

# GEOMETRÍA CON GEOGEBRA

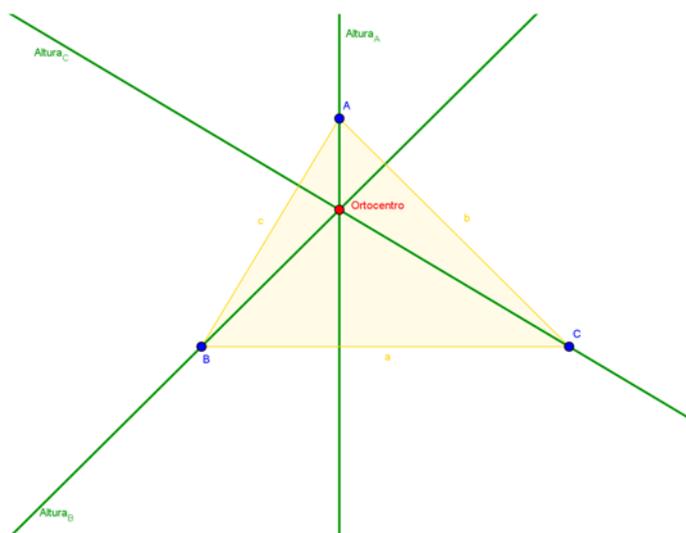
## 1. RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

### **Alturas: ortocentro**

Una **altura** de un triángulo es una recta (o segmento) perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto.

Un triángulo tiene 3 alturas; una por cada lado.

Las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto que se llama **ortocentro**.

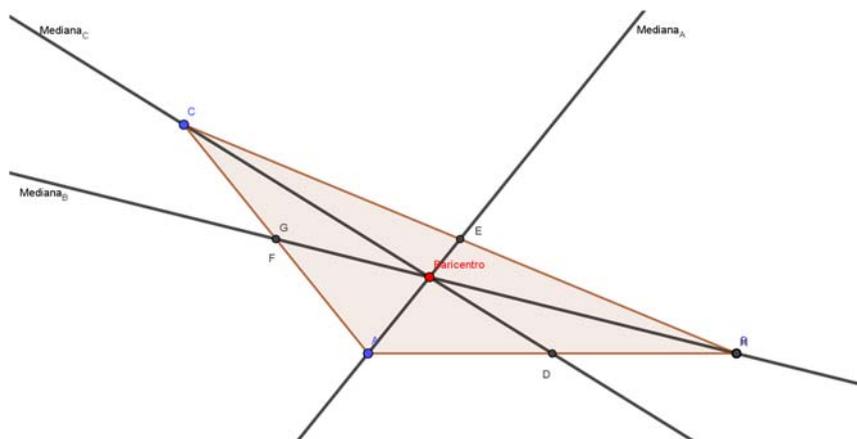


### **Medianas: baricentro**

Una **mediana** de un triángulo es una recta (o segmento) que une cada vértice con el punto medio del lado opuesto.

Un triángulo tiene 3 medianas; una por cada lado.

Las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto que se llama **baricentro** (o **centroide**).

