

Unidad 1: Números naturales y divisibilidad.

- Los números naturales son los de contar.
- Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.
- Propiedades:
 - Conmutativa (+, ·)
 - Asociativa $(2+3)+5 = 2+(3+5)$
 - Distributiva $2 \cdot (3+5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$
 - Prueba de la división: $d \cdot c + r = D$

Jerarquía de las operaciones

1º Paréntesis (de dentro a afuera).

2º Potencias y raíces.

3º Multiplicaciones y divisiones.

4º Sumas y restas.

(Las operaciones del mismo nivel se realizan de izquierda a derecha)

Actividades pag 11

10-

a) $23 + 14 = 14 + 23 = 37$ Conmutativa.

b) $12 \cdot 5 = 5 \cdot 12 = 60$ Conmutativa.

c) $(4+3)+9 = 4+(3+9) = 16$ Asociativa.

11-

a) $10 \cdot (25 + 13) \checkmark$
$$\begin{array}{r} 10 \cdot 38 \\ \hline 380 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 25 + 10 \cdot 13 \\ \hline 250 + 130 \\ \hline 380 \end{array}$$

b) $(15+6) \cdot 4 \checkmark$
$$\begin{array}{r} 21 \cdot 4 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 15 + 4 \cdot 6 \\ \hline 60 + 24 \\ \hline 84 \end{array}$$

c) $7 \cdot (12-5) \checkmark$
$$\begin{array}{r} 7 \cdot 7 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 7 = 7 \cdot 5 \\ \hline 84 = 35 \\ \hline 49 \end{array}$$

d) $100 \cdot (58-49) \checkmark$
$$\begin{array}{r} 100 \cdot 09 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \cdot 58 = 100 \cdot 49 \\ \hline 5800 = 4900 \\ \hline 900 \end{array}$$

12.

a) $(12 + 7) \cdot 5 = 19 \cdot 5$

b) $(12 + 7) \cdot 5 = 12 \cdot 5 + 12 \cdot 7$

c) $12 \cdot (7 + 5) = 12 \cdot 7 + 12 \cdot 5$

14/9/21

13.

a) $D = 28, d = 9, c = 3, r = 1$

$9 \cdot 3 + 1 = 28$

b) $D = 234, d = 6, c = 39, r = 0$

$39 \cdot 6 + 0 = 234$

14.

a) $D = 425, d = 31, c = 13, r = 22$

$$\begin{array}{r} 425 \quad 131 \\ 115 \quad 13 \\ \hline 22, \end{array}$$

b) $d = 13, c = 8, v, 4, D = 108$

$13 \cdot 8 + 4 = 104 + 4 = 108$

15.

a)
$$\begin{array}{r} 13 + 5 - 12 - 4 + 9 - 3 \checkmark \\ 18 - 12 - 4 + 9 - 3 \\ 6 - 4 + 9 - 3 \\ 2 + 9 - 3 \\ 11 - 3 \\ 8 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 61 - 37 + 45 - 22 + 12 \checkmark \\ 24 + 45 - 22 + 12 \\ 69 - 22 + 12 \\ 47 + 12 \\ 59 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 80 - 43 - 15 - 6 + 9 - 4 \checkmark \\ 37 - 15 - 6 + 9 - 4 \\ 22 - 6 + 9 - 4 \\ 16 + 9 - 4 \\ 25 - 4 \\ 21 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 100 - 40 + 90 + 35 - 85 - 20 \checkmark \\ 60 + 90 + 35 - 85 - 20 \\ 150 + 35 - 85 - 20 \\ 185 - 85 - 20 \\ 100 - 20 \\ 80 \end{array}$$

16.

a)
$$\begin{array}{r} 3 + 2 \cdot 5 - 4 + 9 \checkmark \\ 3 + 10 - 4 + 9 \\ 13 - 4 + 9 \\ 9 + 9 \\ 18 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 3 + 2 \cdot (5 - 4) + 9 \checkmark \\ 3 + 2 \cdot 1 + 9 \\ 3 + 2 + 9 \\ 5 + 9 \\ 14 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 3 + 2 \cdot (5 - 4 + 9) \checkmark \\ 3 + 2 \cdot 10 \\ 3 + 20 \\ 23 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} (3 + 2) \cdot 5 - 4 + 9 \checkmark \\ 5 \cdot 5 - 4 + 9 \\ 25 - 4 + 9 \\ 21 + 9 \\ 30 \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{r} (3 + 2) \cdot (5 - 4) + 9 \checkmark \\ 5 \cdot 1 + 9 \\ 14 \end{array}$$

f)

