

Paso a paso

102. Halla la derivada de la función:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

Solución:

7. Cálculo de derivadas

Alba Maza Sánchez

Óscar Arias López

Paso a paso

- a) Introduce la función f(x)
- b) Escribe f'(x)

Ejercicio 102

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \rightarrow x \mapsto \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) \rightarrow \frac{-x^2 + 1}{x^4 + 2 \cdot x^2 + 1}$$

103. Halla la recta tangente a la curva:

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 \text{ en } x = 3$$

Representa la función y la recta tangente.

Solución:

- a) Introduce el valor de la abscisa, a = 3
- b) Introduce la función f(x)
- c) Calcula el punto y dibújalo.
- d) Halla la pendiente.
- e) Escribe la ecuación de la tangente.
- f) Dibuja la recta tangente.

Ejercicio 103

$$a = 3 \rightarrow 3$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 \rightarrow x \mapsto x^2 - 4 \cdot x + 5$$

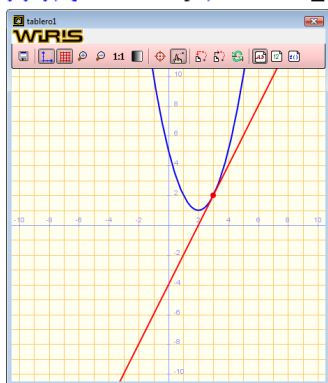
$$P = \text{punto}(a, f(a)) \rightarrow (3, 2)$$

dibujar(P, {color = rojo, tamaño_punto = 8})

$$t(x) = f'(a) \cdot (x - a) + f(a) \rightarrow x \mapsto 2 \cdot x - 4$$

dibujar(f(x), {color = azul, anchura_linea = 2})

dibujar(t(x), {color = rojo, anchura_linea = 2})



104. Estudia la derivabilidad de la función para x = 2:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + 2x + 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Representa la función y la recta o rectas tangentes para x = 2

Solución:

Ejercicio 104

$$a = 2 \rightarrow 2$$

$$g(x) = x^2 \rightarrow x \mapsto x^2$$

$$h(x) = -x^2 + 2x + 4 \rightarrow x \mapsto -x^2 + 2 \cdot x + 4$$

$$P = \text{punto}(a, g(a)) \rightarrow (2, 4)$$

dibujar(P, {color = rojo, tamaño_punto = 8})

dibujar(g(x), -∞..a, {color = azul, anchura_linea = 2})

$$t1(x) = g'(a) \cdot (x - a) + g(a) \rightarrow x \mapsto 4 \cdot x - 4$$

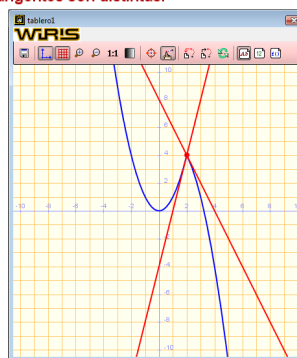
dibujar(t1(x), {color = rojo, anchura_linea = 2})

dibujar(h(x), a..+∞, {color = azul, anchura_linea = 2})

$$t2(x) = h'(a) \cdot (x - a) + h(a) \rightarrow x \mapsto -2 \cdot x + 8$$

dibujar(t2(x), {color = rojo, anchura_linea = 2})

La función es continua en x = 2, pero no es derivable porque las rectas tangentes son distintas.



105. Calcula el valor de los parámetros a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

sea derivable en x = 1. Representa la función y la recta tangente para x = 1

Solución:

Ejercicio 105

$$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x - 1 \rightarrow x \mapsto a \cdot x^2 + b \cdot x - 1$$

$$h(x) = 2 \cdot b \cdot x - 2 \rightarrow x \mapsto 2 \cdot (b \cdot x) - 2$$

resolver({g'(1) = h'(1)}, {g(1) = h(1)}) → {{a=1, b=2}}

$$a = 1 \rightarrow 1$$

$$b = 2 \rightarrow 2$$

dibujar(g(x), -∞..1, {color = verde, anchura_linea = 2})

dibujar(h(x), 1..+∞, {color = azul, anchura_linea = 4})

$$t1(x) = g'(1) \cdot (x - 1) + g(1) \rightarrow x \mapsto 4 \cdot x - 2$$

dibujar(t1(x), {color = rojo, anchura_linea = 1})

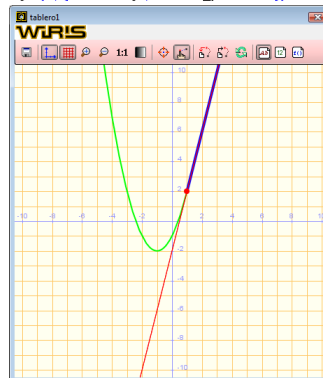
$$t2(x) = h'(1) \cdot (x - 1) + h(1) \rightarrow x \mapsto 4 \cdot x - 2$$

dibujar(t2(x), {color = rojo, anchura_linea = 1})

$$c = 1 \rightarrow 1$$

$$P = \text{punto}(c, g(c)) \rightarrow (1, 2)$$

dibujar(P, {color = rojo, tamaño_punto = 8})



106. Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige Matemáticas, curso y tema.

Así funciona

Cálculo de derivadas

Se introduce la función como $f(x)$ y se escribe $f'(x)$, para obtener la 2ª derivada se escribe $f''(x)$ son dos primas, no sirve el signo de comillas.

Sustitución de variables

Para hallar el valor de $f(x)$ para $x = a$, se escribe $f(a)$

Para hallar el valor de $f'(x)$ para $x = a$, se escribe $f'(a)$

Ecuación de la recta tangente

Aplicamos la ecuación punto-pendiente pasando $f(a)$ al segundo miembro:

$$y - f(a) = f'(a) (x - a) \quad \Rightarrow \quad y = f'(a) (x - a) + f(a)$$

Practica

Halla las derivadas de las siguientes funciones:

107. $f(x) = e^{4x-5}$

108. $f(x) = L(x^2 + 1)$

109. $f(x) = x^2 L(x + 1)$

110. $f(x) = L(x^2 - 4)$

111. $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 1}$

112. Halla la recta tangente a la curva:

$$f(x) = x^2 - 5 \text{ en } x = 2$$

Representa la función y la recta tangente.

113. Estudia la derivabilidad de la función en $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + 2x + 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Representa la función y la recta o rectas tangentes para $x = 2$

114. Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

se pide:

Halla la ecuación de la recta tangente a la

$$x = \frac{1}{2}$$

curva $f(x)$ en el punto

115. Estudia la derivabilidad de la función para $x = 3$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 1 & \text{si } x \leq 3 \\ 2x - 4 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Representa la función y la recta o rectas tangentes para $x = 3$

116. Estudia la derivabilidad de la función para $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Representa la función y la recta o rectas tangentes para $x = 1$

117. Estudia la derivabilidad de la función para $x = 2$

$$f(x) = |x^2 - 4|$$

Representa la función y la recta o rectas tangentes para $x = 2$

Halla las tres primeras derivadas de las siguientes funciones:

118. $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 3$

119. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

120. $f(x) = x \cdot e^x$

121. $f(x) = x \cdot L x$

122. Halle valores de **a** y **b** para que la recta tangente a la gráfica de:

$$f(x) = ax^2 - b$$

en el punto $P(1, 5)$ sea la recta:

$$y = 3x + 2$$

123. Estudia la derivabilidad de la función para $x = 0$

$$f(x) = x|x|$$

Representa la función y la recta o rectas tangentes para $x = 0$