UNIDAD 7:
FUNCIONES ELEMENTALES

1. FUNCIONES ELEMENTALES

Llamaremos "***funciones elementales***" a las funciones obtenidas al realizar sumas, productos, cocientes y composiciones de logaritmos, exponenciales, potencias y funciones trigonométricas.

2. FUNCIONES AFINES, LINEALES Y CONSTANTES

Las *funciones afines* son funciones de la forma

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$
$$f(x)=ax+b$$

donde *a* y *b* son números reales no nulos.

Si $b=0$ y $a\neq 0$, entonces la función

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$
$$f(x)=ax$$

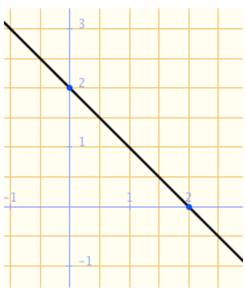
recibe el nombre de *función lineal*.

Por último, la función

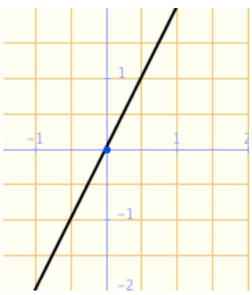
$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$
$$f(x)=b$$

recibe el nombre de *función constante*.

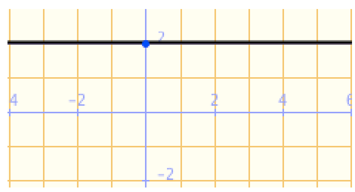
Geométricamente estos tres tipos de funciones representan rectas en el plano. Para representarlas (dibujarlas), basta con construir una tabla de valores (con dos valores).



$f(x)=-x+2$



$f(x)=2x$



$f(x)=2$

Recuerda también que todas las funciones lineales pasan por el origen de coordenadas.

Ejercicios:

1. *Representa las siguientes funciones sobre unos mismos ejes:*

$f_1(x)=2x+3$ $\qquad f_2(x)=\dfrac{3}{2}x$ $\qquad f_3(x)=-1$

2. *Representa las siguientes funciones y establece la relación que hay entre ellas:*
$f_1(x)=x$ $\qquad f_2(x)=x+1$ $\qquad f_3(x)=x-2$

Algunas **propiedades** de las funciones afines, lineales y constantes son:

- Dominio: $(-\infty,+\infty)$
- Imagen o recorrido: $\begin{cases} -\text{ Afines y lineales: } \mathbb{R}=(-\infty,+\infty) \\ -\text{ Constantes: } \{b\} \end{cases}$
- Monotonía: $\begin{cases} -\text{ Afines y lineales: } \nearrow\nearrow \text{ si } a>0 \text{ y } \searrow\searrow \text{ si } a<0 \\ -\text{ Constantes: como su nombre indica son constantes} \end{cases}$
- Extremos relativos: no tienen

Sobre la *notación*: $\nearrow\nearrow$ indica que la función es estrictamente creciente y $\searrow\searrow$ que es estrictamente decreciente.

3. FUNCIONES CUADRÁTICAS

Son funciones de la forma

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$
$$f(x)=ax^2+bx+c$$

donde $a,c,b\in\mathbb{R}$ y $a\neq 0$.

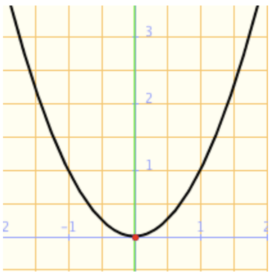
Geométricamente representan parábolas. Para cuya representación seguiremos los siguientes pasos:

1) Se calcula el *vértice*:

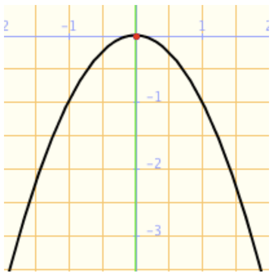
$$V(x_v,y_v) \text{ donde } \begin{cases} x_v=\dfrac{-b}{2a} \\ y_v=f(x_v)= \text{ sustituir } x_v \text{ en la función} \end{cases}$$

2) Se calculan los *puntos de corte con el eje OX*, si los hay, para lo que hay que resolver la ecuación $ax^2+bx+c=0$.
3) Se calcula el *punto de corte con el eje OY*, para lo que hay obtener el valor de y, cuando $x=0$.
4) *<u>Solo se aplica si no hemos podido usar 2)</u>*. Se construye una tabla de valores con dos valores a la izquierda del vértice y otros dos a la derecha del mismo.

Recuerda que la parábola está abierta hacia arriba (es convexa) cuando $a>0$, y está abierta hacia abajo (es cóncava) cuando $a<0$.



