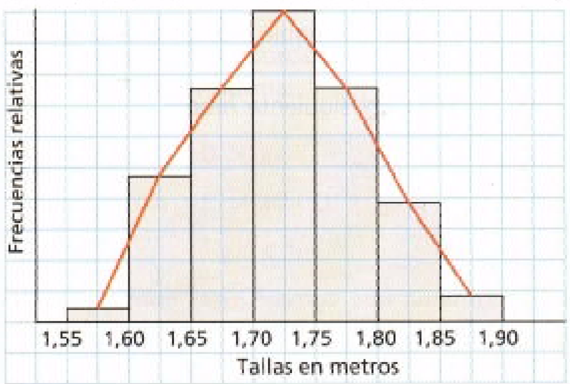
Capítulo 15

DISTRIBUCIÓN NORMAL

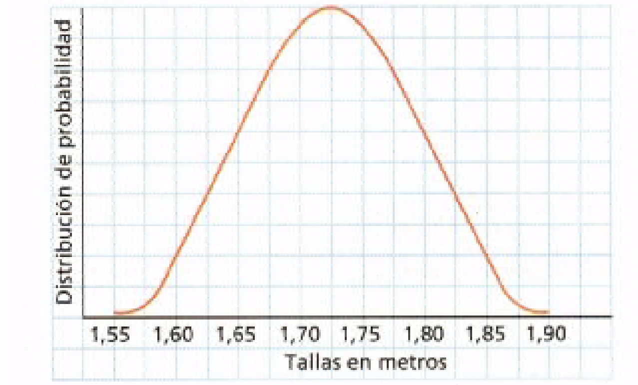
15.1 IDEA INTUITIVA DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD CONTINUA

Consideremos el siguiente **ejemplo**:

Se han medido las tallas de 40 alumnos varones de un determinado curso de un centro escolar y se ha obtenido que se distribuyen según el histograma siguiente:



Podemos suponer que la distribución de las tallas de los alumnos varones de ese curso de toda España, a medida que los intervalos de clase van siendo más pequeños, tiende al diagrama que aparece a continuación:



Este diagrama proporciona una idea intuitiva de distribución de probabilidad continua. Una distribución de probabilidad es una idealización de una distribución de frecuencias relativas.

De la misma forma que la suma de todas las frecuencias relativas en una distribución de frecuencias es igual a la unidad, se verifica que la suma de todas las probabilidades de una distribución de probabilidad es igual a la unidad.

En el caso de las variables aleatorias continuas no tiene sentido hablar de la probabilidad en un punto, por ser siempre 0; en cambio, tiene interés conocer la probabilidad correspondiente en un intervalo.

15.2 FUNCIONES DE DENSIDAD

Analicemos las siguientes figuras:

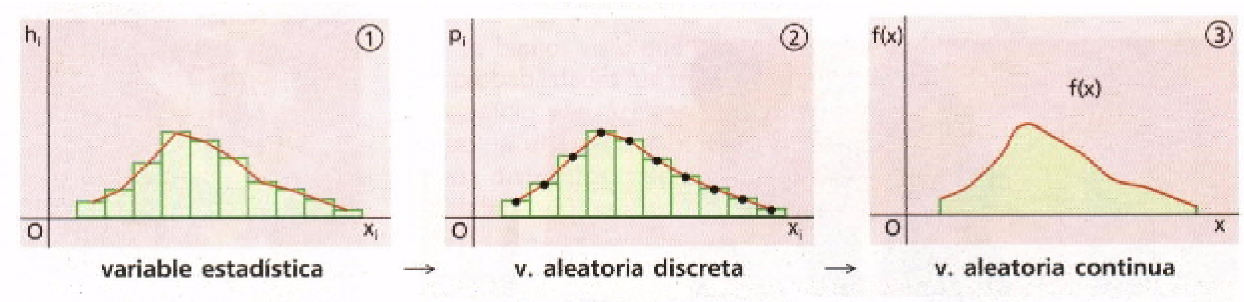


Figura 1:
Distribución de una variable estadística X :
- Los intervalos de clase son las bases de los rectángulos.
- Las alturas de los rectángulos son las frecuencias relativas.

