# UNIDAD 0:
# CONCEPTOS BÁSICOS DE NÚMEROS

## 1. NÚMEROS REALES

### 1.1. NÚMEROS NATURALES

$$\mathbb{N}=\{1,2,3,4,...\}$$

*Operaciones internas* (el resultado es un número natural)

- Suma y producto

*Operaciones externas* (el resultado puede no ser un número natural)

- Resta y división

### 1.2. NÚMEROS ENTEROS

$$\mathbb{Z}=\{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$$

*Operaciones:*

Suma:

a) Si los dos números tienen el mismo signo se suman y se pone el signo común.

$$(+2)+(+3)=+5$$
$$(-2)+(-3)=-5$$

b) Si tienen distinto signo, se restan y se pone el signo “del mayor”.

$$-2+(+2)=0$$
$$2+(-3)=-1$$

Resta:

Se suma el primero con el opuesto[1] del segundo número.

$$(-2)-(+2)=-2+(-2)=-4$$
$$-2-(-3)=-2+(+3)=1$$

Multiplicación:

Primero se multiplican los signos (aplicando la regla de los signos) y después los números (como siempre).

Regla de los signos:

$$+ \cdot + = +$$
$$+ \cdot - = -$$
$$- \cdot + = -$$
$$- \cdot - = +$$

División:

[1] Recuerda que el opuesto de un número se obtiene cambiándole el signo.

Primero se dividen los signos (aplicando la regla de los signos) y después se dividen los números (como siempre).

Regla de los signos:

$$+ : + = +$$
$$+ : - = -$$
$$- : + = -$$
$$- : - = +$$

La suma, la resta y la multiplicación de números enteros son operaciones internas. Sin embargo la división no lo es (3 : 2 = 1,5 que no es un número entero. Esto se escribe $1{,}5 \notin \mathbb{Z}$ ).

## 1.3. NÚMEROS RACIONALES

Fracción: división de números enteros en la que el divisor no es cero

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \leftarrow \text{numerador} \\ \leftarrow \text{denominador} \end{array}$$

Numerador: partes que se toman

Denominador: partes en que se divide la "unidad"

Expresión decimal de una fracción: para hallarla basta con efectuar la división correspondiente.

Fracciones equivalentes: Dos fracciones son equivalentes cuando sus productos cruzados son iguales o cuando tienen el mismo valor decimal.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Fracción irreducible: Aquella que no se puede simplificar más, es decir, no podemos dividir numerador y denominador por un número distinto de 1.

Números racionales:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z},\ \ b \neq 0 \ \text{ y } \ m.c.d.(a,b) = 1 \right\}$$

Un número racional es una fracción y todas sus equivalentes. Generalmente, se representa mediante su fracción irreducible.

*Operaciones con números racionales:*

Suma y resta:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(m:b)\cdot a}{m} \pm \frac{(m:d)\cdot c}{m} = \frac{(m:b)\cdot a \pm (m:d)\cdot c}{m}$$

donde $m = m.c.m.(b,d)$.

Multiplicación: (en línea; numerador por numerador y denominador por denominador)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

División: (en cruz)

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Números decimales exactos y periódicos:

- Decimal Exacto: Tiene un número limitado de cifras decimales.
- Periódico: Se llama período a la cifra o grupo de cifras que se repiten a partir de un determinado lugar y de forma indefinida.
  - Puro: El período empieza justo después de la coma.
  - Mixto: Entre la coma y el período hay una o varias cifras que reciben el nombre de anteperíodo.

Fracción generatriz de un número decimal: es la fracción que representa a dicho número.

a) De un número decimal exacto
*Numerador*: Nº sin coma
*Denominador*: Un uno (1) seguido de tantos ceros (0) como cifras decimales tenga el número.

b) De un número periódico puro
*Numerador*: (Número sin coma) – (Parte entera)
*Denominador*: Tantos nueves (9) como cifras tenga el período.

c) De un número periódico mixto
*Numerador*: (Nº si coma) – (Nº que resulta de quitar la coma y el período)
*Denominador*: Tantos (9) como cifras tenga el período seguidos de tantos ceros (0) como cifras tenga el anteperíodo.

Propiedad:

$$\mathbb{Q} = \{\text{números racionales}\} = \{\text{números decimales exactos o periódicos}\}$$

Esto quiere decir que "todo número racional se expresa como un número decimal exacto o periódico, y que todo número decimal exacto o periódico se puede expresar como un número racional (esto es, en forma de fracción)".

### 1.4. NÚMEROS IRRACIONALES

Son los números decimales que no son ni exactos ni periódicos.

$$\mathbb{I} = \{\text{números irracionales}\} = \{\text{números decimales no exactos ni periódicos}\}$$

Ejemplos: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, e, \Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}, \ldots$

### 1.5. NÚMEROS REALES

$$\mathbb{R} = \{\text{números reales}\} = \{\text{números racionales o irracionales}\} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Recuerda que hay números que no son reales: $\sqrt{-1}, \sqrt{-2}, \sqrt[4]{-3}, \ldots$

# 2. POTENCIAS

- De exponente natural: $x^n = x \cdot x \cdot \overset{n)}{\ldots} \cdot x$ con $n \in \mathbb{N}$

- De exponente cero: $x^0 = 1$ siempre que $x \neq 0$

- De exponente negativo: $x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$ siempre que $x \neq 0$

- De exponente fraccionario: $x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$

Propiedades de las potencias:

(1) $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

(2) $x^n : x^m = x^{n-m}$

(3) $\left(x^n\right)^m = x^{n \cdot m}$

(4) $\left(x \cdot y\right)^n = x^n \cdot y^n$

(5) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$

# 3. JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

(1) Paréntesis (de dentro hacia fuera): $(\ \ )$, $[\ \ ]$, $\{\ \ \}$,...

(2) Potencias y raíces

(3) Multiplicaciones y divisiones

(4) Sumas y restas

Cuando haya varias operaciones consecutivas del mismo nivel y no estén separadas por paréntesis, se realizarán siempre de izquierda a derecha.