$y=x^2$



$y=-x^2$

Ejercicios:

3. *Representa las siguientes funciones cuadráticas:*

a) $y = x^2 - 2x + 3$

b) $y = 2x^2 - 10x + 8$

c) $y = -x^2 - 2x - 3$

d) $y = \frac{1}{3}x^2 - x + 3$

4. *Representa las siguientes funciones cuadráticas y establece la relación que hay entre ellas:*
$f_1(x) = x^2,\ f_2(x) = x^2 + 2,\ f_3(x) = x^2 - 1 \text{ y } f_4(x) = -x^2$

5. *Representa las siguientes parábolas en el dominio que se indica:*

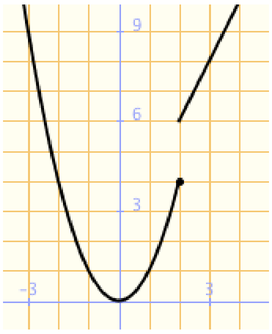
a) $y = x^2 - 6x + 1$ para $x \in [1,6)$

b) $y = -x^2 + 3x$ para $x \in [0,4]$

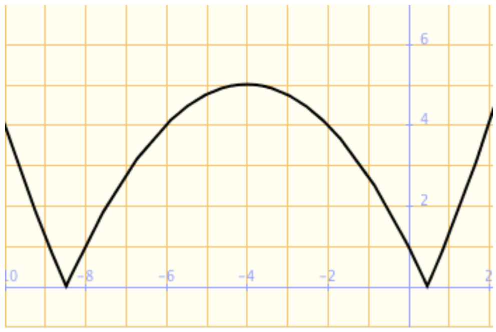
c) $y = x^2 - 4$ para $x \in (-\infty,-2] \cup (2,+\infty)$

4. FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

Para su representación gráfica basta con hacer la correspondiente representación de cada uno de los trozos (en su dominio).



$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x \le 2 \\ 2x + 2 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$



$$f(x) = \left| -\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 \right|$$

Ejercicios:

6. *Representa las siguientes funciones definidas a trozos:*

a) $f(x) = \begin{cases} 16 - x^2 & \text{si } -2 \le x < 2 \\ x^2 & \text{si } 2 \le x \le 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x & \text{si} \quad x \le 0 \\ -1 + 2x & \text{si} \quad 0 < x \le 1 \\ -x^2 + 2x & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si} \quad x \le -1 \\ (x-2)^2 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$

5. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Son funciones de la forma

$$f:\mathbb{R}-\{0\}\rightarrow\mathbb{R}-\{0\}$$
$$f(x)=\frac{k}{x}$$

donde *k* es un número real no nulo.

Geométricamente representan hipérbolas equiláteras cuyas asíntotas son los ejes coordenados:

* Asíntota horizontal: $y=0$

* Asíntota vertical: $x=0$

Ejercicio:

7. *Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:*

a) $y=\frac{1}{x}$ *c)* $y=\frac{1}{x-2}$

b) $y=-\frac{1}{x}$ *d)* $y=\frac{1}{x-2}+3$

6. FUNCIONES RACIONALES ESPECIALES

Son funciones de la forma

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}\qquad\forall x\neq-\frac{d}{c}$$

donde $a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

Para su **representación gráfica** (que es una hipérbola equilátera) construiremos una tabla de valores y a partir de ella deduciremos sus **propiedades**.

Estas gráficas poseen las siguientes asíntotas:

* Asíntota horizontal: $y=\frac{a}{c}$

* Asíntota vertical: $cx+d=0\Leftrightarrow x=-\frac{d}{c}$

Ejercicio:

8. *Representa las siguientes funciones racionales:*

a) $y=\frac{3x+2}{x-1}$ *c)* $y=\frac{4x+3}{x+1}$

b) $y=\frac{x-1}{x+1}$ *d)* $y=\frac{x+1}{x-1}$

7. FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO DE UNA FUNCIÓN

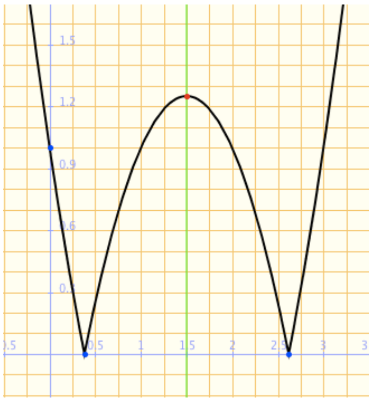
La **<u>función valor absoluto</u>** de una función $f(x)$, se define por:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{si} \quad f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{si} \quad f(x) < 0 \end{cases}$$

Para su **representación gráfica** usaremos cualquiera de los siguientes dos procedimientos:

(1) Representar $f(x)$ y los trozos de curva que estén en la parte negativa del eje OY ponerlos positivos (mediante sus simétricos)

(2) Escribir la función $y = |f(x)|$ como una función definida a trozos (usando la definición), y representar cada uno de los trozos correspondientes.