Figura 2:
Distribución de una variable aleatoria discreta X :
- Los intervalos de clase son las bases de los rectángulos.

- Las alturas de los rectángulos son las probabilidades.

- El área del reccinto bajo la poligonal es la unidad.

Figura 3:

Distribución de una variable aleatoria continua X :

- A medida que los intervalos de clase van siendo más pequeños el polígono de probabilidades tiende a una curva continua.

- El área bajo la curva entre los límites de un intervalo es la probabilidad de que la variable aleatoria caiga dentro de ese intervalo.

Las funciones $y = f(x)$ asociadas a una variable aleatoria continua X que cumple las condiciones:

(1) $f(x) \geq 0 \qquad \forall x \in Dom(f)$

(2) El área encerrada bajo la curva $y = f(x)$ es la unidad

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$$

se llaman funciones de densidad de la variable aleatoria continua X.

15.3 VARIABLE ALEATORIA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

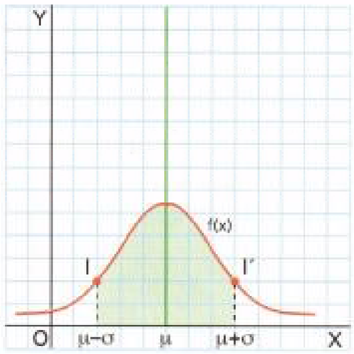
Una variable aleatoria continua X sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ, y se designa por $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, si se cumplen las siguientes condiciones:

(i) La variable recorre toda la recta real, es decir, $x \in \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

(ii) Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

15.4 ESTUDIO DE LA FUNCIÓN DE DENSIDAD DE LA VARIABLE ALEATORIA NORMAL



Viendo la gráfica obtenemos:

(1) Dominio: $Dom\,(f) = \mathbb{R}$

(2) Simetrías: La función es simétrica respecto de la recta $x = \mu$

(3) Cortes con los ejes:

- Con el eje Y : para $x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)^2}$

- Con el eje X : no hay puntos de corte

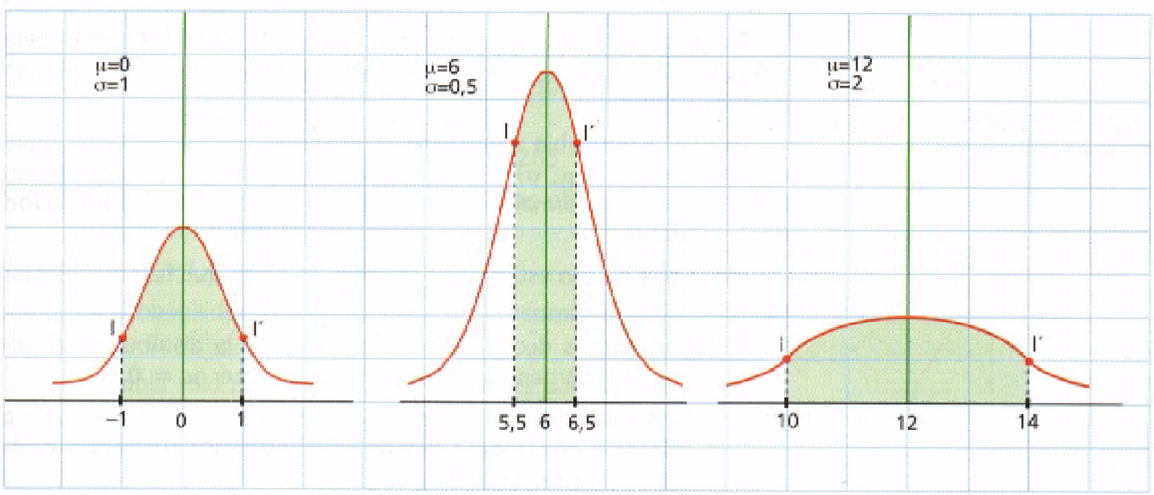
(4) Crecimiento y decrecimiento: La función es creciente en $(-\infty, \mu)$ y es decreciente en $(\mu, +\infty)$

