Paso a paso

51. Discute el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y + z &= 1 \\ 3x + y + 4z &= 5 \\ 2x - y + 3z &= 4 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

4. Sistemas lineales con parámetros
Alba Maza Sánchez
Óscar Arias López
Paso a paso

a) Introduce la matriz **C** de los coeficientes y halla su rango.

b) Copia la matriz **C,** cambia la **C** por **A,** coloca el cursor en cualquier lugar de la última columna. En (mmat) Matrices selecciona (m04) **Menú** y elige **Añadir columna a la derecha.**

c) Introduce la columna de los términos independientes y halla el rango de **A**

Ejercicio 52

$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

$\text{rango}(C) \to 2$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

$\text{rango}(A) \to 2$

R(C) = R(A) = 2 < 3 = número de incógnitas.

Sistema heterogéneo compatible indeterminado.

52. Resolver matricialmente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y - z &= 0 \\ 2x + 5y &= 4 \\ x + 3y + 2z &= 5 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Ejercicio 53

$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$CX = B \Rightarrow X = C^{-1}B$

$C^{-1} \to \begin{pmatrix} 10 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Solución : x = −3, y = 2, z = 1

53. Resuelve el sistema cuando sea posible, según los valores de **a**, y clasifícalo.

$$\left.\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ x + ay + z &= 1 \\ x + y + az &= 1 \\ x + y + z &= a \end{aligned}\right\}$$

Solución:

a) Como hay una ecuación más que incógnitas se calcula el determinante de la matriz ampliada.

Ejercicio 69

$C(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to a \mapsto \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix} \to a \mapsto \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix}$

$\text{resolver}(|A(a)| = 0) \to \{\{a=-3\},\{a=1\}\}$

Para todo valor de a ≠ −3, a ≠ 1, R(C) < R(A) = 4

El sistema es incompatible.

Estudio para a = −3

$C(-3) \to \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\text{rango}(C(-3)) \to 3$

$A(-3) \to \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

$\text{rango}(A(-3)) \to 3$

Para a = −3, R(C) = R(A) = 3 = número de incógnitas.

Sistema compatible determinado.

$\text{resolver}\left\{\begin{matrix} -3x + y + z = 1 \\ x - 3y + z = 1 \\ x + y - 3z = 1 \\ x + y + z = -3 \end{matrix}\right\} \to \{\{x=-1, y=-1, z=-1\}\}$

Estudio para a = 1

$C(1) \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\text{rango}(C(1)) \to 1$

$A(1) \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\text{rango}(A(1)) \to 1$

Para a = 1, R(C) = 1 = R(A) < número de incógnitas = 3

Sistema compatible indeterminado.

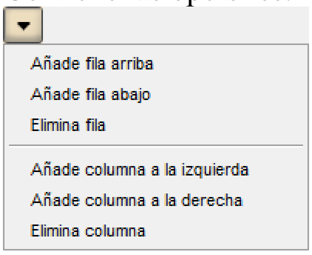
$\text{resolver}\left\{\begin{matrix} x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \end{matrix}\right\} \to \{\{x=-z-y+1, y=y, z=z\}\}$

54. Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

Así funciona

/  **Menú**

Contiene las opciones:



Sustituir en una matriz A un parámetro k por un número

Se introduce la matriz como **A(k),** por ejemplo para sustituir en la matriz **A(k)** el valor del parámetro **k** por **2** se escribe: **A(2)**

Practica

55. Resolver el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y + z = -8 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ 2x + y + 3z = 4 \end{array}\right\}$$

56. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{l} ax + y + z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{array}\right.$$

a) Resuélvelo para el valor de a que lo haga compatible indeterminado

b) Resuelve el sistema que se obtiene para a = 2

57. Discute, según los valores del parámetro **k,** el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} kx + y = 1 \\ x + (k+1)y = 1 \\ x + ky = 1 \end{array}\right\}$$

58. Clasifica el sistema siguiente según los valores del parámetro **k**

$$\left.\begin{array}{r} kx + y - 2z = 0 \\ -x - y + kz = 1 \\ x + y + z = k \end{array}\right\}$$

59. Dado el sistema homogéneo:

$$\left.\begin{array}{l} x + ky - z = 0 \\ kx - y + z = 0 \\ (k+1)x + y = 0 \end{array}\right\}$$

averiguar para qué valores de **k** tiene soluciones distintas de x = y = z = 0. Resolverlo en tales casos.

60. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{l} x - ay = 2 \\ ax - y = a + 1 \end{array}\right\}$$

Determinar para qué valor o valores de a el sistema tiene una solución en la que y = 2

61. Plantea y resuelve el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

62. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

calcula dos números reales **x** e **y** tales que se verfique:

A + xA + yI = 0

siendo **I** la matriz unidad de orden 2 y **O** la matriz nula de orden 2

63. Se considera el sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} x - 2y + z = 1 \\ 3x - 5y + z = 4 \\ x - y + (a-2)z = 2 \end{array}\right.$$

a) Discutir el sistema para los distintos valores de **a**

b) Halla todas las soluciones para a = 3