<u>Ejercicio:</u>

9. *Representa las siguientes funciones:*

a) $f(x) = \left| -\dfrac{1}{3}x^2 + 3 \right|$

b) $f(x) = \begin{cases} |x+2| & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^2 - 2 & \text{si} \quad 0 < x \leq 3 \\ 4 & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} |x+1| & si \quad x \leq 0 \\ -x^2 + 1 & si \quad 0 < x \leq 2 \\ -2 & si \quad x > 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 2 & si \quad x < -3 \\ |x+1| & si \quad -3 \leq x < 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

8. <u>TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES</u>

Este es un procedimiento para representar de forma rápida muchas funciones, conociendo la gráfica de algunas funciones básicas $\left(y = x,\ y = x^2,\ y = \dfrac{1}{x}, ...\right)$

8.1. <u>Traslaciones</u>

Sea $c > 0$. Las traslaciones horizontal y vertical de la gráfica de $y = f(x)$ se representan como sigue:

a) Traslación vertical de c unidades hacia arriba: $f(x)+c$

b) Traslación vertical de c unidades hacia abajo: $f(x)-c$

c) Traslación horizontal de c unidades hacia la derecha: $f(x-c)$

d) Traslación horizontal de c unidades hacia la izquierda: $f(x+c)$

8.2. Reflexiones

Las reflexiones (imágenes en el espejo) con respecto a los ejes de coordenadas de la gráfica de $y = f(x)$ se representan por:

a) Reflexión con respecto al eje OX : $-f(x)$

b) Reflexión con respecto al eje OY : $f(-x)$

8.3. Procedimiento

Seguiremos los siguientes **pasos**:

Partimos de la función básica ($y = x,\ y = x^2,\ y = \dfrac{1}{x},...$) que notaremos por $f(x)$ y queremos representar la función $-f(x+k)+h$:

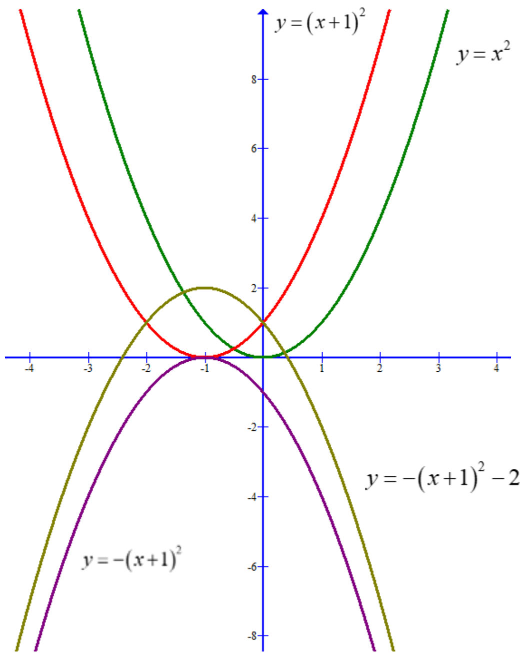
(1º) Se representa la función básica $f(x)$.

(2º) Traslaciones horizontales: representamos $f(x+k)$

(4º) Reflexiones: representamos $-f(x+k)$

(3º) Traslaciones verticales: representamos $-f(x+k)+h$

Ejemplo: Representar $y = -(x+1)^2 - 2$



Pasos:

1º) $y = x^2$

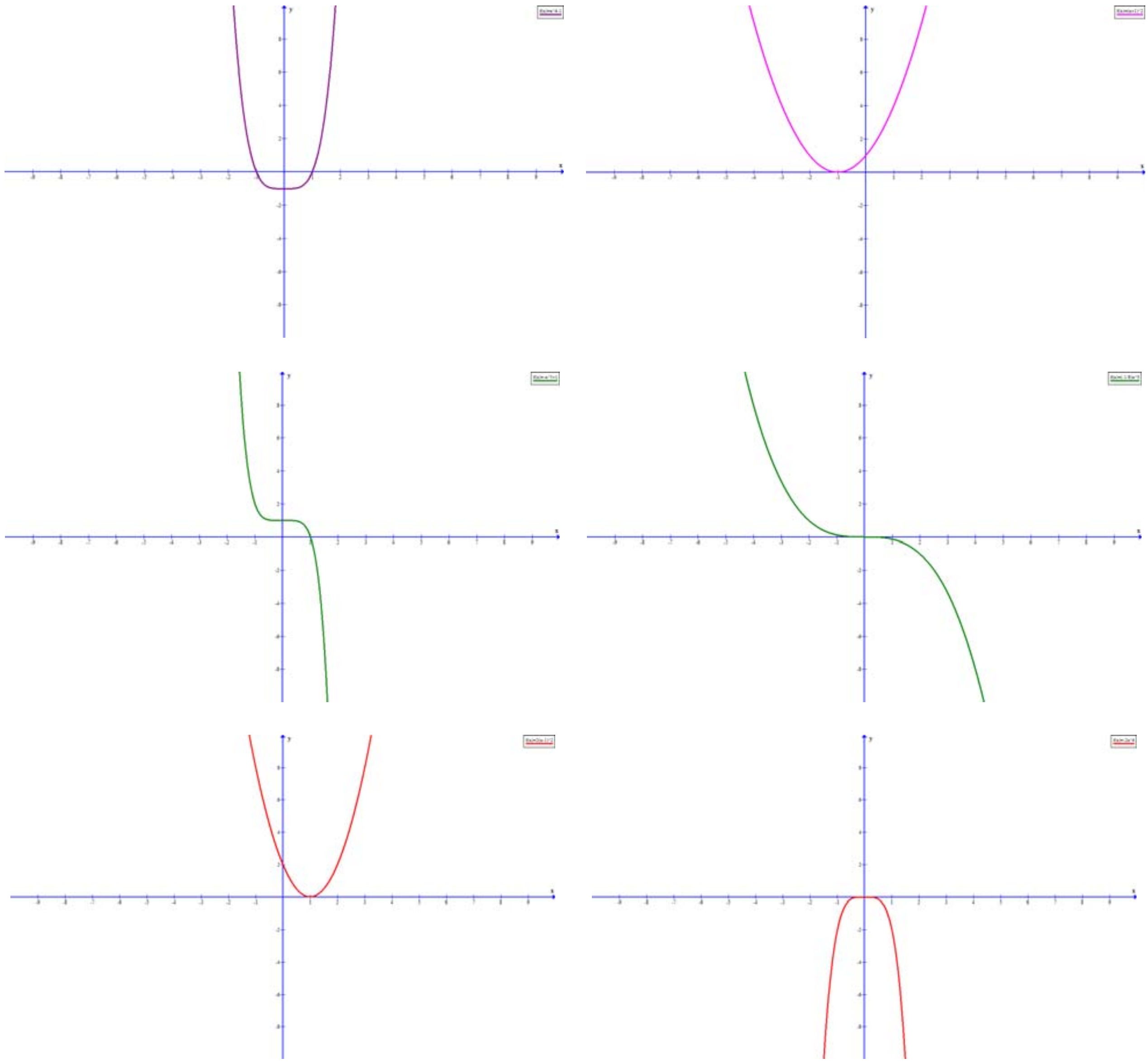
2º) $y = (x+1)^2$ (traslación hacia la izquierda)

3º) $y = -(x+1)^2$ (reflexión respecto del eje OX)

4º) $y = -(x+1)^2 - 2$ (traslación hacia abajo)

Ejercicios:

10. *Asocia cada gráfica a su expresión algebraica.*



a) $y=-\frac{1}{8}x^3$ c) $y=2(x-1)^2$ e) $y=(x+1)^2$

b) $y=-2x^4$ d) x^4-1 f) $y=-x^5+1$

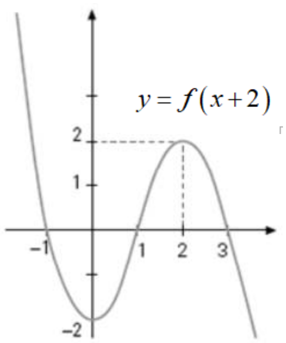
11. *A partir de la gráfica de* $y=f(x+2)$ *adjunta, dibuja las gráficas de las funciones:*

a) $y=f(x)$

b) $y=f(x)-5$

c) $y=-f(x)$

d) $y=|f(x)|$



9. FUNCIONES LOGARÍTMICAS

■ Logaritmo de base a

El logaritmo en base $a(>0 \text{ y } \neq 1)$ de un número *N* es el exponente al que hay que elevar la base para que dé dicho número:

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

Los logaritmos de base 10 se llaman decimales[1] y se representaban por log, y los logaritmos de base e se llaman neperianos o naturales y se representaban por ln o L.

Propiedades:

1) $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$

2) $\log_a\left(\dfrac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$ siempre que $N \neq 0$

3) $\log_a N^m = m\log_a N \quad \forall m \in \mathbb{R}$

Transformación de logaritmos:

4) $\log_a N = \dfrac{\ln N}{\ln a}$

Otras propiedades:

5) Los logaritmos de un número en dos bases inversas a y $\dfrac{1}{a}$ son opuestos.