(5) Máximos y mínimos: La función $y = f\,(x)$ presenta un máximo en $x = \mu$, y no tiene mínimos

(6) Área encerrada bajo la curva: El área del recinto determinado bajo la función $f\,(x)$ y el eje de abscisas es igual a la unidad.

15.5 DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR O TIPIFICADA

A la vista de la representación de la función de densidad de una variable aleatoria $\mathcal{N}\,(\mu, \sigma)$, es evidente que para cada valor de μ y de σ tendremos una función de densidad distinta, como se observa en las gráficas siguientes:



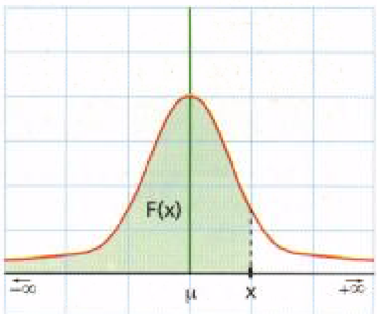
Conviene observar que cuando la desviación típica es elevada aumenta la dispersión y, en consecuencia, la gráfica es menos estilizada y más abierta. Por el contrario, para valores de σ muy pequeños la dispersión disminuye y, en consecuencia, la gráfica de la función es mucho más estilizada y concentrada en torno a la media. En cualquier caso el área encerrada bajo dichas curvas es siempre igual a la unidad.

De las distintas distribuciones $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, tiene especial interés la distribución $\mathcal{N}(0, 1)$, es decir, aquella que tiene media cero y desviación típica uno. Esta distribución se llama ley normal estándar, reducida o tipificada.

La función de densidad de esta variable aleatoria es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x2}{2}}$$

La función de distribución de la ley normal tipificada proporciona el área del recinto sombreado de la figura siguiente:



Con el fin de facilitar el cálculo de esta superficie y no tener que utilizar en todo momento el Cálculo Integral, se han elaborado unas tablas de muy fácil uso, que veremos a continuación.

15.6 TIPIFICACIÓN

Tipificar una variable es el proceso mediante el cual dicha variable la transformamos en una variable normal estándar. Para realizar este proceso, se realiza el siguiente cambio de variable:

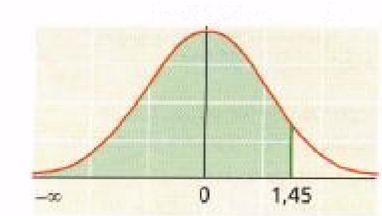
X variable aleatoria sin tipificar

$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

15.7 MANEJO DE TABLAS

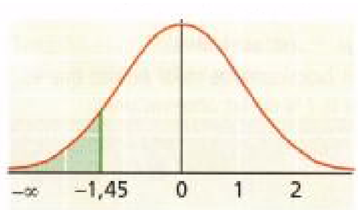
(1) $P(Z \leq 1.45)$

Para calcular esta probabilidad basta con mirar en las tablas.



