

Tema 10. Cálculo de derivadas

Paso a paso

135. Calcula la derivada de la función:

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

Solución:

a) Introduce la función: $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

b) Escribe: $f'(x)$

c) Pulsa **Calcular**

10. Cálculo de derivadas
Oscar Arias López
Alba Maza Sánchez
Paso a paso

Ejercicio 135

$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1} \rightarrow x \mapsto \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

$f'(x) \rightarrow \frac{x^2 - 2 \cdot x - 1}{x^2 - 2 \cdot x + 1}$

136. Halla las rectas tangente y normal a la curva:

$$y = x^2 - 6x + 11 \text{ para } x = 4$$

Dibuja la curva y las rectas.

Solución:

Ejercicio 136

$f(x) = x^2 - 6x + 11 \rightarrow x \mapsto x^2 - 6 \cdot x + 11$

$a = 4 \rightarrow 4$

$P = \text{punto}(a, f(a)) \rightarrow (4, 3)$

$f'(x) \rightarrow 2 \cdot x - 6$

$m = f'(a) \rightarrow 2$

$t(x) = m(x - a) + f(a) \rightarrow x \mapsto 2 \cdot x - 5$

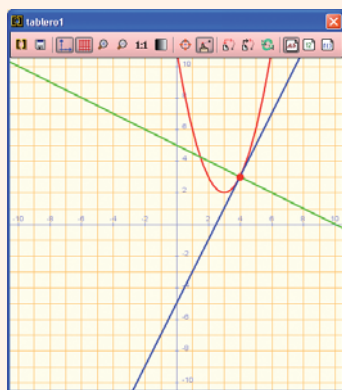
$n(x) = -\frac{1}{m}(x - a) + f(a) \rightarrow x \mapsto -\frac{1}{2} \cdot x + 5$

dibujar(f(x), {color=rojo, anchura_linea=2})

dibujar(t(x), {color=azul, anchura_linea=2})

dibujar(n(x), {color=verde, anchura_linea=2})

dibujar(P, {color=rojo, tamaño_punto=10})



137. Calcula los máximos y mínimos relativos y la monotonía de: $y = x^3 - 3x$

Solución:

Ejercicio 137

$f(x) = x^3 - 3x \rightarrow x \mapsto x^3 - 3 \cdot x$

$f'(x) \rightarrow 3 \cdot x^2 - 3$

resolver($f'(x) = 0$) $\rightarrow \{x = -1, x = 1\}$

$f(-1) \rightarrow 2$

$A(-1, 2)$

$f(1) \rightarrow -2$

$B(1, -2)$

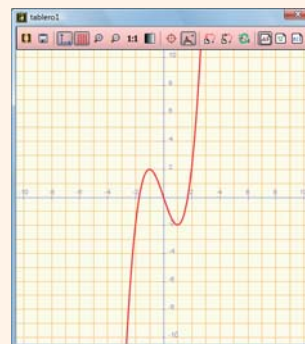
dibujar(f(x), {color=rojo, anchura_linea=2}) \rightarrow tablero1

Máximo relativo: A(-1, 2)

Mínimo relativo: B(1, -2)

Creciente: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

Decreciente: $(-1, 1)$



138. Determina los puntos de inflexión y la curvatura de la función: $y = x^3 - 3x^2 - x + 5$

Solución:

Ejercicio 138

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 5 \rightarrow x \mapsto x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 5$

$f'(x) \rightarrow 3 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 1$

$f''(x) \rightarrow 6 \cdot x - 6$

resolver($f''(x) = 0$) $\rightarrow \{x = 1\}$

$f(1) \rightarrow 2$

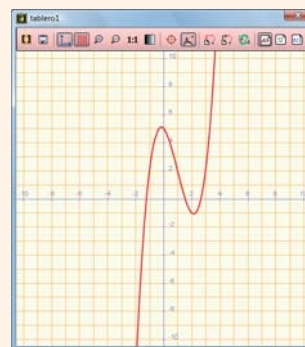
$A(1, 2)$

dibujar(f(x), {color=rojo, anchura_linea=2}) \rightarrow tablero1

Punto de inflexión: A(1, 2)

Convexa (U): $(1, +\infty)$

Cóncava (∩): $(-\infty, 1)$



139. Internet. Abre la web: www.editorial-bruno.es, elige **Matemáticas**, curso y tema.

Así funciona

Cálculo de derivadas

Se introduce la función como $f(x)$ y se escribe $f'(x)$. Para obtener la 2ª derivada se escribe $f''(x)$. Al ser dos primas, no sirve el signo de comillas.

Sustitución de variables

Para hallar el valor de $f(x)$ para $x = a$, se escribe $f(a)$

Para hallar el valor de $f'(x)$ para $x = a$, se escribe $f'(a)$

Para hallar el valor de $f''(x)$ para $x = a$, se escribe $f''(a)$

Resolver ecuaciones

Por ejemplo, para hallar las raíces de la primera derivada se escribe: **resolver**($f'(x) = 0$)

Practica

140. Calcula la 1ª derivada de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{e^x}{\text{sen } x}$ b) $y = \sqrt{3x^2 - 5}$

141. Calcula la 1ª derivada de las siguientes funciones:

a) $y = e^{\text{tg } x}$ b) $y = e^x \text{ L } x$

142. Calcula la 1ª derivada de las siguientes funciones:

a) $y = e^{x^2} \cos x$ b) $y = \text{L } \cos^3 x$

143. Calcula los máximos y los mínimos relativos y determina la monotonía de la siguiente función:

$$y = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

144. Calcula los máximos y los mínimos relativos y determina la monotonía de la siguiente función:

$$y = \frac{x^2 + 4}{x}$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

145. Calcula los puntos de inflexión y determina la curvatura de la siguiente función:

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

146. Calcula los puntos de inflexión y determina la curvatura de la siguiente función:

$$y = \frac{6}{x^2 + 3}$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

147. Calcula y clasifica los puntos críticos de las siguientes funciones:

a) $y = x^3 - 6x^2 + 12x - 7$

b) $y = -x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x + 2$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.

Con ayuda de Wiris, resuelve los siguientes problemas:

148. Halla la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la siguiente función en el punto que se indica:

$$y = x^4 - 2x^3 \text{ en } x = 1$$

Representa la función, la recta tangente y la recta normal para comprobarlo.

149. Calcula los máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión y determina la monotonía y la curvatura de la siguiente función:

$$y = \frac{3x}{x^2 - 1}$$

Dibuja la gráfica para comprobarlo.