PREGUNTAS DE TEORÍA QUE HAN CAÍDO HASTA AHORA EN SELECTIVIDAD

TEOREMAS

TEOREMA DE ROUCHÉ-FRÖBENIUS

Un sistema de ecuaciones lineales, $AX = b$, es compatible si, y solo si, el rango de la matriz de coeficientes *A*, es igual al rango de la matriz ampliada $(A \mid b)$:

$$\text{Sistema compatible} \Leftrightarrow \text{rango}(A) = \text{rango}(A \mid b)$$

TEOREMA DE BOLZANO

Si $f(x)$ es continua en $[a,b]$ y en los extremos del intervalo toma valores de signo contrario, entonces $\exists c \in (a,b) : f(c) = 0$.

TEOREMA DE ROLLE

Si $f(x)$ es una función continua en $[a,b]$, derivable en (a,b) y tal que $f(a) = f(b)$, entonces $\exists c \in (a,b) : f'(c) = 0$.

TEOREMA DEL VALOR MEDIO (DE LAGRANGE)

Si $f(x)$ es una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b), entonces $\exists c \in (a,b)$ tal que:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

TEOREMA DE CAUCHY (O DEL VALOR MEDIO GENERALIZADO)

Si $f(x)$ y $g(x)$ son funciones continuas en $[a,b]$ y derivables en (a,b), entonces $\exists c \in (a,b)$ tal que:

$$g'(c)\left[f(b) - f(a)\right] = f'(c)\left[g(b) - g(a)\right]$$

REGLA DE L’HÔPITAL PARA $\frac{0}{0}$

Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones derivables en un entorno E de a y tales que:

1) $f(a) = g(a) = 0$
2) g' no se anula en E

Si existe el límite finito $\lim\limits_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, entonces existe también $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$, y además:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

FÓRMULA DE INTEGRACIÓN POR PARTES

Sean f y g dos funciones con derivadas continuas. Entonces:

$$\int fg' = fg - \int f'g$$

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO

Si $f(x)$ es continua en $[a,b]$ y $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$, entonces

(1) $F(x)$ es derivable

(2) $F'(x)=f(x) \quad \forall x\in[a,b]$

REGLA DE BARROW

Si $f(x)$ es una función continua en $[a,b]$ y $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, entonces

$$\int_a^b f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_a^b=F(b)-F(a)$$

TEOREMA DEL VALOR MEDIO

Si $f(x)$ es una función continua en un intervalo cerrado $[a,b]$, entonces, existe un punto $c\in(a,b)$ tal que

$$\int_a^b f(x)\,dx=f(c)(b-a)$$

DEFINICIONES

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN CONTINUA EN UN PUNTO

Una función $y=f(x)$, que supondremos definida en un entorno de a, es continua en a, cuando

$$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$$

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN DERIVABLE EN UN PUNTO

Sea $f: A\subseteq\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función y $a\in A\cap A'$. Entonces

$$f \text{ es derivable en } x=a \Leftrightarrow \exists\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \exists\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\in\mathbb{R}$$

en cuyo caso dicho límite se representa por $f'(a)$.

DEFINICIÓN DE PUNTO DE INFLEXIÓN

Los puntos en los que una función pasa de cóncava a convexa o de convexa a cóncava se llaman *puntos de inflexión*.

DEFINICIÓN DE PARALELISMO ENTRE RECTA Y PLANO

Una recta y un plano son paralelos cuando no se cortan, es decir, no tienen ningún punto en común.

DEFINICIÓN DE PARALELISMO ENTRE RECTA Y PLANO

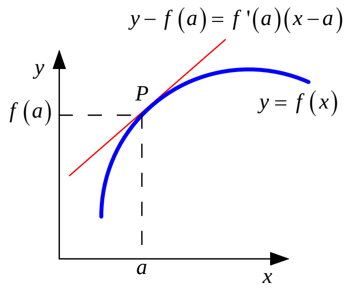
Una recta r y un plano π son perpendiculares cuando el vector director de la recta es perpendicular al plano:

$$r\perp\pi\Leftrightarrow\overrightarrow{u_r}\perp\pi\Leftrightarrow\overrightarrow{u_r}\parallel\vec{n}_\pi$$

INTERPRETACIONES GEOMÉTRICAS

DERIVADA DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

La derivada de una función en un punto es igual a la pendiente de la recta tangente a la función en ese punto.



INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LA DERIVADA

Si $x(t)$ es la posición de un móvil en el instante de tiempo t, la velocidad media en el intervalo de tiempo $[t,t+h]$ viene dada por

$$v_m([t,t+h])=\frac{x(t+h)-x(t)}{h}$$

y la velocidad instantánea en el instante t se obtiene tomando límites, cuando $h\to 0$, en la expresión anterior:

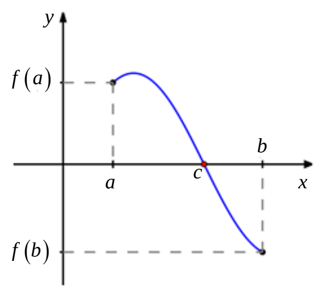
$$v(t)=\lim_{h\to 0}\frac{x(t+h)-x(t)}{h}=x'(t)$$

Además**,** la derivada de la velocidad es la aceleración:

$$a(t)=v'(t)=x''(t)$$

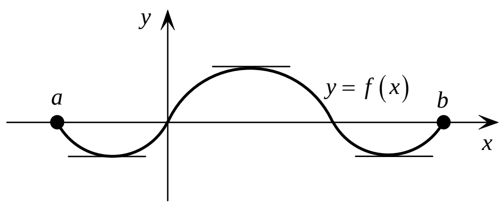
DEL TEOREMA DE BOLZANO

Si $f(a)>0$ y $f(b)<0$, y se debe dibujar una curva desde el punto $(a,f(a))$ al punto $(b,f(b))$ sin levantar el lápiz del papel, dicha curva debe cortar, al menos una vez, al eje OX.



DEL TEOREMA DE ROLLE

Este teorema afirma la existencia de, al menos un punto c de (a,b), tal que la recta tangente a $f(x)$ en $(c,f(c))$ sea paralela al eje OX.



DEL TEOREMA DEL VALOR MEDIO DE LAGRANGE

Si se cumplen las hipótesis del teorema en el intervalo $[a,b]$, existe al menos un punto $c \in (a,b)$ en el que su recta tangente es paralela al segmento determinado por los puntos $A\big(a, f(a)\big)$ y $B\big(b, f(b)\big)$.