(2) $P(Z \leq -1.45)$

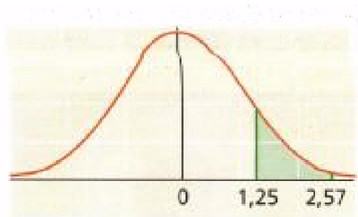
Para calcular esta probabilidad hay que tener en cuenta la simetría de la distribución normal y aplicar la propiedad 7 de la probabilidad[1]:



$$P(Z \leq -1.45) = P(Z \geq 1.45) = 1 - P(Z < 1.45) = \\ = 1 - 0.9265 = 0.0735$$

(3) $P(1.25 \leq Z \leq 2.57)$

Interpretando esta probabilidad como áreas se tiene la siguiente igualdad:

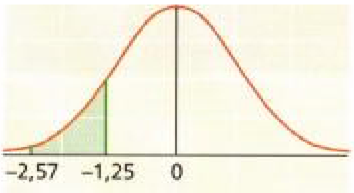


$$P(1.25 \leq Z \leq 2.57) = P(Z \leq 2.57) - P(Z \leq 1.25) = \\ = 0.9949 - 08944 = 0.1005$$

[1] **Propiedad 7:** La probabilidad de un suceso y de su contrario están relacionadas por la siguiente igualdad: $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

(4) $P\left(-2.57 \leq Z \leq -1.25\right)$

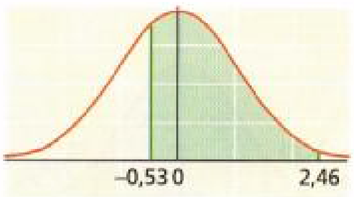
Para calcular esta probabilidad tenemos en cuenta la simetría de la distribución:



$$P\left(-2.57 \leq Z \leq -1.25\right) = \\ = P\left(1.25 \leq Z \leq 2.57\right) = 0.1005$$

(5) $P\left(-0.53 \leq Z \leq 2.46\right)$

Para calcular esta probabilidad aplicamos lo visto en los apartados anteriores:



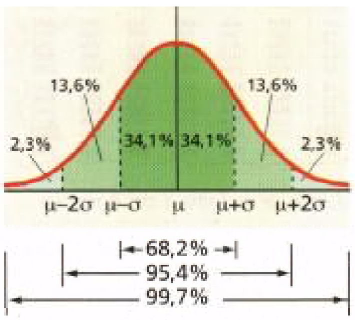
$$\begin{gathered} P\left(-0.53 \leq Z \leq 2.46\right) = \\ = P\left(Z \leq 2.46\right) - P\left(Z \leq -0.53\right) = \\ = P\left(Z \leq 2.46\right) - P\left(Z \geq 0.53\right) = \\ = P\left(Z \leq 2.46\right) - \left[1 - P\left(Z < 0.53\right)\right] = \\ = 0.695 \end{gathered}$$

15.8 ALGUNOS CASOS IMPORTANTES

A veces tiene interés saber qué proporción de individuos se distribuyen en intervalos de la forma $\left(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma\right)$, siendo k un número entero.

Efectuando los cálculos necesarios se tiene que:

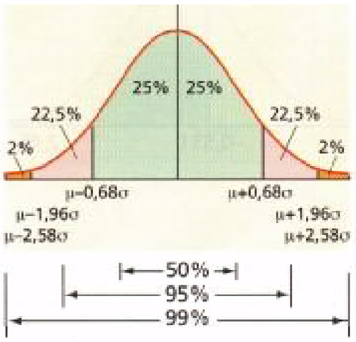
- El 68.26% de las observaciones estan en $\left(\mu - \sigma, \mu + \sigma\right)$
- El 95.4% de las observaciones estan en $\left(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma\right)$
- El 99.7% de las observaciones estan en $\left(\mu - 3\sigma, \mu + \sigma\right)$



En otras ocasiones interesa saber entre qué valores se encuentra un % determinado de los individuos. Los casos más frecuentes son:

- El 50% de los individuos estan en $\left(\mu - 0.68\sigma, \mu + 0.68\sigma\right)$

- El 95% de los individuos estan en $(\mu - 1.96\sigma, \mu + 1.96\sigma)$
- El 99% de los individuos estan en $(\mu - 2.58\sigma, \mu + 2.58\sigma)$



Ejercicio 15.8.1 *Los pesos de los individuos de una población se distribuyen normalmente con media 70kg y desviación típica 6kg. De una población de 2000 personas, calcular cuántas personas tendrán un peso entre 64 y 76kg.*

Solución:

Tenemos $\begin{cases} \mu = 70 \\ \sigma = 6 \end{cases}$. Si llamamos $X =$ pesos, se tiene que: $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(70, 6)$.

