

Problemas de sistemas de ecuaciones lineales: método de Gauss

La esencia de las matemáticas no es hacer las cosas simples complicadas,
sino hacer las cosas complicadas simples.
S. Gudder.

1. Una determinada compañía de teatro presenta una obra en una ciudad, dando sólo tres representaciones. Se sabe que el número de espectadores que asiste a la segunda representación se incrementó en un 12 % respecto a la primera, que a la tercera asistieron 336 espectadores menos que a la segunda y que el número de espectadores de la primera superó en 36 espectadores el de la tercera. Calcular el número de espectadores que asistieron a cada representación.
2. Los habitantes de una ciudad tienen los ojos de color azul, o de color negro o de color marrón. El número de los que tienen ojos azules, aumentado en 5, es igual a la sexta parte del número de los que tienen los ojos negros o marrones. El número de los que tienen ojos negros, disminuido en 75, es igual a la mitad de los que tienen los ojos azules o marrones. Finalmente, el número de los que tienen ojos marrones, aumentado en 50, es igual al número de los que tienen los ojos azules o negros. ¿Cuántos habitantes tiene la ciudad?
3. Tres amigas, Elena, Carmen y Cristina entran en una tienda de deportes en la que sólo hay tres tipos de artículos. Elena se compra 2 pares de zapatillas, 1 sudadera y 1 pantalón. Carmen se compra 1 par de zapatillas, 2 sudaderas y 2 pantalones, y Cristina se compra 2 pares de zapatillas y 3 pantalones. Elena se ha gastado en total 70 euros, Carmen 80 euros y Cristina 70 euros. ¿Cuánto vale cada artículo?
4. Un grupo de 30 alumnos de 2º de bachillerato realiza una votación a fin de determinar el destino de la excursión fin de curso, entre los siguientes lugares: Baleares, Canarias y París. El número de los que prefieren Baleares triplica al número de los que prefieren París. El 40% de los que prefieren Canarias coincide con la quinta parte de la suma de los que prefieren los otros dos lugares. Halla el número de votos que obtuvo cada destino.
5. Hallar las edades de un padre y de sus dos hijos sabiendo que actualmente las tres suman 88 años; que dentro de 10 años, la suma de las edades que tendrán el padre y el hijo menor excederá en 2 años al triple de la edad que tendrá el hijo mayor y que hace 12 años, la suma de las edades que tenía el padre y el hijo mayor era doce veces la edad que tenía el hijo pequeño.
6. Las edades de tres vecinos suman 54 años y son proporcionales a 2, 3 y 4. Halla la edad de cada uno de ellos.
7. En una clase se celebran elecciones para Delegado. Se presentan dos candidatos: X e Y. El 5% del total de votos emitidos es nulo. Cuatro veces el número de votos obtenido por Y menos tres veces el número de votos obtenidos por X excede al número de votos nulos en una unidad. Si dividimos el número de votos obtenidos por X entre el número de los obtenidos por Y se obtiene de cociente 1 y de resto 7. ¿Cuántos votos obtuvo cada candidato?
8. Una determinada Universidad tiene 1000 profesores entre Catedráticos, Titulares y Asociados. Si 50 Titulares pasaran a ser Catedráticos, el número de Titulares restantes sería doble que el número de Catedráticos que resultarían del traspaso más el número de Asociados. En cambio, si 100 Titulares

pasaran a ser Catedráticos, entonces el número de Titulares restantes sería igual que la suma del número de Catedráticos resultantes del traspaso y el número de Asociados. Halla el número inicial de profesores de cada categoría.

9. Los 30 alumnos de un grupo de 4º de ESO cursan tres asignaturas optativas distintas: Francés, Cultura Clásica y Energías alternativas. Si dos alumnos de Francés se hubiesen matriculado de Cultura Clásica, entonces estas dos asignaturas tendría el mismo número de alumnos. Si dos alumnos de Cultura Clásica se hubiesen matriculado en Energías Alternativas, entonces Energías Alternativas tendría doble número de alumnos que Cultura Clásica. Halla el número de alumnos matriculado en cada asignatura.

10. (*) Tres amigos, A, B y C deciden hacer un fondo común con el dinero que tienen para hacer una compra de golosinas. La razón entre la suma y la diferencia de las cantidades de dinero que tienen A y B es $11/5$. Dividiendo la cantidad de dinero que tiene A entre la cantidad de dinero que tiene B se obtiene de cociente 2 y de resto la cantidad de dinero que tiene C. Halla la cantidad de dinero que tiene cada uno sabiendo, además, que el doble de la suma de las que tienen B y C excede en 2 euros a la que tiene A.

