

El ajedrez: una introducción a las potencias

Para hacer algunas operaciones tienes que descargar, de Play Store, la siguiente calculadora:
Calculadora Científica HiEdu He-570 Español

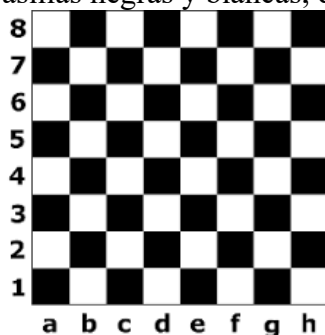
Empezamos con una lectura: una de las leyendas del ajedrez

A continuación, hay una serie de cuestiones y algunas actividades de investigación que habrá que contestar, bien en el cuaderno, bien en formato digital (Word, PowerPoint, Documentos de Google...)

¡Adelante, la aventura del descubrimiento te espera!

1. Una de las leyendas del ajedrez

El ajedrez es un juego antiquísimo. Cuenta con muchos siglos de existencia y por eso no es de extrañar que estén ligadas a él diferentes leyendas, cuya veracidad es difícil comprobar debido a su antigüedad. Precisamente quiero contar una de estas leyendas. Para comprenderla no hace falta saber jugar al ajedrez; basta simplemente saber que el tablero donde se juega está dividido en 64 escaques (casillas negras y blancas, dispuestas alternativamente).



Fuente : docs.kde.org



Fuente: Imágenes de Google

El juego del ajedrez fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram lo conoció, quedó maravillado de lo ingenioso que era y de la variedad de posiciones que en él son posibles. Al enterarse de que el inventor era uno de sus súbditos, el rey lo mandó llamar con objeto de recompensarle personalmente por su acertado invento. El inventor, llamado Seta (otras veces llamado Sissa), se presentó ante el soberano. Era un sabio vestido con modestia, que vivía gracias a los medios que le proporcionaban sus discípulos.

– Seta, quiero recompensarte dignamente por el ingenioso juego que has inventado –dijo el rey.

El sabio contestó con una inclinación.

– Soy bastante rico como para poder cumplir tu deseo más elevado –continuó diciendo el rey–. Di la recompensa que te satisfaga y la recibirás.

Seta continuó callado.

– No seas tímido –le animó el rey–. Expresa tu deseo. No escatimaré nada para satisfacerlo.

– Grande es tu magnanimidad, soberano. Pero concédeme un corto plazo para meditar la respuesta. Mañana, tras maduras reflexiones, te comunicaré mi petición.

Cuando al día siguiente Seta se presentó de nuevo ante el trono, dejó maravillado al rey con su petición, sin precedente por su modestia.

– Soberano –dijo Seta–, manda que me entreguen un grano de trigo por la primera casilla del tablero del ajedrez.

– ¿Un simple grano de trigo? –contestó admirado el rey.

– Sí, soberano. Por la segunda casilla ordena que me den dos granos; por la tercera, 4; por la cuarta, 8; por la quinta, 16; por la sexta, 32...

– Basta –le interrumpió irritado el rey–. Recibirás el trigo correspondiente a las 64 casillas del tablero de acuerdo con tu deseo; por cada casilla doble cantidad que por la precedente. Pero has de saber que tu petición es indigna de mi generosidad. Al pedirme tan mísera recompensa, menosprecias, irreverente, mi benevolencia. En verdad que, como sabio que eres, deberías haber dado mayor prueba de respeto ante la bondad de tu soberano. Retírate. Mis servidores te sacarán un saco con el trigo que necesitas.

Seta sonrió, abandonó la sala y quedó esperando a la puerta del palacio.

Durante la comida, el rey se acordó del inventor del ajedrez y envió para que se enteraran de si habían entregado ya al reflexivo Seta su mezuquina recompensa.

– Soberano, tu orden se está cumpliendo –fue la respuesta. Los calculistas de la corte calculan el número de granos que le corresponde.

El rey frunció el ceño. No estaba acostumbrado a que tardaran tanto en cumplir sus órdenes.

Por la noche, al retirarse a descansar, el rey preguntó de nuevo cuánto tiempo hacía que Seta había abandonado el palacio con su saco de trigo.