El 68.26% de los individuos están en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma) = (70 - 6, 70 + 6) = (64, 76)$. Vamos a calcular el 68.26% de 2000:

$$\frac{2000}{x} = \frac{100}{68.26} \Rightarrow x = \frac{2000 * 68.26}{100} = 1365.2 \simeq 1365$$

Ejercicio 15.8.2 *Se ha aplicado a 300 alumnos de 1º de E.S.O. un test de agresividad y se ha observado que se distribuyen normalmente con media 30 y desviación típica 12. Se pide:*

(1) *¿Qué proporción de alumnos tendrá una puntuación en dicho test entre 20 y 35?*

(2) *¿Cuántos alumnos tendrán una puntuación superior a 42?*

Solución:

Tenemos $\begin{cases} \mu = 30 \\ \sigma = 12 \\ n = 300 \end{cases}$. Si llamamos $X =$ puntuación obtenida en el test, se tiene que: $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(30, 12)$.

a)

$$\begin{gathered} P(20 \leq X \leq 35) = P\left(\tfrac{20-30}{12} \leq Z \leq \tfrac{35-30}{12}\right) = P(-0.83 \leq Z \leq 0.42) = \\ = P(Z \leq 0.42) - P(Z \geq -0.83) = P(Z \leq 0.42) - [1 - P(Z < 0.83)] = \\ = 0.6628 - (1 - 0.7967) = 0.4595 \end{gathered}$$

es decir, aprox. el 46% de los alumnos tienen puntuación entre 20 y 35.

Ejercicio 15.8.3 *Aplicando un test a un grupo de 400 personas se ha obtenido una distribución normal de media 60 y desviación típica 5. Hallar el percentil 67.*

Solución:

Tenemos $\left\{ \begin{array}{l} \mu = 60 \\ \sigma = 5 \end{array} \right.$. Si llamamos X = puntuación obtenida en el test, se tiene que: $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(60, 5)$.

El percentil 67 es el valor de x tal que $P(X \leq x) = 0.67$. Vamos a calcularlo:

$$P(X \leq x) = 0.67 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{x - 60}{5}\right) = 0.67$$

Buscando en las tablas obtenemos:

$$\frac{x - 60}{5} = 0.44 \Rightarrow x = 62.2$$

Por tanto el percentil 67 es 62.2 puntos.

15.9 UN TEOREMA LÍMITE: APROXIMACIÓN DE LA BINOMIAL POR LA NORMAL

Aproximación de DE MOIVRE:

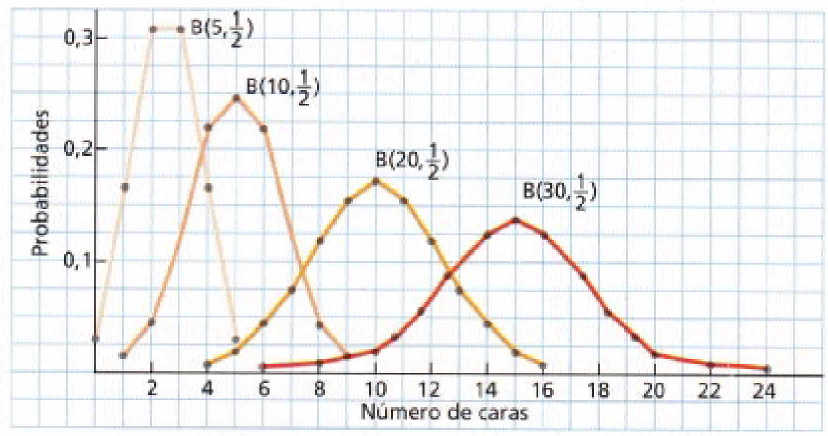
La distribución $\mathcal{B}(n, p)$ la aproximaremos por una $\mathcal{N}\left(np, \sqrt{npq}\right)$ cuando $np \geq 5$ y $nq \geq 5$.

