$$\text{Perímetro} = 37 + 2 \cdot 13'04 + 23 = 86'08 \text{ m}$$

5.



$$12^2 = 6^2 + x^2$$

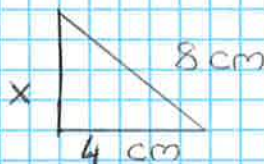
$$144 = 36 + x^2$$

$$144 - 36 = x^2$$

$$108 = x^2$$

$$x = \sqrt{108} = 10'39 \rightarrow 10'41$$

6.



$$8^2 = 4^2 + x^2$$

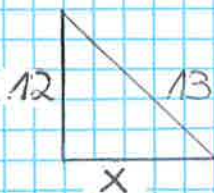
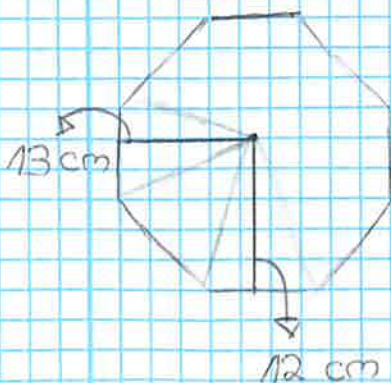
$$64 = 16 + x^2$$

$$64 - 16 = x^2$$

$$48 = x^2$$

$$x = \sqrt{48} = 6'93 \text{ cm mide } \text{Ea} \\ \text{apótema. } \checkmark$$

7.



$$13^2 = 12^2 + x^2$$

$$169 = 144 + x^2$$

$$169 - 144 = x^2$$

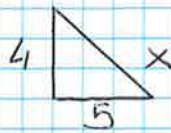
$$25 = x^2$$

$$x = \sqrt{25} = 5$$

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$8 \cdot 10 = 80$$

9.

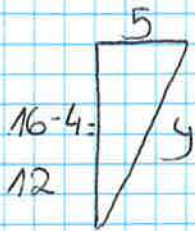


$$x^2 = 5^2 + 4^2$$

$$x^2 = 25 + 16$$

$$x^2 = 41$$

$$x = \sqrt{41} = 6'40$$



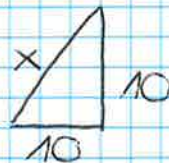
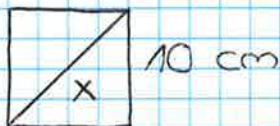
$$y^2 = 12^2 + 5^2$$

$$y^2 = 169$$

$$y = \sqrt{169} = 13$$

perímetro $2 \cdot 6'40 + 2 \cdot 13 = 38'8$.

10.

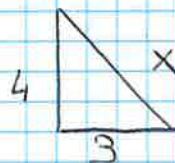
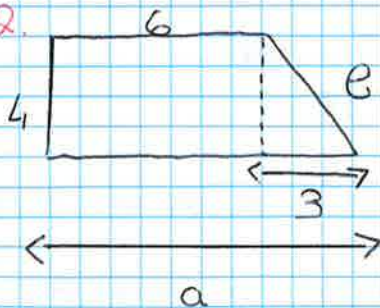


$$x^2 = 10^2 + 10^2$$

$$x^2 = 200$$

$$x = \sqrt{200} = 14'14$$

12.



$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

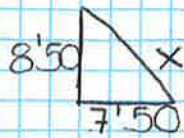
$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25} = 5$$

5 cm mide e, y $6 + 3 = 9$
cm mide a.

11.



$$x^2 = 8.50^2 + 7.50^2$$

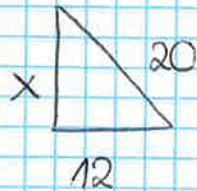
$$x^2 = 72.25 + 56.25$$

$$x^2 = 128.5$$

$$x = \sqrt{128.5} = 11.34$$

11.34 cm miden cada
lado. ✓

13.



$$20^2 = 12^2 + x^2$$

$$400 = 144 + x^2$$

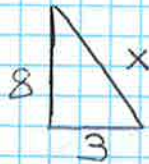
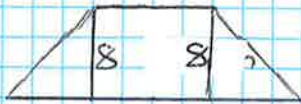
$$400 - 144 = x^2$$

$$256 = x^2$$

$$x = \sqrt{256} = 16$$

16 · 2 = 32 cm mide
a diagonal.

14.



$$x^2 = 3^2 + 8^2$$

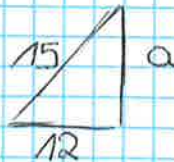
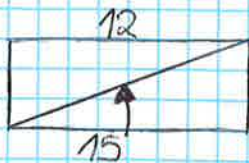
$$x^2 = 9 + 64$$

$$x^2 = 73$$

$$x = \sqrt{73} = 8.54 \text{ m mide}$$

Los lados no paralelos.

15.



$$15^2 = 12^2 + a^2$$

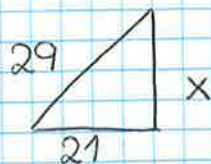
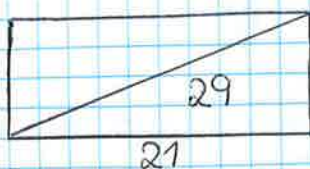
$$225 = 144 + a^2$$

$$225 - 144 = a^2$$

$$81 = a^2$$

$$a = \sqrt{81} = 9$$

20-



$$29^2 = 21^2 + x^2$$

$$841 = 441 + x^2$$

$$841 - 441 = x^2$$

$$400 = x^2$$

$$x = \sqrt{400} = 20 \text{ cm mide el otro lado.}$$

18/5/22

UNIDAD 10: LONGITUDES Y ÁREAS.

- **Perímetro**: suma de las longitudes de todos los lados de un polígono.

Circunferencia

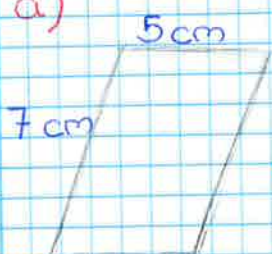
$$A = 2 \cdot \pi \cdot r$$



$$L_{\text{arco}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n^\circ}{360^\circ}$$

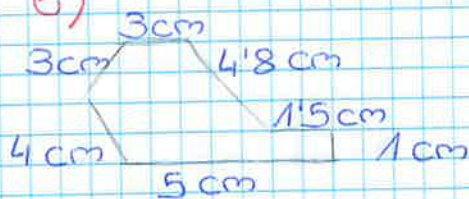
1.

a)



$$p = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 24 \text{ cm}$$

e)



$$p = 4 + 5 + 1 + 1.5 + 4.8 + 3 \cdot 2 = 22.3 \text{ cm}$$

2.



$$p = 5 \cdot 15 = 75 \text{ m}$$

Necesitamos $3 \cdot 75 = 225 \text{ m}$ de alambre