6) Conocidos los logaritmos en una base mayor que 1 se pueden hallar fácilmente en cualquier otra base.

■ Función logaritmo de base $a(>0 \text{ y } \neq 1)$

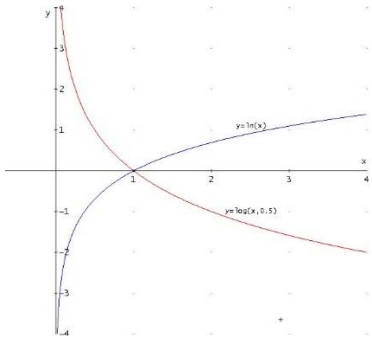
$$\log_a : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \log_a x$$

Propiedades:

1) $\mathrm{Dom}(\log_a) = (0,+\infty)$
2) $\mathrm{Img}(\log_a) = \mathbb{R}$
3) Continua y estrictamente monótona (creciente si $a > 1$ y decreciente si $a < 1$)
4) Biyectiva, luego tiene inversa que es la función exponencial de base a.
5)
$$\text{Si } a > 1 \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0+} \log_a x = -\infty \\ \lim\limits_{x\to +\infty} \log_a x = +\infty \end{cases}$$
$$\text{Si } a < 1 \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0+} \log_a x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to +\infty} \log_a x = -\infty \end{cases}$$

[1] Actualmente, esta notación está en desuso y se utiliza la notación log para representar el logaritmo natural o neperiano.

6) Curvatura: $\begin{cases} f'(x)=\dfrac{1}{x}\log_a e \\ f''(x)=-\dfrac{1}{x^2}\log_a e \rightarrow f(x) \text{ es } \begin{cases}\text{convexa si } a<e \\ \text{cóncava si } a \geq e\end{cases}\end{cases}$



Ejercicio:

12. *Representa las siguientes funciones logarítmicas:*

a) $y=\log x$ *c)* $y=-\log x$

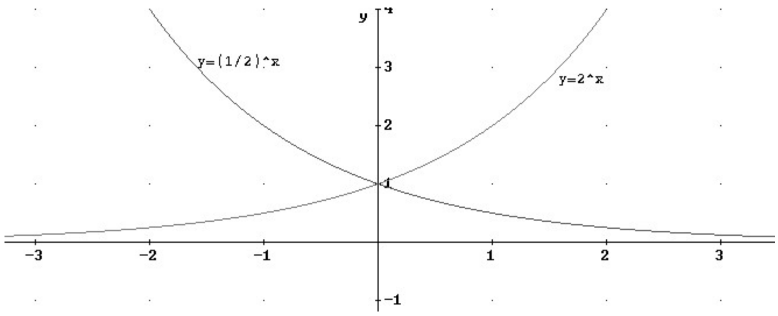
b) $y=\log_{10} x$ *d)* $y=\log_{\frac{1}{2}} x$

10. FUNCIONES EXPONENCIALES

■ **Dos funciones exponenciales**

$f(x)=2^x$

$g(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$



Propiedades:

1) $\text{Dom}(f)=\mathbb{R}$

2) $\text{Img}(f)=\mathbb{R}^+$

3) f está acotada inferiormente, pero no superiormente

4) f no es par ni impar

5) f es continua

6) f es estrictamente creciente y por tanto inyectiva (luego tiene inversa)

7) f no tiene extremos relativos

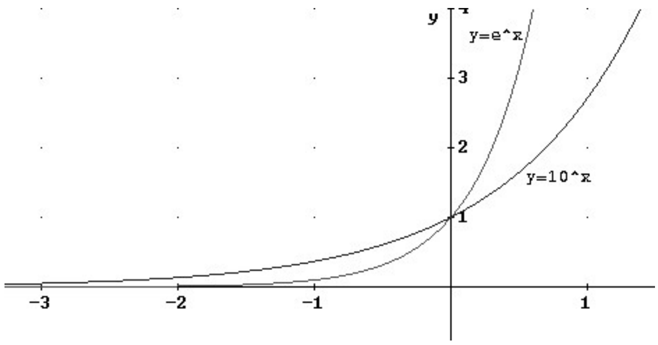
8) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
9) $f^{-1}(x)=\log_2(x)$
10) f es sobreyectiva y como consecuencia, es biyectiva

1) $\mathrm{Dom}(g)=\mathbb{R}$
2) $\mathrm{Img}(g)=\mathbb{R}^+$
3) g está acotada inferiormente pero no superiormente
4) g no es par ni impar
5) g es continua
6) g es estrictamente decreciente y por tanto inyectiva (luego tiene inversa)
7) g no tiene extremos relativos
8) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ y $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$
9) $g^{-1}(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x)$
10) g es sobreyectiva y como consecuencia, es biyectiva

