

Paso a paso

60. Halla el siguiente límite y representa la función correspondiente para comprobarlo gráficamente.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)$$

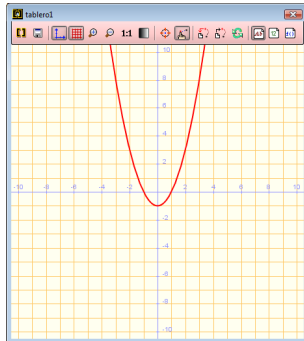
Solución:

6. Límites, continuidad y asíntotas
Alba Maza Sánchez
Oscar Arias López
Paso a paso

Escribe la función y en **Análisis** elige **lim 0**

Límite.

Ejercicio 60
 $f(x) = x^2 - 1 \rightarrow x \mapsto x^2 - 1$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \rightarrow 3$
dibujar(f(x), {color = rojo, anchura_linea = 2})
Cuando $x \rightarrow 2$, se ve que $y \rightarrow 3$



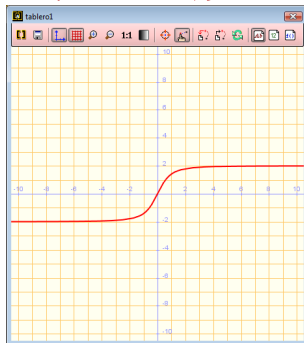
61. Halla los siguientes límites y representa la función correspondiente para comprobarlo gráficamente.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Solución:

Los símbolos **∞** Infinito positivo e **-∞** Infinito negativo están en **Símbolos**

Ejercicio 61
 $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} \rightarrow x \mapsto \frac{2 \cdot x}{\sqrt{x^2 + 1}}$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \rightarrow -2$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \rightarrow 2$
dibujar(f(x), {color = rojo, anchura_linea = 2})
Se observa en la función que cuando $x \rightarrow +\infty$, $y \rightarrow -2$
Y también que cuando $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow 2$



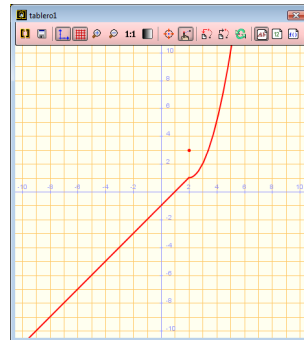
62. Representa la siguiente función, y estudia sus discontinuidades.

$$y = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x < 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \\ x^2 - 4x + 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Para dibujar una función en un intervalo se escribe la función una coma y los límites del intervalo separados por dos puntos alineados horizontalmente.

Ejercicio 62
dibujar(x - 1, -∞..2, {color = rojo, anchura_linea = 2})
dibujar(punto(2, 3), {color = rojo}) → tablero1
dibujar(x^2 - 4x + 5, 2..+∞, {color = rojo, anchura_linea = 2})
Es discontinua en $x = 2$, donde tiene una discontinuidad evitable.



63. Representa la siguiente función, halla sus asíntotas y represéntalas.

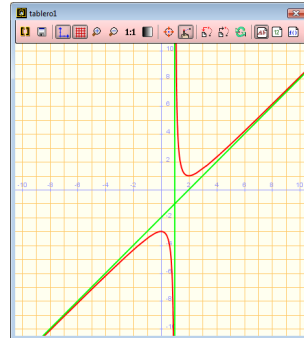
$$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$$

Solución:

a) Asíntota oblicua utiliza de **Operaciones** la opción **0/0** **División euclidiana**.
La asíntota oblicua es $y = x - 2$

Ejercicio 63
dibujar($\frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$, {color = rojo, anchura_linea = 2})
Asíntota verticales: son las raíces del denominador.
dibujar(x = 1, {color = verde, anchura_linea = 2})
Asíntota horizontal: no tiene, por los grados del numerador y denominador no son iguales.
Asíntota oblicua:
 $x^2 - 3x + 3 \mid x - 1 \rightarrow x^2 - 3 \cdot x + 3 \mid x - 1$

La asíntota oblicua es $y = x - 2$
dibujar(x - 2, {color = verde, anchura_linea = 2})









2bc07-w89b

64. Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige Matemáticas, curso y tema.

Así funciona

Cálculo de límites


Para hallar un límite en **Análisis** se elige una de las siguientes opciones  **Límite**,  **Límite derecha**,  **Límite izquierda**. Los símbolos  **Infinito positivo**,  **Infinito negativo**,  **Infinito sin signo** están en **Símbolos**

Funciones definidas a trozos

Para dibujar una función en un intervalo se escribe la función, una coma y los límites del intervalo separados por dos puntos alineados horizontalmente.

En las gráficas dibujadas con ordenador, de las funciones definidas a trozos, no se aprecia el valor de la función en los puntos extremos de los intervalos. El valor de la función en dichos puntos se debe estudiar en la fórmula.

División euclidiana

En **Operaciones** se elige  **División euclidiana** y se escribe el dividendo y el divisor. Tiene aplicación en el cálculo de asíntotas oblicuas en las funciones racionales.

Practica

Halla los siguientes límites y representa la función correspondiente para comprobarlo gráficamente.

65. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x + 1)$

66. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x}{x^2}$

67. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2)$

68. $\lim_{x \rightarrow 2} 5^x - 2$

69. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + x^2 + 3x - 1)$

70. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 3x - 1)$

71. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 3x}$

72. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 5}{x - 2}$

73. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 1 - \frac{x^3}{x^2 - 9} \right)$

74. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3^x}$

75. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2}{3x^2}$

76. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{3^x}$

Representa las siguientes funciones y estudia sus continuidades.

77. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

78. $f(x) = \frac{x - 1}{x - 2}$

79. $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 2x + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

80. $g(x) = \begin{cases} 2^x - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ \mathcal{L}x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

81. $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Representa las siguientes funciones, halla sus asíntotas y represéntalas:

82. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2}$

83. $f(x) = \frac{x}{x - 3}$

84. $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$