– Soberano –le contestaron–, tus calculistas trabajan sin descanso y esperan terminar los cálculos al amanecer.

– ¿Por qué va tan despacio este asunto? –gritó iracundo el rey–. Que mañana, antes de que me despierte, hayan entregado a Seta hasta el último grano de trigo. No acostumbro a dar dos veces una misma orden.

Por la mañana comunicaron al rey que el calculista mayor de la corte solicitaba audiencia para presentarle un informe muy importante. El rey mandó que le hicieran entrar.

– Antes de comenzar tu informe –le dijo Sheram–, quiero saber si se ha entregado por fin a Seta la mísera recompensa que ha solicitado.

– Precisamente para eso me he atrevido a presentarme tan temprano –contestó el anciano–. Hemos calculado escrupulosamente la cantidad total de granos que desea recibir Seta. Resulta una cifra tan enorme...

– Sea cual fuere su magnitud –le interrumpió con altivez el rey– mis graneros no empobrecerán. He prometido darle esa recompensa y, por lo tanto, hay que entregársela.

– Soberano, no depende de tu voluntad el cumplir semejante deseo. En todos tus graneros no existe la cantidad de trigo que exige Seta. Tampoco existe en los graneros de todo el reino. Hasta los graneros del mundo entero son insuficientes. Si deseas entregar sin falta la recompensa prometida, ordena que todos los reinos de la Tierra se conviertan en labrantíos, manda desecar los mares y océanos, ordena fundir el hielo y la nieve que cubren los lejanos desiertos del Norte. Que todo el

espacio sea totalmente sembrado de trigo, y toda la cosecha obtenida en estos campos ordena que sea entregada a Seta. Solo entonces recibirá su recompensa.

El rey escuchaba lleno de asombro las palabras del anciano sabio.

– Dime, cuál es esa cifra tan monstruosa –dijo reflexionando–.

– ¡Oh, soberano! Dieciocho trillones cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones setenta y tres mil setecientos nueve millones quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince.



Fuente: <https://sinaptando.blogspot.com/p/efectos-de-la-sorpresa.html>

2. Cuestiones

- 1) Escribe con cifras el número de granos de trigo que tiene que recibir Seta. Seguro que nunca has escrito un número tan grande, así que, plantéatelo como un nuevo reto y si necesitas ayuda, busca información.
- 2) Escribe, como potencias de 2, algunos términos de la serie de granos de trigo que ha pedido Seta y el número de granos de trigo que habría que poner en último escaque. Identifica los elementos de dicha potencia e indica cómo se calcula.
- 3) Redondea (a las decenas de trillón) el número que has escrito en 1) y escríbelo como producto de un número por una potencia de 10. ¿Cómo se calculan las potencias de 10? Pon varios ejemplos.
- 4) Si estimamos que 25 000 granos de trigo pesan 1 kg, ¿cuántos kilos de trigo pidió Seta? Aproxima el resultado, dando solo la potencia de 10 que aparece en la calculadora.
- 5) Busca en Internet cuál es, aproximadamente, la producción mundial (actual) de trigo al año, y compara ambos números: el número de kg de trigo que le pidió Seta al rey, y el número de kg de trigo que se producen anualmente en el mundo. Además, redondea ambos números, escríbelos como potencias de 10, y compara dichas potencias. ¿Cómo se comparan las potencias de la misma base?

El rey hindú, naturalmente, no podía entregar semejante recompensa. Sin embargo, de haber estado fuerte en matemáticas, hubiera podido librarse de esta deuda tan gravosa. Para ello le habría bastado simplemente proponer a Seta que él mismo contara, grano a grano, el trigo que le correspondía.