■ **Dos funciones exponenciales especiales**

$f(x)=e^x$ (donde $\log^{-1}=f$: $e^x=y \Leftrightarrow x=\log y$)

$g(x)=10^x$



Propiedades:

1) $\mathrm{Dom}(g)=\mathrm{Dom}(g)=\mathbb{R}$
2) $\mathrm{Img}(g)=\mathrm{Img}(g)=\mathbb{R}^+=(0,+\infty)$
3) f y g son estrictamente crecientes y como consecuencia, inyectivas
4) f y g están acotadas inferiormente pero no superiormente
5) f y g son continuas
6) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} g(x)=0$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
7) f y g son sobreyectivas y, por tanto, biyectivas
8) $f^{-1}(x)=\log x$ y $g^{-1}(x)=\log_{10}(x)$

■ **Función Exponencial**

$f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$

$f(x)=a^x:=e^{x\log a}$ con $a>0$ y $a\neq 1$

<u>Propiedades:</u>

1) $\text{Dom}(f)=\mathbb{R}$
2) $\text{Dom}(f)=(0,+\infty)$
3) $f(0)=1$ y $f(1)=a$
4) $f(x+y)=f(x)f(y)\Leftrightarrow a^{x+y}=a^xa^y$
5) f es continua
6) f es estrictamente $\begin{cases}\text{creciente si } a>1\\ \text{decreciente si } 0<a<1\end{cases}$
7) $\begin{cases}\text{Para } 0<a<1 \text{ se tiene que } \begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty\end{cases}\\ \text{Para } a>1 \text{ se tiene que } \begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0\end{cases}\end{cases}$
8) Curvatura: $f(x)$ es convexa

<u>Ejercicio:</u>

13. *Representa las siguientes funciones exponenciales:*

a) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ *c)* $y=e^x$ *c)* $y=2^x$ *d)* $y=e^{-x}$

11. <u>FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS</u>

■ **<u>Función seno</u>**

$\text{sen}:\mathbb{R}\to[-1,1]$

$x\mapsto \text{sen}\, x$

<u>Propiedades:</u>

1) La función seno es impar: $\text{sen}(-x)=-\text{sen}\, x$
2) Es continua
3) $|\text{sen}\, x|\leq 1\quad \forall x\in\mathbb{R}$, es decir, está acotada
4) Es $2\pi-$periódica: $\text{sen}(x+2\pi)=\text{sen}\, x$
5) sen es estrictamente $\begin{cases}\text{creciente en } \left(\frac{3\pi}{2}+2\pi(k-1),\frac{\pi}{2}+2\pi k\right)\\ \text{decreciente en } \left(\frac{\pi}{2}+2\pi k,\frac{3\pi}{2}+2\pi k\right)\end{cases}$

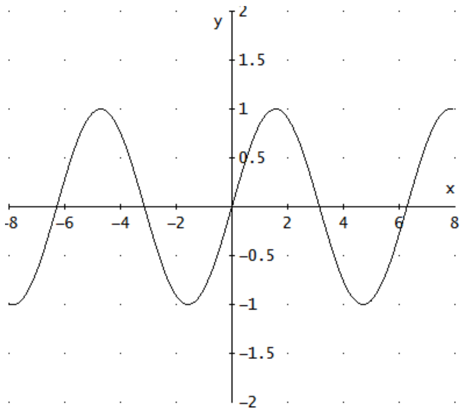
6) Tiene máximos relativos en $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi k,1\right)$ y mínimos relativos en $\left(\frac{3\pi}{2}+2\pi k,-1\right)$.

7) Cortes con el eje OX: $x=\pi k$ con $k\in\mathbb{Z}$

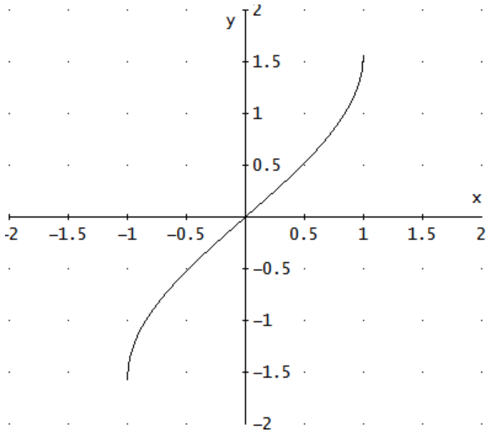
8) $\text{sen}:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\to[-1,1]$ biyectiva