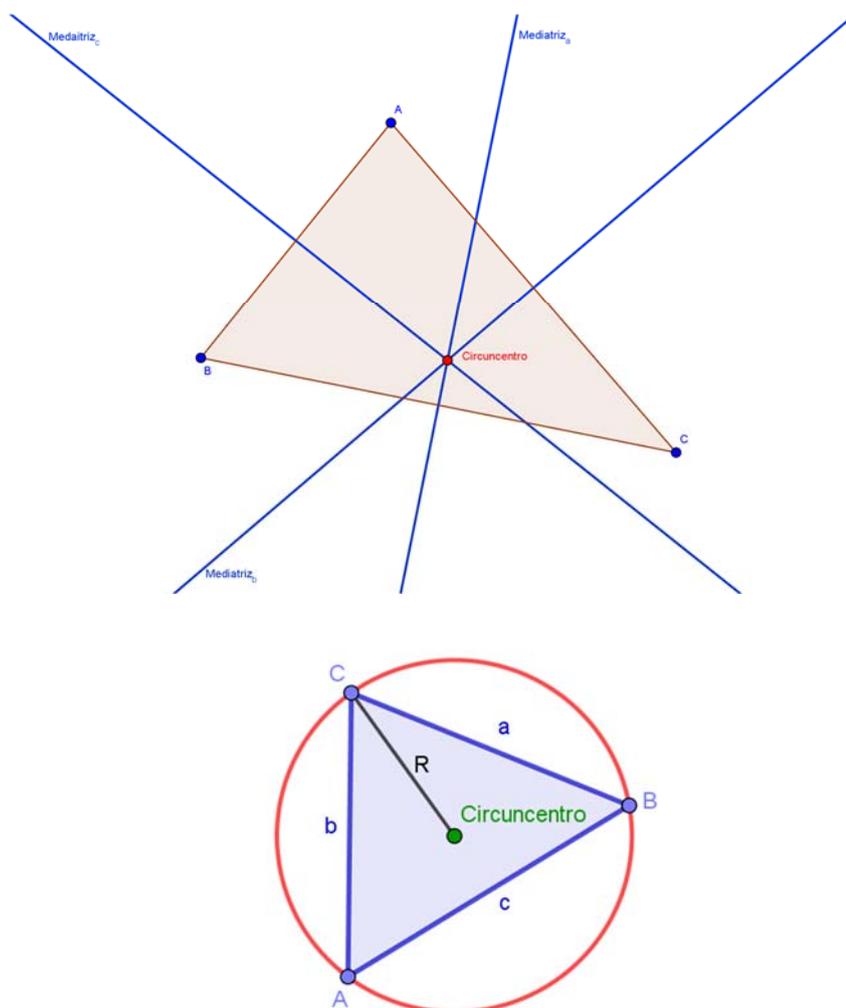


## **Mediatrices: circuncentro**

Una **mediatriz** de un triángulo es una recta (o segmento) perpendicular al lado que pasa por el punto medio de dicho lado.

Un triángulo tiene 3 mediatrices; una por cada lado.

Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto que se llama **circuncentro**. Dicho punto es el centro de la circunferencia circunscrita<sup>1</sup> al triángulo. El radio de dicha circunferencia se denomina **circunradio**.



## **Bisectrices: incentro**

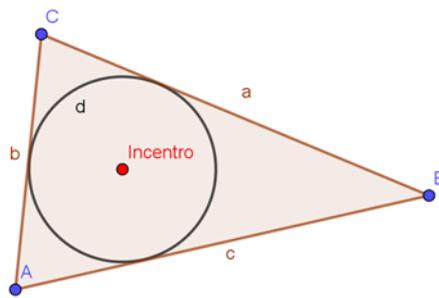
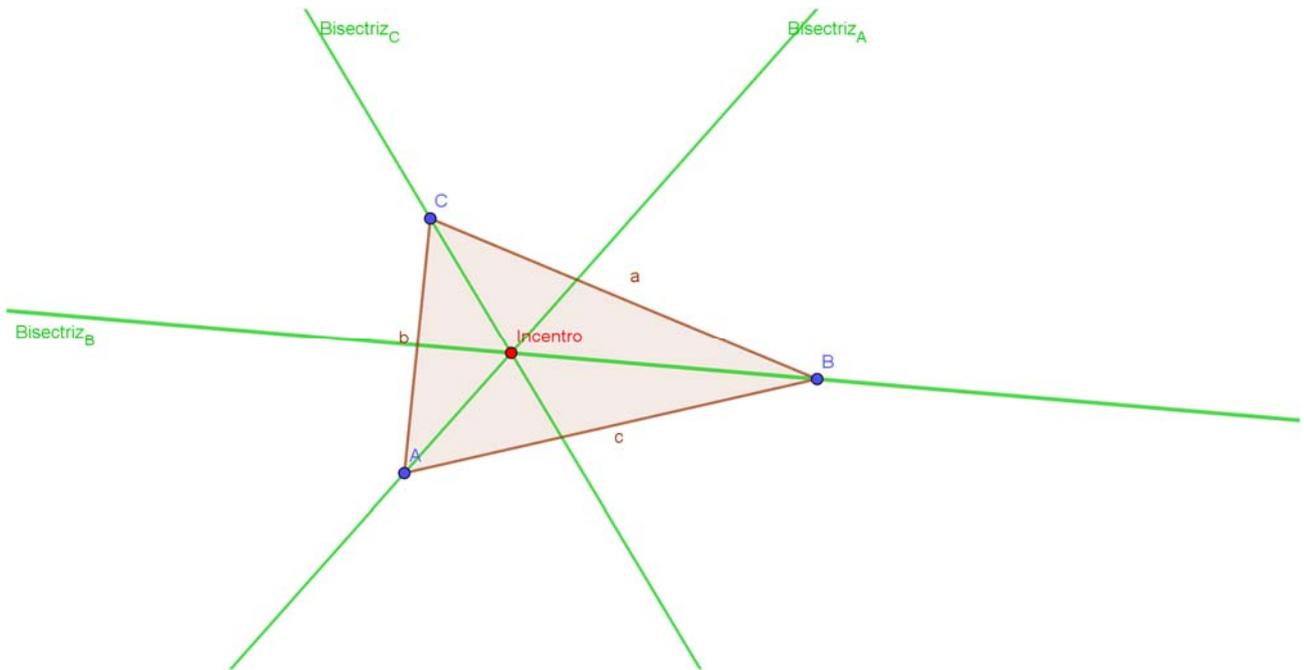
Una **bisectriz** de un triángulo es una recta/semirrecta (o segmento) que divide cada ángulo en dos ángulos iguales.

