

## Razones trigonométricas del ángulo mitad

### Seno y coseno

Por una parte

$$\operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} + \operatorname{cos}^2 \frac{\alpha}{2} = 1$$

y por otra:

$$\operatorname{cos} \alpha = \operatorname{cos} \left[ 2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) \right] = \operatorname{cos}^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2}$$

Restando las igualdades anteriores ([1] y [2]):

$$1 - \operatorname{cos} \alpha = 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} \alpha}{2}}$$

y sumando las igualdades anteriores ([1] y [2]):

$$1 + \operatorname{cos} \alpha = 2 \operatorname{cos}^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \operatorname{cos} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \operatorname{cos} \alpha}{2}}$$

C.Q.D.

### Tangente

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{cos} \frac{\alpha}{2}} = \frac{\pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} \alpha}{2}}}{\pm \sqrt{\frac{1 + \operatorname{cos} \alpha}{2}}} = \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} \alpha}{1 + \operatorname{cos} \alpha}}$$

C.Q.D.