SOLUCIONES

Ejercicio 1 - Solución:

$x = n^{\circ}$ de espectadores de la 1ª representación

$y = n^{\circ}$ de espectadores de la 2ª representación

$z = n^{\circ}$ de espectadores de la 3ª representación

$$\begin{cases} y = x + 0.12x \\ z = y - 336 \\ x = z + 36 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (2\ 500, 2\ 800, 2\ 464)$$

A la primera representación asistieron 2 500 personas, a la segunda 2 800, y a la tercera 2 464.

Ejercicio 2 - Solución:

$x = n^{\circ}$ de habitantes con los ojos azules

$y = n^{\circ}$ de habitantes con los ojos negros

$z = n^{\circ}$ de habitantes con los ojos marrones

$$\begin{cases} x + 5 = \frac{1}{6}(y + z) \\ y - 75 = \frac{1}{2}(x + z) \\ z + 50 = x + y \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (120, 340, 410)$$

Hay 120 habitantes con los ojos azules, 340 con los ojos negros y 410 con los ojos de color marrón.

Ejercicio 3 - Solución:

$x =$ precio del par de zapatillas

$y =$ precio de una sudadera

$z =$ precio de un pantalón

$$\begin{cases} 2x + y + z = 70 \\ x + 2y + 2z = 80 \\ 2x + 3z = 70 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (20, 20, 10)$$

Por tanto, un par de zapatillas cuesta 20€, una sudadera 20 € y un pantalón 10€.

Ejercicio 4 - Solución:

$x =$ número de votos de Baleares

$y =$ número de votos de Canarias

$z =$ número de votos de París

$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ x = 3z \\ 0.4y = \frac{1}{5}(x + z) \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (15, 10, 5)$$

Por tanto, Baleares obtuvo 15 votos, Canarias 10 y París 5 votos.

Ejercicio 5 - Solución:

$x =$ edad actual del padre

$y =$ edad del hijo mayor

$z =$ edad del hijo menor

$$\begin{cases} x + y + z = 88 \\ (x+10) + (z+10) = 3(y+10) + 2 \rightarrow (x, y, z) = (53, 19, 16) \\ (x-12) + (y-12) = 12(z-12) \end{cases}$$

Así, el padre tiene 53 años, el hijo mayor 19 y el hijo menor 16 años.

Ejercicio 6 - Solución:

Sean x, y, z las edades de los vecinos:

$$\begin{cases} x + y + z = 54 \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \rightarrow \begin{cases} 3x = 2y \\ 4x = 2z \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (12, 18, 24) \end{cases}$$

Las edades de los tres vecinos son: 12, 18 y 24 años respectivamente.

Ejercicio 7 - Solución:

$x =$ n° de votos que obtuvo el candidato X

$y =$ n° de votos que obtuvo el candidato Y

$z =$ n° de votos nulos

$$\begin{cases} z = \frac{5}{100}(x + y + z) \\ 4y - 3x = z + 1 \\ x = y + 7 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (32, 25, 3)$$

Así, el candidato X ha obtenido 32 votos y el candidato Y obtuvo 25 votos

Ejercicio 8 - Solución:

$x =$ n° de catedráticos

$y =$ n° de Titulares

$z =$ n° de Asociados

$$\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ y - 50 = 2(x + 50) + z \\ y - 100 = x + 100 + z \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (50, 600, 350)$$

Por tanto, hay 50 Catedráticos, 600 profesores Titulares y 350 profesores Asociados.

Ejercicio 9 - Solución:

$x =$ n° de alumnos que cursan Francés

$y =$ n° de alumnos que cursan Cultura Clásica

$z =$ n° de alumnos que cursan Energías Alternativas

$$\begin{cases} x + y + z = 30 \\ x - 2 = y + 2 \\ 2(y - 2) = z + 2 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (12, 8, 10)$$

Por tanto, hay 12 alumnos que cursan Francés, 8 que cursan Cultura Clásica y 10 que cursan Energías Alternativas.

Ejercicio 10 - Solución:

$$\begin{array}{l} x = \text{dinero que pone A} \\ y = \text{dinero que pone B} \\ z = \text{dinero que pone C} \end{array} \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{11}{5} \\ x = 2y + z \\ 2(y+z) = x + 2 \end{cases} \rightarrow (x, y, z) = (8, 3, 2)$$

Por tanto, A pone 8 €, B pone 3 € y C pone 2 €.