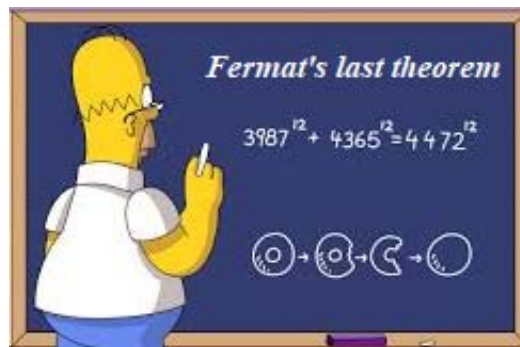
- 6) Estima el tiempo, en años, que seta tardaría en contar semejante cantidad de trigo (para ello, tienes que establecer una unidad de medida, esto es, decir, cuántos granos de trigo es capaz de contar por segundo, por minuto, por hora...) (*Sugerencia: puedes suponer que cuenta un grano por segundo y que no descansa*)
- 7) ¿Cuál es la edad estimada del Universo (indica la fuente de la que has obtenido la información)? ¿Le habría dado tiempo a Seta a contar su recompensa si hubiera nacido a la vez que el Universo?

Una curiosidad:

¿Sabías que existen algo más de 169 cuatrillones y medio, exactamente

169 518 829 100 544 000 000 000 000

de formas de realizar los 10 primeros movimientos en una partida de ajedrez?



Fuente: Imágenes de Google

3. Investiga y recopila información

- a) Investiga el número de átomos que hay en el Universo, indicando la fuente de la que has obtenido la información.



Fuente: educaciontrespuntocero.com

- b) ¿Sabes que hay un número que se llama gúgol? ¿Tiene más parientes? ¿Tiene algo que ver con el buscador de Internet Google? Infórmate, indicando la fuente de la que has obtenido la información.
- c) En la actualidad, las palabras mega y giga son de uso habitual: mi PS2 tiene 250 gigas de capacidad, mi conexión a Internet es 6 megas, en el teléfono tengo 64 gigas de memoria... Sin embargo, dichos términos no son nuevos. Busca información (como siempre, indicando la fuente) y realiza una tabla con las equivalencias más comunes usando las potencias de 10.



- d) El matemático polaco Waclaw Sierpinski estudió el denominado hoy “**Triángulo de Sierpinski**”, que se construye como sigue:

En la *primera iteración* se toma un triángulo equilátero.

En la *segunda iteración* se marcan los puntos medios de cada uno de los lados y se dibuja el triángulo que resulta. Dicho triángulo se quita, de forma que quedan tres triángulos equiláteros.

En la *tercera iteración* se hace lo mismo que en la segunda iteración, con cada uno de los triángulos que quedan, obteniéndose nueve triángulos.

Este proceso se repite indefinidamente y la figura resultante, se llama “Triángulo de Sierpinski”



Fuente : divermates.es

¿Cuántos triángulos hay en cada una de las 5 primeras iteraciones? Escribe el resultado en forma de potencia.

Escribe una fórmula que te permita calcular el número de triángulos que hay en una iteración cualquiera.

4. Concurso de números grandes

Para terminar, un pequeño concurso: ¿cuál es el mayor número que eres capaz de escribir usando 5 cifras, iguales o distintas, (del 0 al 9) y cuatro operaciones, iguales o distintas? No hay que calcular dicho número.

Por ejemplo, usando tres cifras y dos operaciones, podríamos escribir el siguiente número:

$$9 \cdot 9 + 9$$

Premio: un desayuno de la cafetería del centro (en caso de empate, se realizaría otro concurso para determinar el ganador)

5. Entrega del proyecto

El proyecto hay que subirlo a Classroom en formato digital.

Soluciones:

Cuestiones:

$$1) \quad 18 \ 446 \ 744 \ 073 \ 709 \ \underbrace{551 \ 615}_{\text{millones}} \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{billones}} \\ \underbrace{\hspace{15em}}_{\text{trillones}}$$

$$2) \quad \text{Serie: } 1 = 2^0, 2 = 2^1, 4 = 2^2, 8 = 2^3, \dots$$

Número total de granos de trigo: 2^{63}

$$\text{Elementos } \begin{cases} \text{Base: } 2 \\ \text{Exponente: } 63 \end{cases}$$

Se calcula multiplicando 2 por sí mismo 63 veces: $2^{63} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{63 \text{ veces}}$

$$3) \quad 18 \ 446 \ 744 \ 073 \ 709 \ 551 \ 615 \approx 20 \ 000 \ 000 \ 000 \ 000 \ 000 \ 000 = 2 \cdot 10^{19}$$

