

# UNIDAD 0: CONCEPTOS BÁSICOS DE NÚMEROS

## 1. NÚMEROS REALES

### 1.1. NÚMEROS NATURALES

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Dependiendo del contexto en el que nos encontremos, se puede considerar que el 0 es un número natural o que no lo es.

*Operaciones internas* (el resultado es un número natural)

- Suma y producto

*Operaciones externas* (el resultado puede no ser un número natural)

- Resta y división

Para resolver el problema de que la resta y la división de números naturales no da siempre como resultado un número natural, lo que se hace es ampliar el conjunto de los números naturales.

### 1.2. NÚMEROS ENTEROS

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Operaciones:

Suma:

- a) Si los dos números tienen el mismo signo se suman y se pone el signo común.

$$(+2) + (+3) = +5$$

$$(-2) + (-3) = -5$$

- b) Si tienen distinto signo, se restan y se pone el signo del mayor en valor absoluto.

$$-2 + (+2) = 0$$

$$2 + (-3) = -1$$

Resta:

Se suma el primero con el opuesto<sup>1</sup> del segundo número.

$$(-2) - (+2) = -2 + (-2) = -4$$

$$-2 - (-3) = -2 + (+3) = 1$$

Multipliación:

Primero se multiplican los signos (aplicando la regla de los signos) y después los números (como siempre).

Regla de los signos:

---

<sup>1</sup> Recuerda que el opuesto de un número se obtiene cambiándole el signo.

$$\begin{aligned}
+ \cdot + &= + \\
+ \cdot - &= - \\
- \cdot + &= - \\
- \cdot - &= +
\end{aligned}$$

División:

Primero se dividen los signos (aplicando la regla de los signos) y después se dividen los números (como siempre).

Regla de los signos:

$$\begin{aligned}
+ : + &= + \\
+ : - &= - \\
- : + &= - \\
- : - &= +
\end{aligned}$$

La suma, la resta y la multiplicación de números enteros son operaciones internas. Sin embargo la división no lo es ( $3 : 2 = 1,5$  que no es un número entero. Esto se escribe  $1,5 \notin \mathbb{Z}$ ). Por esto, entre otras cosas necesitamos ampliar el conjunto de los números enteros.

### **1.3. NÚMEROS RACIONALES**

Fracción: división de números enteros en la que el divisor no es cero

$$\begin{aligned}
a &\leftarrow \text{numerador} \\
b &\leftarrow \text{denominador}
\end{aligned}$$

Expresión decimal de una fracción: para hallarla basta con efectuar la división correspondiente.

Fracciones equivalentes: Dos fracciones son equivalentes cuando sus productos cruzados son iguales o cuando tienen el mismo valor decimal.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Fracción irreducible: Aquella que no se puede simplificar más, es decir, no podemos dividir numerador y denominador por un número distinto de 1.

Números racionales:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \text{ y } m.c.d.(a, b) = 1 \right\}$$

Un número racional es una fracción y todas sus equivalentes. Generalmente, se representa mediante su fracción irreducible.

Operaciones con números racionales:

Suma y resta:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(m:b) \cdot a}{m} \pm \frac{(m:d) \cdot c}{m} = \frac{(m:b) \cdot a \pm (m:d) \cdot c}{m}$$

donde  $m = m.c.m.(b, d)$ .

Multiplicación: (en línea; numerador por numerador y denominador por denominador)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

División: (en cruz)

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Números decimales exactos y periódicos:

- Decimal Exacto: Tiene un número limitado de cifras decimales.
- Periódico: Se llama período a la cifra o grupo de cifras que se repiten a partir de un determinado lugar y de forma indefinida.
  - o Puro: El período empieza justo después de la coma.
  - o Mixto: Entre la coma y el período hay una o varias cifras que reciben el nombre de anteperíodo.

Fracción generatriz de un número decimal: es la fracción que representa a dicho número.

a) De un número decimal exacto

*Numerador:* Número sin coma

*Denominador:* Un uno (1) seguido de tantos ceros (0) como cifras decimales tenga el número.

b) De un número periódico puro

*Numerador:* (Número sin coma) – (Parte entera)

*Denominador:* Tantos nueves (9) como cifras tenga el período.

c) De un número periódico mixto

*Numerador:* (Número si coma) – (Número que resulta de quitar la coma y el período)

*Denominador:* Tantos (9) como cifras tenga el período seguidos de tantos ceros (0) como cifras tenga el anteperíodo.

Propiedad:

$$\mathbb{Q} = \{\text{números racionales}\} = \{\text{números decimales exactos o periódicos}\}$$

Esto quiere decir que «todo número racional se expresa como un número decimal exacto o periódico, y que todo número decimal exacto o periódico se puede expresar como un número racional (esto es, en forma de fracción)».

Ahora tenemos que la suma, la resta, la multiplicación y la división de números racionales es un número racional, con lo que podría parecer que ya no hay que ampliar dicho conjunto. Sin embargo, cuando calculamos la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos de longitud 1, se obtiene un número,  $\sqrt{2}$ , que no se puede expresar como una fracción.

#### **1.4. NÚMEROS IRRACIONALES**

Son los números decimales que no son ni exactos ni periódicos.

$$\mathbb{I} = \{\text{números irracionales}\} = \{\text{números decimales no exactos ni periódicos}\}$$

Ejemplos:  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, e, \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \dots$

## 1.5. NÚMEROS REALES

$$\mathbb{R} = \{\text{números reales}\} = \{\text{números racionales o irracionales}\} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Recuerda que hay números que no son reales:  $\sqrt{-1}, \sqrt{-2}, \sqrt[4]{-3}, \dots$

## 2. POTENCIAS

- De exponente natural:  $x^n = x \cdot x \cdot \dots \cdot x$  con  $n \in \mathbb{N}$
- De exponente cero:  $x^0 = 1$  siempre que  $x \neq 0$
- De exponente negativo:  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$  siempre que  $x \neq 0$
- De exponente fraccionario:  $x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$

Propiedades de las potencias:

- (1)  $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
- (2)  $x^n : x^m = x^{n-m}$
- (3)  $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
- (4)  $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$
- (5)  $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$  que se puede escribir en la forma  $(x : y)^n = x^n : y^n$

## 3. JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

- (1) Paréntesis (de dentro hacia fuera): ( ), [ ], { }, ...
- (2) Potencias y raíces
- (3) Multiplicaciones y divisiones
- (4) Sumas y restas

Cuando haya varias operaciones consecutivas del mismo nivel y no estén separadas por paréntesis, se realizarán siempre de izquierda a derecha.