Un triángulo tiene 3 bisectrices; una por cada ángulo.

Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto que se llama **incentro**. Dicho punto es el centro de la circunferencia inscrita<sup>2</sup> al triángulo. El radio de dicha circunferencia se denomina **inradio**.

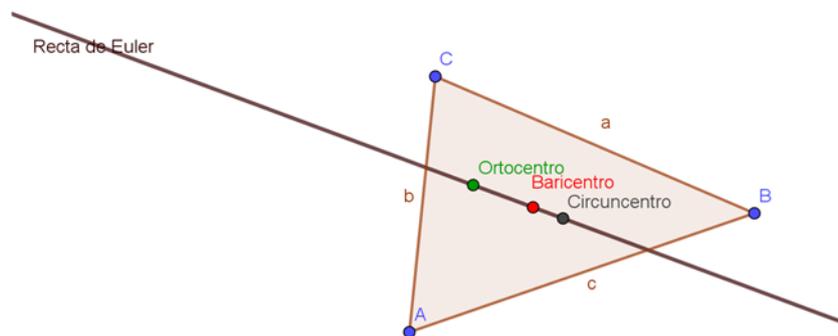
<sup>1</sup> Circunferencia circunscrita: circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo.

<sup>2</sup> Circunferencia inscrita: circunferencia interior al triángulo y tangente a los tres lados.



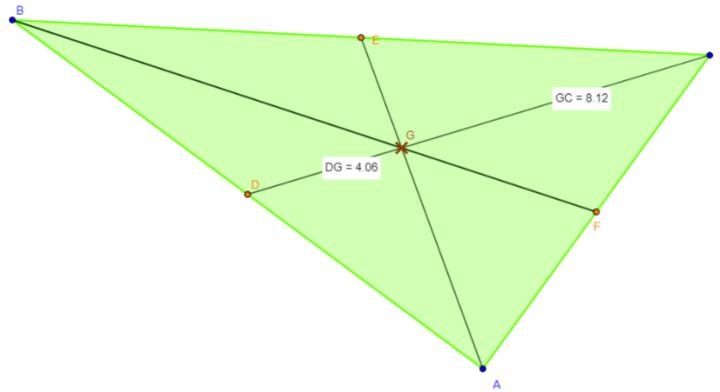
### ***Recta de Euler (1765)***

La **recta de Euler** de un triángulo es la recta que pasa por el baricentro, el ortocentro y el circuncentro.



### ***Una propiedad importante***

La distancia desde el baricentro a cada vértice es el doble de la distancia al punto medio del lado opuesto.



