

Tema 9. Cálculo de derivadas

Paso a paso

129. Calcula la derivada de la función:

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

Solución:

a) Introduce la función: $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

b) Escribe: $f'(x)$

c) Pulsa  **Calcular**

9. Cálculo de derivadas
Oscar Arias López
Alba Maza Sánchez
Paso a paso

Ejercicio 129

$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1} \rightarrow x \mapsto \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

$f'(x) \rightarrow \frac{x^2 - 2 \cdot x - 1}{x^2 - 2 \cdot x + 1}$

130. Halla las rectas tangente y normal a la curva:

$$y = x^2 - 6x + 11 \text{ para } x = 4$$

Dibuja la curva y las rectas.

Solución:

Ejercicio 130

$f(x) = x^2 - 6x + 11 \rightarrow x \mapsto x^2 - 6 \cdot x + 11$

$a = 4 \rightarrow 4$

$P = \text{punto}(a, f(a)) \rightarrow (4, 3)$

$f'(x) \rightarrow 2 \cdot x - 6$

$m = f'(4) \rightarrow 2$

$t(x) = m \cdot (x - a) + f(a) \rightarrow x \mapsto 2 \cdot x - 5$

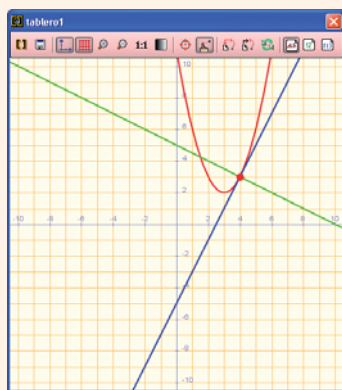
$n(x) = -\frac{1}{m} \cdot (x - a) + f(a) \rightarrow x \mapsto -\frac{1}{2} \cdot x + 5$

dibujar($f(x)$, {color=rojo, anchura_linea=2})

dibujar($t(x)$, {color=azul, anchura_linea=2})

dibujar($n(x)$, {color=verde, anchura_linea=2})

dibujar(P, {color=rojo, tamaño_punto = 10})



131. Calcula los máximos y mínimos relativos y la monotonía de: $y = x^3 - 3x$

Solución:

Ejercicio 131

$f(x) = x^3 - 3x \rightarrow x \mapsto x^3 - 3 \cdot x$

$f'(x) \rightarrow 3 \cdot x^2 - 3$

resolver($f'(x) = 0$) $\rightarrow \{x = -1\}, \{x = 1\}$

$f(-1) \rightarrow 2$

A(-1, 2)

$f(1) \rightarrow -2$

B(1, -2)

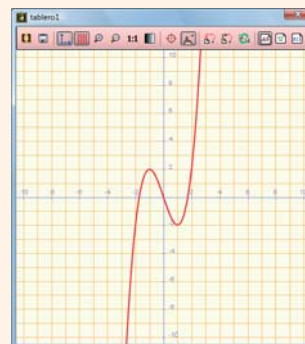
dibujar($f(x)$, {color=rojo, anchura_linea=2})

Máximo relativo : A(-1, 2)

Mínimo relativo : B(1, -2)

Creciente : $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

Decreciente : $(-1, 1)$



132. Determina los puntos de inflexión y la curvatura de la función: $y = x^3 - 3x^2 - x + 5$

Solución:

Ejercicio 132

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 5 \rightarrow x \mapsto x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 5$

$f'(x) \rightarrow 3 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 1$

$f''(x) \rightarrow 6 \cdot x - 6$

resolver($f''(x) = 0$) $\rightarrow \{x = 1\}$

$f(1) \rightarrow 2$

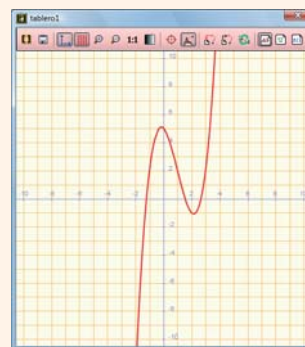
A(1, 2)

dibujar($f(x)$, {color=rojo, anchura_linea=2})

Punto de inflexión : A(1, 2)

Convexa (U) : $(1, +\infty)$

Cóncava (∩) : $(-\infty, 1)$



133. **Internet.** Abre la web: www.editorial-bruno.es, elige **Matemáticas**, curso y tema.

Así funciona

Cálculo de derivadas

Se introduce la función como $f(x)$ y se escribe $f'(x)$. Para obtener la 2ª derivada se escribe $f''(x)$. Al ser dos primas, no sirve el signo de comillas.

Sustitución de variables

Para hallar el valor de $f(x)$ para $x = a$, se escribe $f(a)$

Para hallar el valor de $f'(x)$ para $x = a$, se escribe $f'(a)$

Para hallar el valor de $f''(x)$ para $x = a$, se escribe $f''(a)$

Resolver ecuaciones

Por ejemplo, para hallar las raíces de la primera derivada se escribe: **resolver**($f'(x) = 0$)

Practica

134. Calcula la 1ª derivada de las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = \frac{e^x}{\text{sen } x} \quad \text{b) } y = \sqrt{3x^2 - 5}$$

135. Calcula la 1ª derivada de las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = e^{\text{tg } x} \quad \text{b) } y = e^x \text{ L } x$$

136. Calcula la 1ª derivada de las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = e^{x^2} \cos x \quad \text{b) } y = \text{L } \cos^3 x$$

137. Calcula los máximos y los mínimos relativos y determina la monotonía de la siguiente función:

$$y = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

138. Calcula los máximos y los mínimos relativos y determina la monotonía de la siguiente función:

$$y = \frac{x^2 + 4}{x}$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

139. Calcula los puntos de inflexión y determina la curvatura de la siguiente función:

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

140. Calcula los puntos de inflexión y determina la curvatura de la siguiente función:

$$y = \frac{6}{x^2 + 3}$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

141. Calcula y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones:

$$\text{a) } y = x^3 - 6x^2 + 12x - 7$$

$$\text{b) } y = -x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x + 2$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

Con ayuda de Wiris, resuelve los siguientes problemas:

142. Halla la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la siguiente función en el punto que se indica:

$$y = x^4 - 2x^3 \text{ en } x = 1$$

Representa la función, la recta tangente y la recta normal para comprobarlo.

149. Calcula los máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión y determina la monotonía y la curvatura de la siguiente función:

$$y = \frac{3x}{x^2 - 1}$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.