$\Rightarrow \exists \text{sen}^{-1}=\text{arcsen}:[-1,1]\to\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

tal que $\text{sen}(\text{arcsen}\, x)=x=\text{arcsen}(\text{sen}\, x)$



Función seno



Función arcoseno

■ **<u>Función coseno</u>**

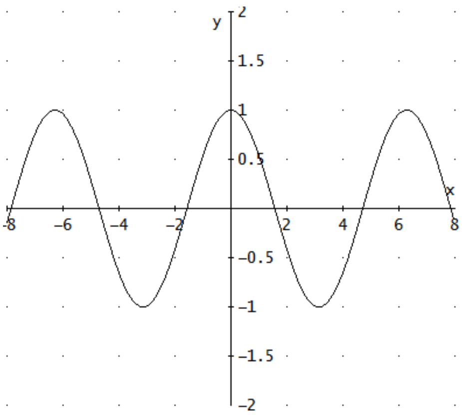
$$\cos:\mathbb{R}\to[-1,1]$$
$$x\mapsto \cos x$$

<u>Propiedades:</u>

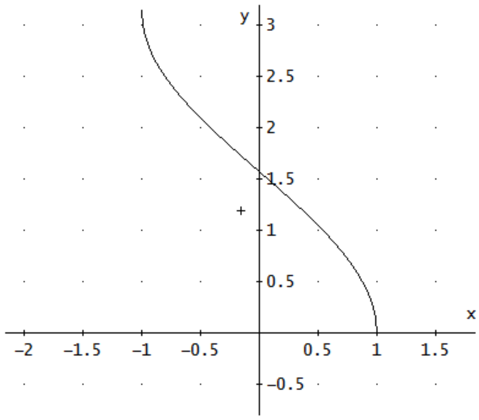
1) La función coseno es par: $\cos(-x)=\cos\ x$
2) Es continua
3) $|\cos x|\le 1\ \ \forall x\in\mathbb{R}$, es decir, está acotada
4) Es $2\pi-$periódica: $\cos(x+2\pi)=\cos x$
5) cos es estrictamente $\begin{cases}\text{creciente en } (\pi(2k-1),2\pi k)\\ \text{decreciente en } (2\pi k,\pi(2k+1))\end{cases}$
6) Tiene máximos relativos en $(2\pi k,1)$ y mínimos relativos en $(\pi(2k+1),-1)$.
7) Cortes con el eje OX: $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ con $k\in\mathbb{Z}$
8) $\cos:[0,\pi]\to[-1,1]$ biyectiva

$\Rightarrow \exists \cos^{-1}=\arccos:[-1,1]\to[0,\pi]$ tal que

$$\cos(\arccos x)=x=\arccos(\cos x)$$



Función coseno



Función arcocoseno

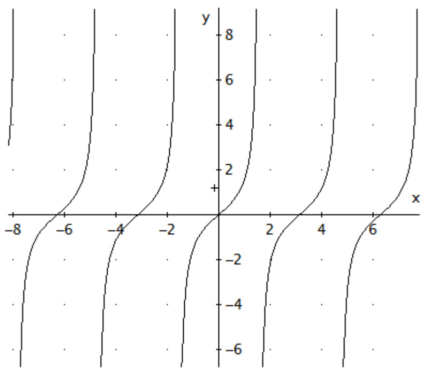
■ **Función tangente**

$$\operatorname{tg}:\mathbb{R}-\left\{k\pi+\frac{\pi}{2}:k\in\mathbb{Z}\right\}\to\mathbb{R}$$
$$x\mapsto \operatorname{tg} x$$

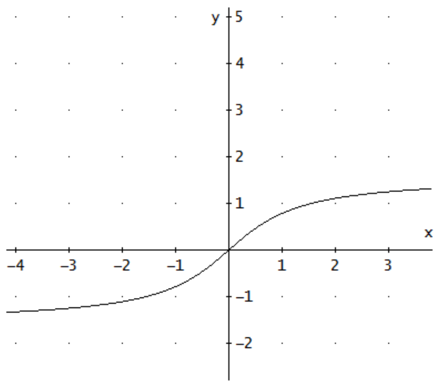
Propiedades:

1) La función tangente es impar: $\operatorname{tg}(-x)=-\operatorname{tg} x$
2) Es continua
3) No está acotada ni superior ni inferiormente
4) Es $\pi-$periódica: $\operatorname{tg}(x+\pi)=\operatorname{tg} x$
5) Cortes con el eje OX: $x=\pi k$ con $k\in\mathbb{Z}$
6) tg es estrictamente creciente
7) No tiene extremos relativos
8) $\begin{array}{l}\operatorname{tg}:\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\to\mathbb{R}\\ \quad x\longrightarrow \operatorname{tg} x\end{array}$ biyectiva $\Rightarrow \exists\operatorname{tg}^{-1}=\operatorname{arctg}:\mathbb{R}\to\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ tal que

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x)=x=\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)$$



Función tangente



Función arcotangente

12. APLICACIÓN A LA ECONOMÍA: FUNCIONES DE OFERTA Y DEMANDA

La función o curva de demanda del mercado muestra la relación entre la cantidad demandada de un bien por todos los individuos y su precio, manteniendo constantes otros factores (gustos, renta, precio de bienes relacionados…)

La **función de demanda**, $f_d(p)$, para cualquier bien o producto, es la función que nos da el número de unidades de producto en función del precio, p, de cada unidad que los consumidores están dispuestos a comprar.