17-

$$a) \left[\frac{17 \cdot 3 \cdot (17 - 4 \cdot 3)}{[17 - 3 \cdot 5] + 15 - 4 \cdot 3} \right] + 15 - 4 \cdot 3 \checkmark$$

$$\frac{17 \cdot 3 \cdot 5}{17 - 15 + 15 - 12}$$

$$\frac{255}{2 + 3}$$

$$\frac{255}{5}$$

$$b) \left(\frac{12 - 5}{7} \right) \cdot \left(\frac{14 - 6}{8} \right) : \left(\frac{8 - 6}{2} \right) \checkmark$$

$$\frac{7 \cdot 8}{56} : 2$$

$$\frac{56}{28}$$

$$c) 16 : 2 \cdot 4 - 3 \cdot (10 - 3 \cdot 3) \checkmark$$

$$\frac{16 \cdot 2 \cdot 4 - 3 \cdot 1}{8 \cdot 4 - 3 \cdot 1}$$

$$\frac{32 - 3 \cdot 1}{32 - 3}$$

$$\frac{29}{29}$$

$$d) 21 - (16 - 11) \cdot 2 + (8 + 5) \checkmark$$

$$\frac{21 - 05 \cdot 2 + 13}{21 - 10 + 13}$$

$$\frac{11 + 13}{24}$$

$$e) \left[\frac{31 - 5 \cdot (27 - 8 \cdot 3)}{[31 - 5 \cdot 3] + 25 - 8 \cdot 2} \right] + 25 - 8 \cdot 2 \checkmark$$

$$\frac{16 + 25 - 8 \cdot 2}{16 + 25 - 4}$$

$$\frac{41 - 4}{37}$$

$$f) 18 : 3 \cdot 2 - 4 \cdot (12 - 3 \cdot 4) \checkmark$$

$$\frac{18 : 3 \cdot 2 - 4 \cdot 0}{6 \cdot 2 - 4 \cdot 0}$$

$$\frac{12 - 4 \cdot 0}{12 - 0}$$

$$\frac{12}{12}$$

16/9/21

Página 21

81-

$$a) 32 + 8 \cdot 40 - 10 \cdot 7$$

$$\frac{32 + 320 - 10 \cdot 7}{32 + 320 - 70}$$

$$\frac{282}{282} \checkmark$$

$$b) [(43 + 15) \cdot 2 - 74] \cdot 5 - 9$$

$$\frac{[58 \cdot 2 - 74] \cdot 5 - 9}{[116 - 74] \cdot 5 - 9}$$

$$\frac{042 \cdot 5 - 9}{210 - 9}$$

$$\frac{201}{201}$$

$$c) 11 \cdot [36 + 4 - 2 \cdot (24 \cdot 3)]$$

$$11 \cdot [36 + 4 - 2 \cdot 8]$$

$$11 \cdot [36 + 4 - 16]$$

$$11 \cdot [40 - 16]$$

$$11 \cdot 24$$

$$264$$

$$d) 48 : 6 \cdot [15 - (6 + 3)] \checkmark$$

$$48 : 6 \cdot [15 - 9]$$

$$48 : 6 \cdot 6$$

$$\frac{8 \cdot 6}{48}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 11 \\ \hline 34 \\ + 34 \\ \hline 374 \end{array}$$

COMUTATIVA

SUMA

El orden de los sumandos no altera el resultado.

$$9 + 5 = 14 = 5 + 9 = 14$$

MULTIPLICACIÓN (PRODUCTO)

El orden de los factores no altera el producto.

$$10 \cdot 4 = 4 \cdot 10 = 40$$

ASOCIATIVA

SUMA

$$(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$$

Para sumar 3 números naturales da igual sumar los 2 primeros y el resultado sumarle el tercero que sumar el primero con el resultado de sumar el segundo y el tercero.

MULTIPLICACIÓN (PRODUCTO)

$$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$$

Para multiplicar 3 números naturales da igual multiplicar los dos primeros y el resultado multiplicarle el tercero que multiplicar el primero con el resultado de multiplicar el segundo y el tercero.

DISTRIBUTIVA

SUMA Y MULTIPLICACIÓN

$$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 =$$

El producto de un número por una suma (resta) es igual al producto de dicho número de los paréntesis (de la suma/resta)

$$5 \cdot (4 - 3) = 5 \cdot 4 - 5 \cdot 3 =$$

ELEMENTO NEUTRO

Elemento (número) que no modifica al número, cuando se opera con él

SUMA = 0

$$3 + 0 = 3$$

MULTIPLICACIÓN = 1

$$3 \cdot 1 = 3$$

<https://mariematesblog.wordpress.com/>

$$e) 21 + 13 \cdot (6 - 2 \cdot 2) \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 21 + 13 \cdot 2 \\ 21 + 26 \\ 47 \end{array}$$

$$g) (9 + 6 \cdot 3 - 17) \cdot 5 \cdot 5 \checkmark$$

$$\begin{array}{r} (9 + 18 - 17) \cdot 5 \cdot 5 \\ (27 - 17) \cdot 5 \cdot 5 \\ 10 \cdot 5 \cdot 5 \\ 2 \cdot 5 \\ 10 \end{array}$$

- Clasificación de los números:

- N° naturales: 1, 2, 3, 4.
- Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.
- Números enteros: -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3
- Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

- Números decimales: 3'2

0'5

0'333...