Las potencias de 10 se calculan escribiendo un 1 seguido de tantos 0 como indique el exponente.

$$\text{Ejemplos: } 10^3 = 1 \ \underbrace{000}_{3 \text{ ceros}} \quad \text{y} \quad 10^7 = 10 \ \underbrace{000 \ 000}_{7 \text{ ceros}}$$

$$4) \quad \left. \begin{array}{l} 25 \ 000 \text{ granos} \longrightarrow 1 \text{ kg} \\ 18 \ 446 \ 744 \ 073 \ 709 \ 551 \ 615 \text{ granos} \longrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{18 \ 446 \ 744 \ 073 \ 709 \ 551 \ 615}{25 \ 000} \approx 10^{14} \text{ kg}$$

5) Producción mundial: Entre 650 y 685 millones de toneladas:

$$650 \ 000 \ 000 \ 000 \text{ kg}$$

Comparación:

$$\text{Producción mundial} < \text{Cantidad de trigo solicitada por Seta}$$

Redondeo:

$$650 \ 000 \ 000 \ 000 \approx 1 \ 000 \ 000 \ 000 \ 000 = 10^{12} \text{ kg (producción mundial)}$$

$$10^{14} \text{ (lo que pidió Seta)}$$

Criterio: para comparar potencias de la misma base, es mayor (menor) la que mayor (menor) exponente tiene.

6) Unos cálculos previos (segundos que tiene un año):

$$1 \text{ año} = 365 \text{ días} = 365 \cdot 24 \text{ horas} = 8832 \text{ horas} = 8832 \cdot 60 \text{ minutos} =$$

$$= 529 \ 920 \text{ minutos} = 529 \ 920 \cdot 60 \text{ segundos} = 31 \ 795 \ 200 \text{ segundos}$$

Calculamos lo que nos piden:

$$\frac{18 \ 446 \ 744 \ 073 \ 709 \ 551 \ 615}{31 \ 795 \ 200} = 5,8017 \cdot 10^{11} \text{ años}$$

7) La edad del Universo es, aproximadamente, de 13 800 millones de años:

$$13 \ 800 \ 000 \ 000 \text{ años} \approx 10^{10} \text{ años}$$

Fuente: bbc.com

Investiga:

a) 10^{80} átomos (un 1 seguido de 80 ceros)

b) Gúgol:

$$10^{100}$$

Gúgolplex:

$$10^{\text{gúgol}} = 10^{10^{100}}$$

Gúgolduplex:

$$10^{\text{gúgolplex}} = 10^{10^{10^{100}}}$$

Historia:

El término gúgol (en inglés: googol) es el nombre de un número acuñado en 1938 por Milton Sirota, un niño de 9 años, sobrino del matemático estadounidense Edward Kasner. Kasner anunció el concepto en su libro “Las matemáticas y la imaginación”. Isaac Asimov dijo en una ocasión al respecto: «Tendremos que padecer eternamente un número inventado por un bebé». Originalmente significaba «un uno, seguido de ceros hasta que te canses de escribir». Después, Kasner decidió estandarizar el término, «porque las personas se cansan en diferentes momentos».

Fuente: es.wikipedia.org

c) **Prefijos para las potencias de 10**

Múltiplo	Prefijo	Abreviatura
10^{24}	Yota	Y
10^{21}	Zeta	Z
10^{18}	Exa	E
10^{15}	Peta	P
10^{12}	Tera	T
10^9	Giga	G
10^6	Mega	M
10^3	Kilo	k
10^2	Hecto	h
10^1	Deca	da

d) Primera iteración: $1 = 3^0$

Segunda iteración: $3 = 3^1$

Tercera iteración: $9 = 3^2$

Cuarta iteración: $27 = 3^3$

Quinta iteración: $81 = 3^4$

En general: en la iteración n hay 3^{n-1}

Concurso:

Un número grande, usando 5 cifras y cuatro operaciones es:

$$9^{9^{9^{9^9}}}$$