

Tema 8. Continuidad, límites y asíntotas

Paso a paso

108. Dibuja la siguiente función, identifícala y estudia sus discontinuidades.

$$y = \text{suelo}(x)$$

Solución:

8. Continuidad, límites y asíntotas

Alba Maza Sánchez

Óscar Arias López

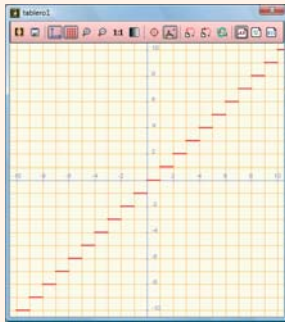
Paso a paso

Ejercicio 108

dibujar(suelo(x), {color = rojo, anchura_linea = 2})

Es la función parte entera, $y = \text{Ent}(x)$

Es discontinua en los números enteros, donde tiene una discontinuidad de 1ª especie de salto finito uno



109. Dibuja la siguiente función y estudia sus discontinuidades.

$$y = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x \leq 3 \\ 2x - 8 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Solución:

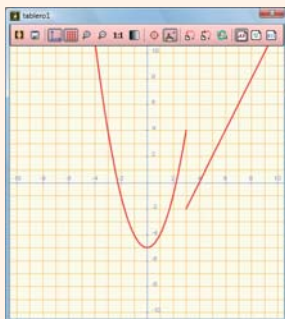
Ejercicio 109

dibujar($x^2 - 5$, $-\infty$, 3, {color=rojo, anchura_linea=2})

dibujar($2x - 8$, 3, $+\infty$, {color=rojo, anchura_linea=2})

Es discontinua en $x = 3$,

donde tiene una discontinuidad de 1ª especie de salto finito 6



110. Halla el siguiente límite y dibuja la función correspondiente para comprobarlo gráficamente.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x^2 + x - 2)$$

Solución:

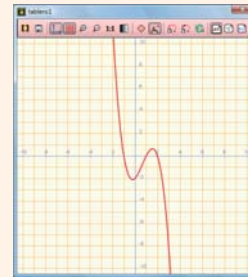
En **Análisis**, elige **lim** **Límite**. El **$+\infty$ Infinito positivo** está en **Símbolos**

Ejercicio 110

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x^2 + x - 2) \rightarrow -\infty$

dibujar($-x^3 + 2x^2 + x - 2$, {color=rojo, anchura_linea=2})

Se observa que cuando $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty$



111. Representa la siguiente función, halla sus asíntotas y dibújalas.

$$y = \frac{x^2 + 5x + 5}{x + 2}$$

Solución:

a) La asíntota vertical es $x = -2$. Dibújala.

b) No tiene asíntota horizontal.

c) Asíntota oblicua, en **Operaciones**, elige **Di-
visión euclidiana** y escribe el dividendo y el divisor:

La asíntota oblicua es $y = x + 3$

Ejercicio 111

dibujar($\frac{x^2 + 5x + 5}{x + 2}$, {color=rojo, anchura_linea=2})

Asíntota vertical:

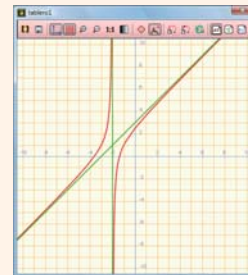
dibujar($x = -2$, {color=verde, anchura_linea=2})

Asíntota horizontal: no tiene.

Asíntota oblicua:

$$x^2 + 5x + 5 \div x + 2 \rightarrow \begin{array}{r} x^2 + 5 \cdot x + 5 \\ \underline{-(x^2 + 2x)} \\ -3x + 5 \\ \underline{-(-3x - 6)} \\ 11 \end{array} \begin{array}{l} x+2 \\ x+3 \\ -1 \end{array}$$

dibujar($x + 3$, {color=verde, anchura_linea=2})




112. Internet. Abre la web: www.editorial-bruno.es, elige **Matemáticas**, curso y tema.

Así funciona

En las gráficas realizadas con **Wiris** de las funciones definidas a trozos, no se aprecia el valor de la función en los puntos extremos de los intervalos. El valor de la función en dichos puntos se debe estudiar en la fórmula.

Funciones especiales




$y = \text{suelo}(x)$ es $y = \text{Ent}(x)$ $y = \text{decimal}(x)$ es $y = \text{Dec}(x)$ $y = \text{signo}(x)$ es $y = \text{signo}(x)$

Para introducir la función **valor absoluto**, se elige en **Operaciones** el símbolo  **Valor absoluto**


Funciones definidas a trozos

Para dibujar una función en un intervalo, se escribe la función, una coma y los límites del intervalo separados por dos puntos alineados horizontalmente.

Cálculo de límites

Para hallar un límite en **Análisis**, se elige una de las siguientes opciones **lim**  **Límite**, **lim**  **Límite derecha**, **lim**  **Límite izquierda**. Los símbolos **+∞** **Infinito positivo**, **-∞** **Infinito negativo**, **±∞** **Infinito sin signo** están en **Símbolos**

Descomposición en fracciones simples

En **Operaciones**, se elige  **División euclidea** y se escribe el dividendo y el divisor. Tiene aplicación al cálculo de asíntotas oblicuas en las funciones racionales.

Practica

113. Dibuja las siguientes funciones, identificalas y estudia sus discontinuidades.

a) $y = \text{decimal}(x)$ b) $y = \text{signo}(x)$

114. Dibuja las siguientes funciones y estudia su continuidad.

a) $y = |2/x|$ b) $y = |x^2 + 2x - 3|$

115. Dibuja las siguientes funciones y estudia sus discontinuidades.

a) $f(x) = \begin{cases} 2/x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{si } x < -2 \\ -x^2 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

116. Halla los límites laterales en el punto que se indica y dibuja la función para comprobarlo gráficamente. Clasifica la discontinuidad en dicho punto.

a) $y = \frac{x-2}{x^2-2x}$ en $x = 2$ b) $y = \frac{2x-5}{x-3}$ en $x = 3$

117. Dibuja las siguientes funciones, halla sus asíntotas y represéntalas.

a) $y = \frac{3x^2 + 4x + 3}{x^2 + 1}$ b) $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

118. Una determinada especie evoluciona según la función: $f(t) = 3 + 2^{-t}$

donde t es el número de años y $f(t)$ son los millones de unidades existentes.

Dibuja la gráfica y, observándola, contesta a la siguiente pregunta: ¿la especie está en vías de extinción? Para comprobarlo, calcula el límite cuando $t \rightarrow +\infty$ y representa la asíntota horizontal.

119. En una ciudad se hace un censo inicial y se sabe que el número de habitantes evoluciona según la función:

$$P(t) = \frac{t^2 + 500t + 2500}{(t + 50)^2}$$

donde t es el número de años transcurridos desde que se hace el censo, y $P(t)$ es el número de habitantes en millones.

a) ¿Cuántos habitantes hay cuando se realiza el censo inicial?

b) ¿Cuántos habitantes habrá dentro de 50 años?

c) Con el paso del tiempo, ¿hacia qué población se estabilizará?

d) Representa la función y la asíntota horizontal.