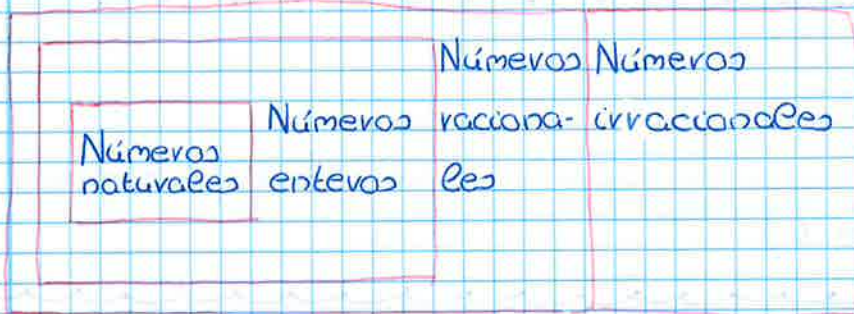
0'42525...

decimales exactos

decimales periódicos

Fracciones

- Números irracionales: π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ...



20/9/21

Ejercicios

21. Identifica los distintos tipos de números.

a) Rodea los n° naturales.

0 -19 1.2 3 4/5 π 4/2 -3'56 7 -3/4 -4'56

b) Rodea los n° enteros.

0 -19 1.2 3 4/5 π 4/2 -3'56 7 -3/4 -4'56

c) Rodea los n° decimales.

0 -19 1.2 3 4/5 π 4/2 -3'56 7 -3/4 -4'56

d) Rodea las fracciones.

0 -19 1.2 3 4/5 π 4/2 -3'56 7 -3/4 -4'56

5- Da tres ejemplos de: B

a) Números naturales: 6, 28, 94

b) Número entero no natural: -4, -69, -48

c) Número decimal negativo: -56'7, -52'4, -66'7

d) Fracción negativa: $-\frac{5}{2}$, $-\frac{4}{3}$, $-\frac{6}{7}$

¿Son los números en c. y d. números enteros? No.

6- ¿Verdadero o falso? B

a. 27 es un número natural. V

b. -173 es un número natural. F

c. 4'34 es un número decimal. V

d. -7'86 es un número decimal. V

e. $\frac{1}{2}$ es un número entero. F

Ordenación y representación de n° naturales



$4 < 5$ porque 5 está más a la derecha en la recta numérica.

$5 > 4$ (5 mayor que 4)

Ejercicio

6 y 28 son n° perfectos, ¿qué es un n° perfecto?

Es un número entero positivo que es igual a la suma de sus divisores propios positivos.

Múltiplos

Los múltiplos de un n° son los n° que se obtienen multiplicando dicho n° por los n° naturales.

$$6 \cdot = \left[6 \cdot 1, 6 \cdot 2, 6 \cdot 3, 6 \cdot 4, \dots \right] = \left[6, 12, 18, 24, \dots \right]$$

Divisores

Los divisores de un número son los números naturales que dividen de forma exacta a dicho número.

$$\text{Div.}(6) = \left[1, 2, 3, 6 \right]$$

20. Escribe los diez primeros múltiplos de cada una de estos números. ✓

a) 5:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

b) 9:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

c) 11:

11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110

d) 13:

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130

21. Escribe 3 múltiplos comprendidos entre 30 y 200 de cada una de las siguientes números.

a) 7: 35, 42, 49 ✓

b) 22: 44, 66, 88 ✓

c) 45: 90, 135, 45 ✓

22. Encuentra el primer múltiplo de 21 que tenga 3 cifras.

105 ✓

21/9/21

23.

Es múltiplo de 7. Tiene tres cifras distintas. Sus cifras están ordenadas de menor a mayor.

147 ✓

24

a) 87 y 7: No es múltiplo. ✓

b) 126 y 9: Si es múltiplo. ✓

c) 1234 y 12: No es múltiplo. ✓

25-

- a) 3 y 28: No es divisor de 28. ✓
- b) 8 y 424: Si es divisor de 424. ✓
- c) 16 y 400: Si es divisor de 400. ✓

26- B

- a) 325 es múltiplo de 5. Si porque acaba en 5.
- b) 25 es múltiplo de 450. No porque el múltiplo más pequeño es ⁴⁵⁰
- c) 4.500 no es múltiplo de 50. No porque el 4.500 está en ⁴⁵⁰ (2)
- d) 48 es divisor de 6. No porque 6 no divide a 48.

b) 450 es múltiplo de 25.

c) 4.500 no es múltiplo de 50.

d) 6 es divisor de 48.

27-

a) 20: 1, 2, 4, 5, 10, ~~15~~, 20

b) 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28 ✓

c) 41: 1, 41 ✓

d) 55: 1, 5, 11, 55. ✓

28-

a) ¿Cuántos Ray? 1, 2, 3, 4, 6, 12. 6 ✓

b) Sabiendo que 36 es igual a 3 · 12 ¿cuántos divisores crees que tendrá? Comprueba si es cierto.

Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. 9 ✓

29- B

a - (5)

b - 55

c - 48 -

d - 6

30-

Si la clase tiene 30 alumnas, ¿de cuántas formas distintas se pueden colocar?