### Cuestiones<sup>3</sup>:

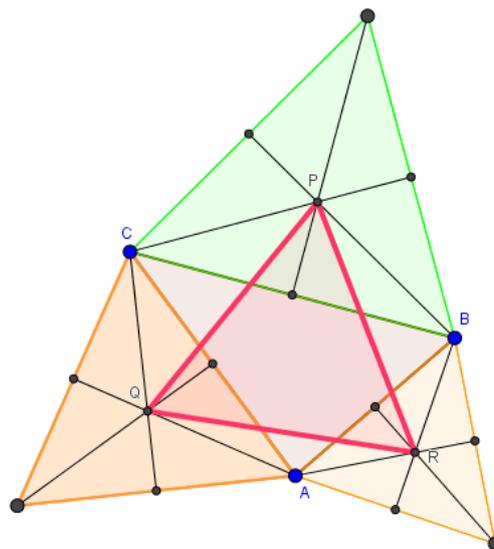
Responde a las siguientes preguntas, construyendo con GeoGebra, lo que se plantea:

1. ¿Dónde están situados, respecto del triángulo, el ortocentro, el baricentro y el circuncentro, cuando el triángulo es acutángulo, rectángulo u obtusángulo?
2. ¿Hay algún tipo de triángulo en el que la recta de Euler también pase por el incentro?
3. ¿En qué tipo de triángulos coincidirán el circuncentro, el incentro, el ortocentro y el baricentro?

## 2. VISUALIZANDO RESULTADOS GEOMÉTRICOS

### Teorema de Napoleón

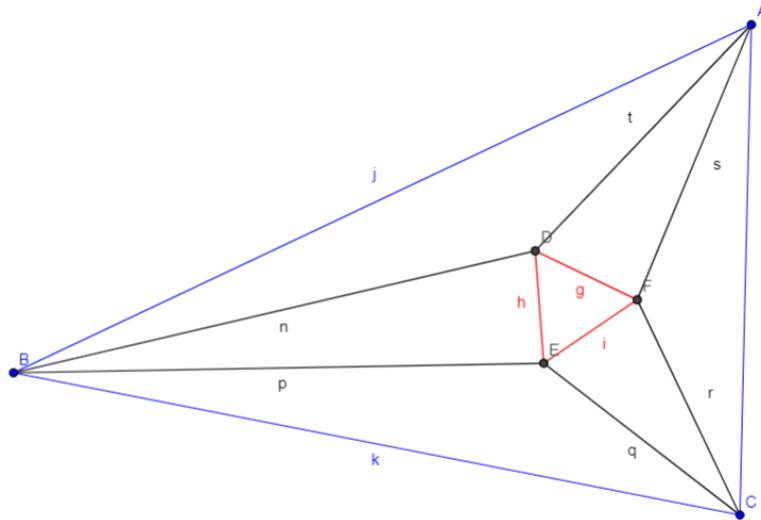
Si sobre los lados de un triángulo cualquiera se construyen triángulos equiláteros exteriores, entonces los centros (baricentros) de estos triángulos son también vértices de un triángulo equilátero.



<sup>3</sup> Fuente de las cuestiones: <https://matematicascercanas.com/2018/03/03/puntos-y-rectas-notables/>

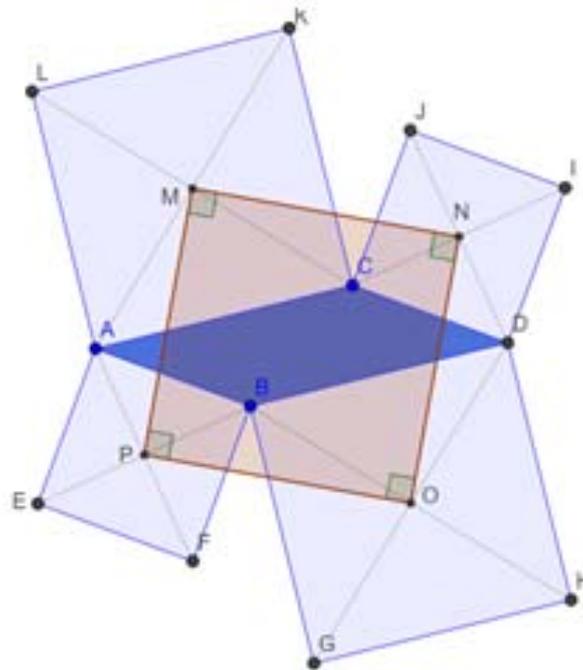
### ***Teorema de Morley***

En un triángulo cualquiera, los tres puntos de intersección entre las trisectrices de ángulos adyacentes forman un triángulo equilátero, denominado triángulo de Morley.