En su expresión matemática más simple la función de demanda puede ser:

– Lineal: $f_d(p) = mp + n$ con $m < 0$

– Cuadrática: $f_d(p) = ap^2 + bp + c$ con $a < 0$

La función o curva de oferta del mercado muestra la relación entre la cantidad ofrecida de un bien por todos los productos y su precio, manteniendo constante otros factores (tecnología, precio de factores productivos…).

La **función de oferta**, $f_o(p)$, para cualquier bien o producto, es la función que nos da el número de unidades que los fabricantes están dispuestos a producir en función del precio unitario del producto.

En su expresión matemática más simple la función de oferta puede ser:

- Lineal

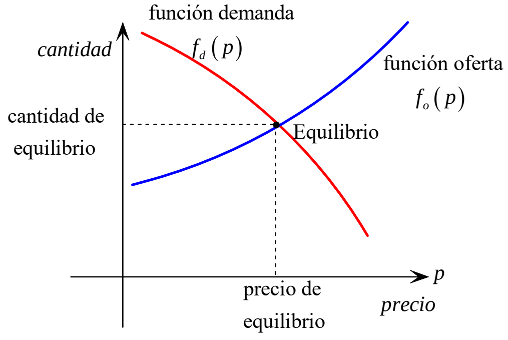
  $f_o(p) = mp + n$ con $m > 0$
- Cuadrática

  $f_o(p) = ap^2 + bp + c$ con $a > 0$

Cuando se ponen en contacto consumidores y productores con sus respectivas funciones de demanda y oferta, podemos analizar cómo se lleva a cabo la coordinación de ambos tipos de agentes. Para ello debemos realizar un estudio conjunto de las gráficas de ambas funciones.

La **cantidad de equilibrio** es el número de unidades del producto que se debe fabricar para que la oferta y la demanda sean iguales.

El precio correspondiente a la cantidad de equilibrio, es decir, aquel precio en el que coinciden los planes de los demandantes o consumidores y de los ofertantes o productores se llama **precio de equilibrio**.



13. APLICACIONES A LA FÍSICA

Movimiento rectilíneo uniforme:

La partícula se mueve en línea recta con velocidad constante (en módulo y sentido). La relación entre la posición y el tiempo es:

$$x = x_0 + v\left(t - t_0\right)$$

donde x_0 es la posición inicial y t_0 el tiempo inicial.

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

En este caso, la aceleración permanece constante, de modo que

$$x = x_0 + v_0\left(t - t_0\right) + \frac{1}{2}a\left(t - t_0\right)^2$$

Segunda Ley de Newton:

La aceleración que experimenta una partícula de masa m es proporcional a la fuerza neta, F, que actúa sobre ella:

$$F = ma$$

Ley de Coulomb

Cuando situamos una carga en las proximidades de otra, aparecen fuerzas (repulsivas o atractivas) entre ellas. La expresión de esta ley es la siguiente:

$$F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

donde K es una constante que depende medio en el que se encuentran las cargas q_1 y q_2, y r es la distancia que entre las cargas

Ley de Ohm: resistencia eléctrica

La intensidad de corriente, I, es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicada entre sus extremos, $V_1 - V_2$, esto es,

$$V_2 - V_2 = I \cdot R$$

14. APLICACIONES A LA QUÍMICA

Concepto de pH

Las concentraciones de iones H_3O^+ en mol/L suelen variar entre los límites 10^{-14} y 10^0. Para expresar estas concentraciones mediante números sencillos Sörensen, en 1909, introdujo el concepto de *pH*.

$$pH = -\log_{10}\left[H_3O^+\right]$$

Debido al signo negativo, la escala de *pH* va en sentido contrario al de la concentración de H_3O^+, es decir, que el *pH* de una disolución aumenta a medida que disminuye $\left[H_3O^+\right]$, o sea la acidez.

Molalidad o concentración molal:

Es la relación entre el número de moles y los kilogramos de disolvente. Se representa por *m* y sus unidades son mol/kg. Aparece en los cálculos de los aumentos ebulloscópicos y descensos crioscópicos que experimentan las disoluciones.

$$m = \frac{n_s}{M_d}$$

donde n_s es el número de moles de soluto, M_d el número de kg de disolvente.