30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30: 8 ✓

- ¿Cuántas números primos hay?

Hay infinitos números primos.

31.

a) ¿Es posible que sean en total 24 amigas? No porque el 24 no está en la tabla del 5.

b) ¿Y 40 amigas? No porque el 40 no es múltiplo de 3.

c) Encuentra al menos 3 valores que cumplan estas condiciones.

30, 60, 120

d) En otra excursión van intentado lo mismo, pero siempre sobraba una persona. ¿Que números de amigas van a la excursión? 61.

22/9/21

Criterios de divisibilidad.

2- Un n° es divisible por 2 (o entre 2) cuando termina en cifra par.

3- Un n° es divisible por 3 (o entre 3) cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Ejemplo: $921 = 9 + 2 + 1 = 12$.

5- Un n° es divisible por 5 cuando termina en 0 o en 5.

7- Un n° es divisible por 7 cuando la resta del número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es 0 o un múltiplo de 7. (x)

11- Un n° es divisible entre 11 cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar par y la suma de las cifras que ocupan lugar impar entre 0 o 11° (múltiplo de 11).

Ejemplo: ¿2 872. 382 divisible entre 11? No

$$2 + 7 + 3 + 2 = 14$$

$$8 + 2 + 8 = 18$$

$$18 - 14 = 4$$

¿4 243. 784 divisible entre 11? No

$$4 + 4 + 7 + 4 = 19$$

$$2 + 3 + 8 = 13$$

$$19 - 13 = 6$$

(x) Ejemplo del 4º apartado:

¿129 divisible entre 7? No

$$9 \times 2 = 18$$

$$18 - 12 = 6$$

32-

N°	Divisores			
	2	3	5	11
88	✓			✓
249		✓		
429		✓		
2700	✓	✓	✓	

249 =

$2 + 9 = 11$

$11 - 4 = 7$

$8 - 8 = 0$

2700

$2 + 0 = 2$

$7 - 2 = 5$

$7 + 0 = 7$

- Un número es primo cuando tiene 2 divisores (se mismo y la unidad)
- Un número es compuesto cuando tiene más de 2 divisores.
- * El 1 ni es primo ni es compuesto.

Criba de Eratóstenes

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52										

Todos los números rodeados son números primos.

23/9/21

33- 6396 ✓

34-

834.438

¿834.438 divisible entre 11? Si ✓

$8 + 4 + 3 = 15$ $15 - 15 = 0$

$3 + 4 + 8 = 15$

35-

¿86.328 múltiplo de 11 y de 3? Si es múltiplo de 3 y de 11 ✓

$$\begin{array}{r} 86 \overline{) 86328} \\ \underline{203} \\ 052 \\ \underline{198} \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 133 \\ \underline{2616} \end{array}$$

$8 + 6 + 3 + 2 + 8 = 27$

$8 + 3 + 8 = 19$

$2 + 6 = 8$

$19 - 8 = 11$

86.328 también es múltiplo de 33.

39.

Solo hay 1 número primo par, el 2, porque los múltiplos de 2 tienen más de 3 divisores.

40.

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Máxima común divisor

- ¿Qué es?

Es el mayor de los divisores comunes a dos o más números.

- ¿Cómo se calcula?

- Con la definición.

- Con la descomposición factorial.

$$m.c.d(30, 45) = 3 \cdot 5$$

30	2
15	3
5	5
1	

45	3
15	3
5	5
1	

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

58.

a)

18	2
9	3
3	3
1	

$$18 = 2 \times 3^2 \checkmark$$

b)

56	2
28	2
14	2
7	7
1	

$$56 = 2^3 \times 7 \checkmark$$

c)

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \checkmark$$

c)

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3

$$144 = 2^4 \times 3^2 \checkmark$$

60.

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$$81 = 3^4$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$2000 = 2^4 \cdot 5^3$$

2.000	2
1.000	2
500	2
250	2
125	5
25	5
5	5

$$1.100 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 11$$

11.000	2
5.500	2
2.750	2
1375	5
275	5
55	5
11	11

61.

a) 320 y 180

320	2	180	2
160	2	90	2
80	2	45	3
40	2	15	3
20	2	5	5
10	2	1	
5	5		
1			

$$320 = 2^6 \cdot 5$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.d.} = 2^2 \cdot 5 = 20 \checkmark$$

b) m.c.d (400, 125) = 25

400	2	125	5
200	2	25	5
100	2	5	5
50	2	1	
25	5		
5	5		
1			

$$400 = 2^4 \cdot 5^2$$

$$125 = 5^3$$

$$\text{m.c.d.} = 5^2 = 25$$

c) m.c.d (56, 156) = 4

56	2	156	2
28	2	78	2
14	2	39	3
7	7	13	13
1		1	

$$56 = 2^3 \cdot 7$$

$$156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$$

$$\text{m.c.d.} = 2^2 = 4 \checkmark$$

d) m.c.d (72, 81 y 126) = 9

72	2	81	3	126	2
36	2	27	3	63	3
18	2	9	3	21	3
9	3	3	3	7	7
3	3	1		1	
1					

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$81 = 3^4$$

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$\text{m.c.d.} = 3^2 = 9 \checkmark$$