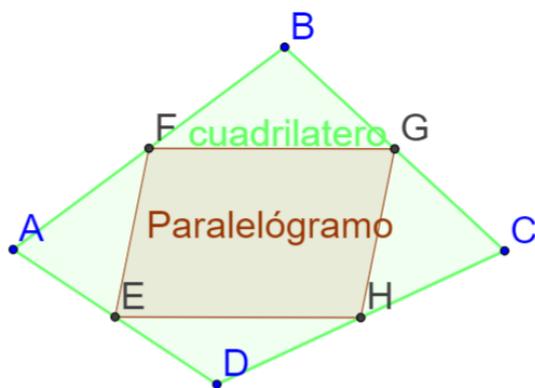
### ***Teorema de Thébault***

Si sobre los lados de un paralelogramo se construyen cuadrados externos al paralelogramo, los puntos medios de estos cuadrados determinan otro cuadrado.



### ***Teorema de Varignon***

Dado un cuadrilátero cualquiera, representamos los puntos medios de cada uno de sus lados. Entonces, el cuadrilátero cuyos lados unen los puntos medios de cada dos lados consecutivos del cuadrilátero original es un paralelogramo.



### 3. ÁREAS Y PERÍMETROS

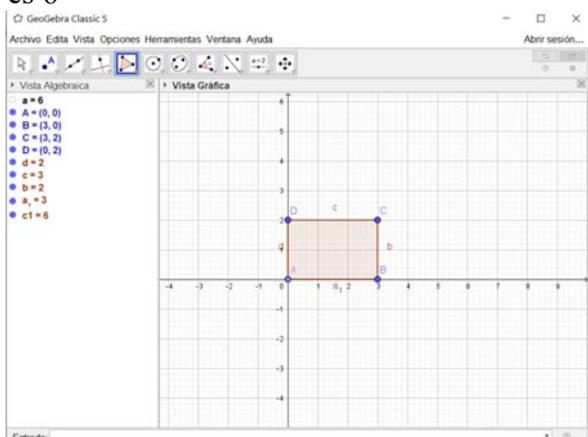
#### Área de un polígono con GeoGebra

Ahora, por defecto, GeoGebra ya da el área de cualquier polígono que dibujemos, pero es interesante aprender algunos de los comandos que usa.

#### 1. Área de un polígono definido por sus puntos:

Area ((0,0), (3,0), (3,2), (0,2))

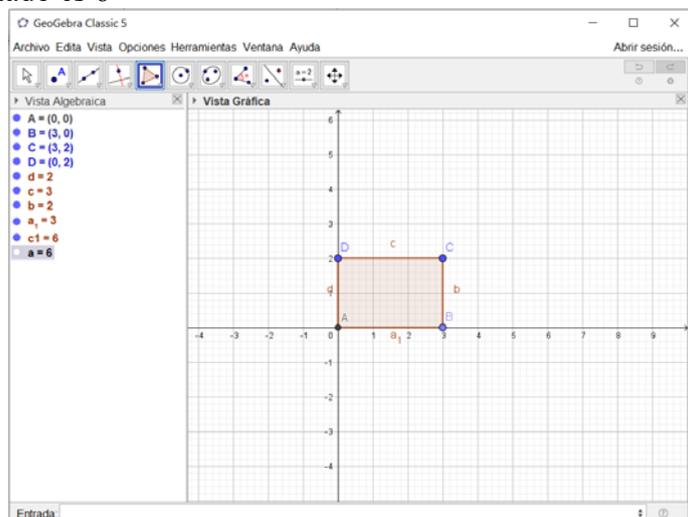
El resultado es 6



#### 2. Área de un polígono por el nombre del mismo

Area (c1)

