Paso a paso

67. Dada la función:

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$

a) Dibuja la función.

b) Calcula los máximos y los mínimos relativos.

c) Determina la monotonía.

d) Calcula los puntos de inflexión.

e) Halla la curvatura.

Solución:

8. Aplicaciones de las derivadas

Alba Maza Sánchez

Óscar Arias López

Paso a paso

Ejercicio 67

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1 \rightarrow x \mapsto x^3 - 6\cdot x^2 + 9\cdot x - 1$

dibujar(f(x), {color = rojo, anchura_línea = 2})

a) Máximos y mínimos relativos:

$f'(x) \rightarrow 3\cdot x^2 - 12\cdot x + 9$

resolver($f'(x) = 0$) → {{x=1}, {x=3}}

A = punto(1, f(1)) → (1,3)

B = punto(3, f(3)) → (3,−1)

$f''(x) \rightarrow 6\cdot x - 12$

$f''(1) \rightarrow -6$

A(1, 3) Máximo relativo.

dibujar(A, {color = azul, tamaño_punto = 8})

$f''(3) \rightarrow 6$

B(3, −1) mínimo relativo.

dibujar(B, {color = cian, tamaño_punto = 8})

b) Monotonía:

Creciente = $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

Decreciente = $(1, 3)$

c) Puntos de inflexión:

resolver($f''(x) = 0$) → {{x=2}}

C = punto(2, f(2)) → (2,1)

$f'''(x) \rightarrow 6$

$f'''(2) \rightarrow 6$

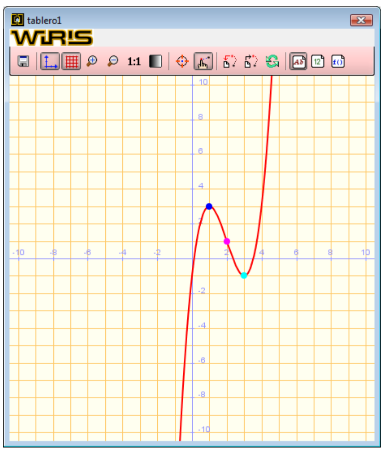
C(2, 3) Punto de inflexión.

dibujar(C, {color = magenta, tamaño_punto = 8})

d) Curvatura:

Convexa(∪) = $(2, +\infty)$

Cóncava(∩) = $(-\infty, 2)$



68. Calcula el valor de los coeficientes **a, b** y **c** para que la función:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

corte al eje X en el punto A(1, 0) y tenga un punto de inflexión en el punto B(3, 2)

Solución:

Problema 68

$f(x) = x^3 + a\cdot x^2 + b\cdot x + c \rightarrow x \mapsto a\cdot x^2 + b\cdot x + c + x^3$

resolver$\left\{\begin{matrix} f(1) = 0 \\ f(3) = 2 \\ f''(3) = 0 \end{matrix}\right\}$ → {{a=−9, b=24, c=−16}}

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16 \rightarrow x \mapsto x^3 - 9\cdot x^2 + 24\cdot x - 16$

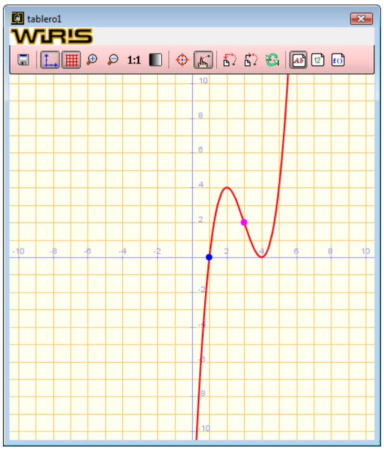
dibujar(f(x), {color = rojo, anchura_línea = 2})

A = punto(1, 0) → (1,0)

dibujar(A, {color = azul, tamaño_punto = 8})

B = punto(3, 2) → (3,2)

dibujar(B, {color = magenta, tamaño_punto = 8})



Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris.

69. Se desea fabricar una caja abierta con base cuadrada y con un área de 300 dm². ¿Qué dimensiones debe tener la caja para que el volumen sea máximo?

Solución:

Problema 146

Planteamiento: $V(x, h) = x^2h$

Condiciones: $x^2 + 4xh = 300$

resolver({$x^2 + 4x\cdot h = 300$}, {h}) → $\left\{\left[h = \frac{-x^2+300}{4\cdot x}\right]\right\}$

$V(x) = x^2 \cdot \frac{-x^2+300}{4\cdot x} \rightarrow x \mapsto -\frac{1}{4}\cdot x^3 + 75\cdot x$

resolver($V'(x) = 0$) → {{x=−10}, {x=10}}

$h(x) = \frac{-x^2+300}{4\cdot x} \rightarrow x \mapsto \frac{x^2-300}{-4\cdot x}$

$h(10) \rightarrow 5$

Dimensiones de la caja: arista de la base 10 dm y altura 5 dm

70. Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

Así funciona

Problemas 71 y 72

Se selecciona el problema **67** completo, se pega en un nuevo bloque y se hacen las modificaciones oportunas para cada curva.

Practica

Dada las siguientes funciones:

a) Dibuja la función.
b) Calcula los máximos y los mínimos relativos.
c) Determina la monotonía.
d) Calcula los puntos de inflexión.
e) Halla la curvatura.

71. $y = x^3 - 3x^2 + 3$

72. $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

73. Halla los puntos sigulares de la función:

$$f(x) = x^5 + 2$$

74. Para la función f: R □ R definida de la forma

$$f(x) = 8x^3 - 84x^2 + 240x$$

determina su monotonía y sus extremos relativos.

75. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x}{6} - 8x^2 + \frac{1}{x}$$

calcula los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión de dicha función.

76. Se ha determinado que el coste total (en euros) que le supone a cierta empresa la producción de **n** unidades de determinado artículo varía según la función:

$$c(n) = 2n^3 + 270n + 2048$$

Calcula el número de unidades que debe producirse para hacer mínimo el coste por unidad.

77. Calcula los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = \frac{2x - 2}{x + 1}$$

y los intervalos de concavidad y convexidad.

78. Halla el máximo y el mínimo absolutos de la función:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$

en el intervalo [1, 2]

79. Obtén los parámetros **r, s** y **t** para que la función

$$f(x) = x^3 + rx^2 - sx + t$$

tenga un máximo en $x = -2$, un mínimo en $x = 0$ y pase por el punto $(1, -1)$

80. La gráfica de la función

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + c$$

pasa por el punto (0, 0) y tiene un máximo local en el punto (1, 2). Obtén los valores de los coeficientes **a, b** y **c**

81. Halla los valores de **a** y **b** para que la función

$$f(x) = ax + \frac{b}{x}$$

tenga un extremo relativo en el punto (1, 2)

82. Encuentra el valor de b □ R para que la función

$$f(x) = x^2 + \frac{b}{x}$$

tenga un mínimo cuando $x = 1$

83. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mida 64 m y su área sea máxima.

84. Se desea fabricar un acuario con base cuadrada y sin tapa, de capacidad 500 dm^3. La base y las paredes del acuario han de estar realizadas en cristal. ¿Cuáles deben ser sus medidas para minimizar la superficie total del cristal empleado?

85. Descompón el número 25 en dos sumandos tales que el doble del cuadrado del primero más el triple del cuadrado del segundo sea mínimo.