e) m. c. d (100, 150, 325) = 25

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

325	5
65	5
13	13
1	

$100 = 2^2 \cdot 5^2$
 $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$
 $325 = 5^3 \cdot 13$
 m. c. d = $5^2 = 25$ ✓

g) m. c. d (63, 49, 57) = 1

63	3
21	3
7	7
1	

49	7
7	7
1	

57	3
19	19
1	

$63 = 3^2 \cdot 7$
 $49 = 7^2$
 $57 = 3 \cdot 19$
 m. c. d = 1 ✓

Mínimo común múltiplo

- ¿Qué es?

Es el menor de los múltiplos comunes a varios números.

m. c. m (12, 42):

12	2
6	2
3	3
1	

42	2
21	3
7	7
1	

$12 = 2^2 \cdot 3$
 $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

51.

a) m. c. m (15, 24) = 120

15	3
5	5
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$15 = 3 \cdot 5$
 $24 = 2^3 \cdot 3$
 m. c. m = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ ✓

b) m. c. m (20, 25) = 100

20	2
10	2
5	5
1	

25	5
5	5
1	

$20 = 2^2 \cdot 5$
 $25 = 5^2$
 m. c. m = $2^2 \cdot 5^2 = 100$ ✓

$$c) \text{m.c.m}(2, 3, 18) = 18$$

22	33
1	1

182	2: 2
93	3: 3
33	$18 = 2 \cdot 3^2$
1	$\text{m.c.m} = 2 \cdot 3^2 = 18 \checkmark$

$$d) \text{m.c.m}(14, 21, 35) = 210$$

142	213
77	77
1	1

355	$14 = 2 \cdot 7$
77	$21 = 3 \cdot 7$
1	$35 = 5 \cdot 7$
	$\text{m.c.m} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210 \checkmark$

$$e) \text{m.c.m}(3, 4, 5) = 60$$

33	42	55
1	22	1
	1	

3: 3
4: 2^2
5: 5
$\text{m.c.m} = 3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 60 \checkmark$

$$g) \text{m.c.m}(15, 20, 25) = 300$$

153	202	255
55	102	55
1	55	1
	1	

$15 = 3 \cdot 5$
$20 = 2^2 \cdot 5$
$25 = 5^2$
$\text{m.c.m} = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2 = 300 \checkmark$

52-

$$\text{m.c.m}(2, 3, 5, 30) = 30$$

22	33	55	302
1	1	1	153
			55
			1

$$\text{m.c.d.} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Observo que el 30 es el número mínimo común de los 4.

2: 2
3: 3
5: 5
$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \checkmark$

53-

$$\text{m.c.m.}(4, 6, 15) = 60$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$4: 2^2$

$6: 2 \cdot 3$

$15: 3 \cdot 5$

$$\text{m.c.m.} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Voluevan a coincidir cada 1 minuto. ✓

54-

$$\text{m.c.m.}(2, 3, 4) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$2: 2$

$3: 3$

$4: 2^2$

a) ¿Cuántas alumnas hay en la clase como mínimo? 12 alumnas.

b) ¿Es posible que haya entre 20 y 30 alumnas?

Sí, en la clase puede haber 24 alumnas. ✓

55-

$$\text{m.c.d.}(180, 240) = 60$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

$$\text{m.c.d.} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \checkmark$$

Los cuadrados de lado miden 60 cm.

56-

a) $\text{m.c.m.}(10, 12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

$10: 2 \cdot 5$

$12: 2^2 \cdot 3$

El mosaico tiene 60 cm de dimensiones como mínimo

b) - Base: 5

- Altura: 6

c) En total 30 piezas.

Dos números son primos entre sí cuando su m.c.d es 1.

57-

$$\text{m.c.d.}(8, 9) = 1$$

$$8 = 2^3$$

$$9 = 3^2$$

Los números 8 y 9 son primos entre sí.

$$\text{m.c.m.}(8, 9) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

$$8 = 2^3$$

$$9 = 3^2$$

$$\text{m.c.d. y m.c.m.}(6, 8)$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3 = 24$$

$$8 = 2^4$$

$$\text{m.c.d.} = 2$$

Los números 6 y 8 no son primos entre sí.

a) ¿Cuándo coincide el m.c.m. de dos o más números con el producto?