El resultado es 6

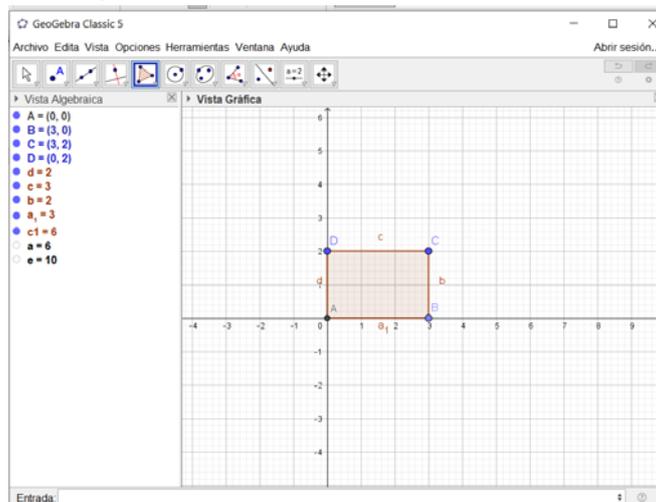


## Perímetro de un polígono con GeoGebra

### 1. Perímetro de un polígono definido por sus puntos:

Perímetro (Polígono  $((0,0), (3,0), (3,2), (0,2))$ )

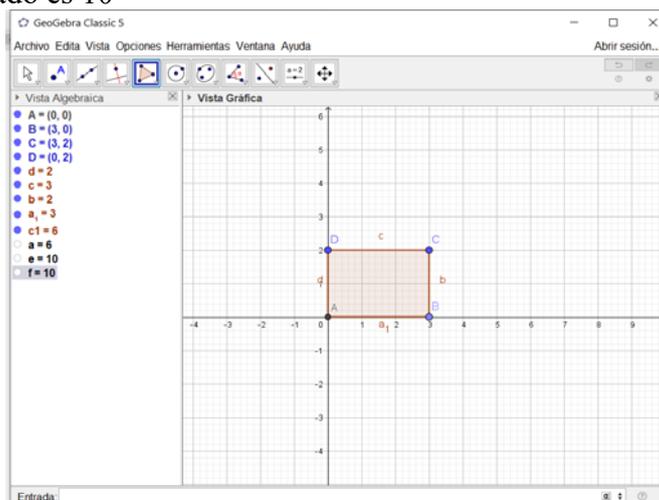
El resultado es 10



### 2. Perímetro de un polígono por el nombre del mismo:

Perímetro (c1)

El resultado es 10



## 4. DIAGRAMAS DE VORONOI

### Definición

Dado un conjunto de puntos A, B, C (D, E, F,...) en el plano, denominaremos diagrama de Voronoi a la subdivisión del plano en subregiones tales que la región que contiene a A es el conjunto de puntos más cercanos a A que a cualquier otro punto (B, C...), la región que contiene a B es el conjunto de puntos más cercanos a B que a cualquier otro punto (A, C...) ...

### Construcción mediante mediatrices

Dibujamos tres puntos A, B y C.

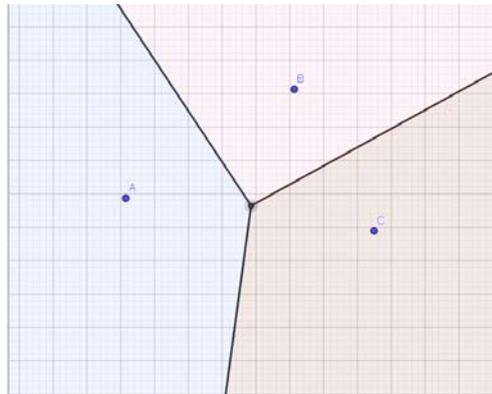
Dibujamos las mediatrices de los segmentos que se forman, esto, tenemos que dibujar la mediatriz del segmento Ab, del BC y del CA.

Dibujamos el punto en el que se cortan las tres mediatrices: que se llamará D

Dibujamos la semirrecta con origen en D que separa a A y a B, e igualmente dibujamos las semirrectas con origen en D que separan A y C, y C y B.

Desmarcamos las mediatrices.

Ya tenemos el diagrama de Voronoi correspondiente a tres puntos A, B y C.



### Construcción mediante comando

El comando para que GeoGebra dibuje un diagrama de Voronoi es:

Voronoi (A, B, C, D)

donde A, B, C y D son los puntos.