Cuando los números son primos entre sí.

b) ¿Ocurre así siempre? Prueba con más números.

$$\text{m.c.d.}(6, 5) = 1$$

64-

a) $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$ y $2^2 \cdot 3^3$

$$\text{m.c.d.}(2^4 \cdot 3^4 \cdot 5 \text{ y } 2^2 \cdot 3^3) = 2^2 \cdot 3^3 \checkmark$$

$$\text{m.c.m.}(2^4 \cdot 3^4 \cdot 5 \text{ y } 2^2 \cdot 3^3) = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5 \checkmark$$

b) $2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^4$ y $2^{21} \cdot 5^3$

$$\text{m.c.d.}(2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^4 \text{ y } 2^{21} \cdot 5^3) = 2^7 \cdot 5^3 \checkmark$$

$$\text{m.c.m.}(2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^4 \text{ y } 2^{21} \cdot 5^3) = 2^{21} \cdot 5^4 \cdot 3^6 \checkmark$$

65-

a) $2 \cdot 5^2$

No es múltiplo de $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ porque es más pequeño

$2 \cdot 5^2$ sí es divisor de $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

b) $2^5 \cdot 3 \cdot 5^4 \cdot 7$

Es múltiplo de $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

c) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$

No puede ser ni múltiplo ni divisor de $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

67.

m.c.m (70, 80): 560

70 | 2

35 | 5

7 | 7

1

80 | 2

40 | 2

20 | 2

10 | 2

5 | 5

1

$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$

$80 = 2^4 \cdot 5$

m.c.m = $2^4 \cdot 5 \cdot 7 = 560$ ✓

a) Si salen a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?

Tardarán en coincidir 560 segundos. ✓

b) ¿Cuándo coincidirán por segunda vez?

Coincidirán por segunda vez 1.120 segundos. ✓

117 -

4/10/21

c) De cuántas formas distintas pueden desfilen?

Divisores de 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

De 8 formas diferentes pueden desfilen.

118 -

58: 1, 2, 29, 58.

84: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

c) Alguna de estas tres afirmaciones es falsa?

B- Falso

58 tiene 2 divisores primos y 84 tiene 3 divisores primos.

a- Falso

No, porque 5 solo tiene 2 divisores y 4 tiene 3.

120-

a) Si Mercurio y Venus están alineados con el Sol ¿cuánto tardará en volver a producirse esta alineación?

m.c.m (88, 225) = 19.800 ✓

88	2	225	3
44	2	75	3
22	2	25	5
11	11	5	5
1	1	1	1

88 = 2³ · 11

225 = 3² · 5²

m.c.m = 2³ · 3² · 5² · 11 =

3² · 5² = 9 · 25 = 225

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 88 \\ \hline 1800 \\ 18000 \\ \hline 19800 \end{array}$$

b) Si Venus y la Tierra están alineados, ¿dentro de cuántos días volverán a estarlo?

m.c.m (88, 365) = 32 · 120 × 16.425

88 = 2³ · 11 ×

365 = 5

365 = 73 · 5

225 = 3² · 5²

73 73

m.c.m = 2³ · 11 · 73 · 5 = x

1

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times 88 \\ \hline 2920 \\ 29200 \\ \hline 32120 \end{array}$$

3² · 5² · 73 = 16.425

c) Si los tres planetas están alineados en un momento dado ¿cuánto tiempo pasará hasta que los tres (*)

m.c.m (88, 225, 365) = 1.445.400 ✓

88 = 2³ · 11

m.c.m = 2³ · 3² · 11 · 5² · 73 = 1.445.400

225 = 3² · 5²

73 · 11 = 803

365 = 73 · 5

89 = 73

$$\begin{array}{r} 803 \cdot 73 \cdot 25 \\ \hline 57816 \cdot 25 \\ \hline 1.445.400 \end{array}$$

(*) planetas vuelven a coincidir?

$$\begin{array}{r} 803 \\ \times 73 \\ \hline 1606 \\ 5621 \\ \hline 57816 \\ \times 25 \\ \hline 289080 \\ 1445632 \\ \hline 1445400 \end{array}$$

121.

a) ¿Qué tamaño puede tener como mínimo cada grupo?

m.c.d. (64, 80) = 16

64	2	80	2
32	2	40	2
16	2	20	2
8	2	10	2
4	2	5	5
2	2	1	
1			

80: 2^4 · 5

64: 2^6

m.c.d: 2^4 · 5 = 320x

64 · 5 = 320x

2^4 = 16

16 es el tamaño mínimo de cada grupo

b) ¿Cuántos grupos de este tamaño se pueden hacer?

(64 + 80) : 16 = 9 grupos puede hacer.

5/10/21

122.

a) m.c.m. (60, 75, 85) = 5.100

60	2	75	3	85	5
30	2	25	5	17	17
15	3	5	5	1	
5	5	1			
1					

60: 2^2 · 3 · 5

75: 3 · 5^2

85: 5 · 17

m.c.m = 2^2 · 5^2 · 3 · 17:

25 · 4 · 100

17 · 3 = 51

51 · 100 = 5100

Dentro de 5.100 se volverán a coincidir.

b)

$$\begin{array}{r} 5100 \\ 300 \\ 00, \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5100 \\ 600 \\ 00, \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \\ 68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5100 \\ 000,60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 85 \end{array}$$

Carmen llevara 85 vueltas

Javier llevara

68 vueltas.

Rosa llevara

60 vueltas.

123.

a)

m.c.d. (180, 160) = 20

El lado de cada parcela medira

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

160	2	20m
80	2	
40	2	
20	2	
10	2	
5	5	
1		

180: 2^2 · 3^2 · 5

160: 2^5 · 5

m.c.d: 2^2 · 5 = 20

3)

$$180 : 20 = 9$$

$$160 : 20 = 8$$

9 · 8 = 72 parcelas en total.

Operaciones

$$1. \frac{2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 - 2 \cdot 4}{10 + 14 - 2 \cdot 4} \\ \frac{10 + 14 - 8}{24 - 8} \\ \frac{16}{16} \checkmark$$

$$2. 10 \cdot \frac{(9 + 8 + 6)}{10 \cdot 17} \\ \frac{170}{170} \checkmark$$

$$3. \frac{(4 + 8 - 3 + 5) \cdot 4 + 2}{(12 - 3 + 5) \cdot 4 + 2} \\ \frac{9 + 5 \cdot 4 + 2}{14 \cdot 4 + 2} \\ \frac{56 + 2}{58} \checkmark$$

$$4. 8 + \frac{(10 - 15 \cdot 3)}{8 + 5 + 3 \cdot 4 - 6} + 9 \cdot 4 \cdot 6 \checkmark \\ \frac{8 + 5 + 12 - 6}{13 + 12 - 6} \\ \frac{25 - 6}{19} \checkmark$$

$$5. \frac{(6 + 8) : 2 + 18 : (5 + 4) \checkmark}{14 : 2 + 18 : (5 + 4)} \\ \frac{7 + 18 : 9}{7 + 2} \\ \frac{9}{9} \checkmark$$

$$6. 6 \cdot 3 - \frac{(2 + 5 \cdot 2)}{6 \cdot 3 - 12} + \frac{(5 \cdot 3 \cdot 8) \cdot 1}{7 \cdot 1} \\ \frac{18 - 12 + 7 - 1}{6 + 7 - 1} \\ \frac{13 - 1}{12} \checkmark$$

$$7. 8 \cdot 3 \cdot 4 : \frac{(10 \cdot 2 \cdot 4)}{8 \cdot 3 \cdot 4 : 1 \cdot 20} + 20 \\ \frac{24 \cdot 4 : 1 \cdot 20}{6 : 1 + 20} \\ \frac{6 + 20}{26} \checkmark$$

$$8. 4 \cdot 2 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot \frac{(17 - 5 \cdot 3)}{4 \cdot 2 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot 36 - 2 \cdot 3} \cdot 2 \cdot 3 \\ \frac{8 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot 36 - 2 \cdot 3}{40 : 10 + 2 \cdot 36 - 2 \cdot 3} \\ \frac{4 + 2 \cdot 36 - 2 \cdot 3}{6 \cdot 36 - 2 \cdot 3} \\ \frac{216 - 2 \cdot 3}{214 \cdot 3} \times NO \\ 642$$

$$9. 4 \cdot \frac{(9 - 3)}{4 \cdot 6 + 5 \cdot 5} + 5 \cdot \frac{(12 - 7) \checkmark}{24 + 5 \cdot 5} \\ \frac{24 + 25}{49}$$

$$8. 4 \cdot 2 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot \frac{(17 - 5 \cdot 3)}{4 \cdot 2 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 2 \cdot 3 \\ \frac{8 \cdot 5 : 10 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{40 : 10 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} \\ \frac{4 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{4 + 4 - 2 \cdot 3} \\ \frac{4 + 4 - 6}{8 - 6} \\ \frac{2}{2} \checkmark$$

$$10. 17 \cdot 3 \cdot \frac{(8 - 4)}{17 \cdot 3 \cdot 4 + 54 : 2} + 54 : 2 \checkmark \\ \frac{17 \cdot 12 + 54 : 2}{17 \cdot 12 + 27} \\ \frac{05 + 27}{32}$$

$$12. 5 \cdot \frac{(3 + 9 : 3)}{5 \cdot 6 + 2 \cdot 9} + 2 \cdot \frac{(11 - 8 : 4) \checkmark}{30 + 2 \cdot 9} \\ \frac{30 + 18}{48}$$

$$11. \frac{(4 + 2) \cdot 8 - (14 \cdot 7) \cdot 7 \checkmark}{6 \cdot 8 - 7 \cdot 7} \\ \frac{48 - 7 \cdot 7}{48 - 7} \\ \frac{48 - 7}{41}$$

$$13. 12 \cdot 3 + 18 : \frac{(18 \cdot 6 + 3) - 4}{12 \cdot 3 + 18 : 6 - 4} \\ \frac{15 + 18 : 6 - 4}{15 + 3 - 4} \\ \frac{12 - 4}{8} \times$$

$$14. 9 \cdot \frac{(48 - 41) \cdot 1 \cdot (23 - 19) \cdot 4 : 2}{9 \cdot 07 \cdot 1 \cdot 04 \cdot 4 : 2} \\ \frac{63 - 1 \cdot 4 \cdot 4 : 2}{63 - 4 \cdot 4 \cdot 2} \\ \frac{63 - 4 \cdot 2}{59 - 2} \\ \frac{57}{57}$$

$$12. 3 + 18 : \frac{(18 \cdot 6 + 3) - 4}{12 \cdot 3 + 18 : 6 - 4} \\ \frac{36 + 18 : 6 - 4}{36 + 3 - 4} \\ \frac{39 - 4}{35}$$

$$15. \frac{(3 \cdot 4 + 4 \cdot 5)}{32} - \frac{(12 \cdot 3 + 20 \cdot 4)}{(36 + 80)} + 2 \cdot 5 - 6$$

$$32 - 116 + 2 \cdot 5 - 6$$

$$32 - 116 + 10 - 6 \quad \times \text{NO}$$

$$15. \frac{(3 \cdot 4 + 4 \cdot 5)}{32} - (12 \cdot 3 + 20 \cdot 4) + 2 \cdot 5 - 6$$

$$\frac{9 + 2 \cdot 5 - 6}{32 - 9 + 10 - 6}$$

$$\frac{23 + 10 - 6}{33 - 6}$$

$$\frac{27}{27}$$

3. Teresa gana 1.670 € al mes. Paga una cuota de 384 € y, además, tiene unos gastos 950 €. ¿Cuánto ahorra cada mes?

$$950 + 384 = 1334 \quad 1670 - 1334 = 0336$$

336 € ahorra cada mes.

4. Para comprar un sofá de 1.458 € y un sillón de 324 €, la familia Antunez entrega 750 € en efectivo y deja el resto aplazado. ¿A cuánto asciende la deuda contraída?

$$1.428 + 324 = 1752$$

$$1752 - 750 = 1002$$

Deben todavía 1.002 €

5. Un camión de reparto transporta 15 cajas de refrescos de naranja y 12 cajas de limón. ¿Cuántas botellas lleva en total si cada caja contiene 24 unidades?

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 15 \\ \hline 120 \\ 24 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ 24 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$360 + 288 = 648$$

Lleva en total 648 botellas. ✓

6. En la familia Smith, el padre, Jonathan, cobra 1.940 dólares al mes. Si gana 720 dólares más que Jon, el hijo mayor, 880 más que Catby, la hija que sigue más joven, y 280 menos que Catherine, su mujer, ¿cuáles son los ingresos mensuales de la familia?

1.940 dólares Jonathan

$$\begin{array}{r} 1940 \\ - 720 \\ \hline 1.220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1940 \\ + 1.220 \\ \hline 1.060 \\ + 2.220 \\ \hline 3.440 \end{array}$$

720 dólares más que Jon

880 dólares más que Catby

$$\begin{array}{r} 1940 \\ - 880 \\ \hline 1.060 \end{array}$$

280 dólares menos Catherine

$$\begin{array}{r} 1940 \\ + 280 \\ \hline 2.220 \end{array}$$

3.440 dólares ingresa la familia en total.

7. Un autobús con 54 turistas a bordo sigue una nueva ruta desde el aeropuerto. Como no hay tiempo, pues el autocar no espera, el responsable del grupo decide acomodar a los viajeros en taxis de cuatro plazas.
 ¿Cuántos taxis necesitan?

$$\begin{array}{r} 54 \\ 14 \overline{) 14} \\ 2 \end{array}$$

Necesitan 14 taxis porque se repartir las personas en los taxis sobra gente. ✓

8. Victoria tiene fichas de colores que puede apilar en montones de 8 y, también, en montones de 10 sin que sobre ninguna. Explica cuántas fichas puede tener Victoria y justifica tu respuesta.

$$\text{m.c.m.}(8, 10) = 40$$

$$8 = 2^3$$

$$\text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 5 = 40$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

40 fichas puede tener.

9. Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuándo volverán a coincidir?

$$\text{m.c.m.}(6, 8)$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$8 = 2^3$$

Volverán a coincidir dentro de 24 días. ✓

10. ¿De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno?

Divisores de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

Se pueden envasar de 12 formas

11. Se han construido dos columnas de igual altura:

La primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista.

¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?

$$\text{m.c.m}(30, 40) : 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

$$120 \cdot 2 = 240$$

$$30 \mid 2$$

$$40 \mid 2$$

$$15 \mid 3$$

$$20 \mid 2$$

$$30 : 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$40 : 2^3 \cdot 5$$

$$5 \mid 5$$

$$10 \mid 2$$

$$1$$

$$5 \mid 5$$

$$1$$

llegará a la 240 cm : 2'4 m.

12. Supón que tienes una hoja de papel de 30 cm x 21 cm, y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadros fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros?

$$\text{m.c.d}(21 \text{ y } 30) : 3$$

$$30 : 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Deben medir 3 cm de lado.

$$21 : 3 \cdot 7$$

13. Rosa sacó de la buca un montón de monedas, todas iguales, y ha comprado un lápiz de 70 céntimos. Después, ha vuelto a la tienda y ha comprado un bolígrafo de 80 céntimos. ¿Cuál