¿Cómo proceder entonces para calcular la probabilidad en la distribución binomial cuando se aproxima por la normal?. Basta considerar los valores de la variable aleatoria discreta como marcas de clase de intervalos del siguiente modo:

$$\begin{array}{l} P(X = a) = P(a - 0.5 < X' < a + 0.5) \\ P(X \leq a) = P(X' < a + 0.5) \\ P(X < a) = P(X' < a - 0.5) \end{array}$$

donde $X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n, p)$ y $X' \rightsquigarrow \mathcal{N}\left(np, \sqrt{npq}\right)$.

A modo de **ejemplo** representamos algunos polígonos de probabilidad, correspondientes a diversas distribuciones binomiales:



Ejercicio 15.9.1 *Después de realizar varios sondeos sobre cierta población, se ha conseguido averiguar que únicamente el 15% de la misma es favorable a los tratamientos de psicoterapia. Elegida al azar una muestra de 50 personas de dicha población, se desea saber:*

(1) *La probabilidad de que haya más de cinco personas favorables a dichos tratamientos.*

(2) *La probabilidad de que a lo sumo haya seis personas favorables.*

Solución:

Se trata de una distribución binomial:

$$\begin{aligned} A &= \text{ ser favorable } \Rightarrow P(A) = 0.15 = p \\ \overline{A} &= \text{ ser desfavorable } \Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = 0.85 = q \end{aligned}$$

Sea $X =$ n^o de personas favorables a los tratamientos de psicoterapia. Se tiene que:

$$X \rightsquigarrow \mathcal{B}(50, 0.15)$$

Dicha distribución binomial no la tenemos tabulada. Veamos si se puede aproximar por una normal. Como

$$\begin{aligned} np &= 50 * 0.15 = 7.5 > 5 \\ nq &= 50 * 0.85 = 42.5 > 5 \end{aligned}$$

aplicando la aproximación de DE MOIVRE se tiene que:

$$X' \rightsquigarrow \mathcal{N}\left(50 * 0.15, \sqrt{50 * 0.15 * 0.85}\right) = \mathcal{N}(7.5, 2.52)$$

a)

$$\begin{aligned} P(X > 5) = P(X' > 5.5) = P\left(Z > \tfrac{5.5-7.5}{2.52}\right) = P(Z > -0.79) = \\ = P(Z \leq 0.79) = 0.7852 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} P(X \leq 6) = P(X' \leq 6.5) = P\left(Z \leq \tfrac{6.5-7.5}{2.52}\right) = P(Z \leq -0.4) = \\ = 1 - P(Z \leq 0.4) = 1 - 0.6554 = 0.3446 \end{aligned}$$

15.10 EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Ejercicio 15.10.1 *La altura de los individuos en edad militar de un determinado país sigue una* $\mathcal{N}(170, 10)$, *donde 170 y 10 están medidos en cm. Se pide:*

(a) *Qué proporción de individuos mide menos de 150 o más de 200.*

(b) *Si no son admitidos para el servicio militar todos aquellos individuos cuya talla dista más de 30 cm de la talla media, ¿que proporción de individuos se rechaza?.*

Solución:

Sea $X =$ altura. Se tiene que $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(170, 10)$.

a)

$$\begin{aligned} P(150 > X > 200) = 1 - P(150 < X < 200) = 1 - P\left(\tfrac{150-170}{10} < Z < \tfrac{200-170}{10}\right) = \\ = 1 - P(-2 < Z < 3) = 1 - (P(Z < 3) - P(Z < -2)) = \\ = 1 - (P(Z < 3) - P(Z > 2)) = 1 - (0.99865 - 0.0228) = 0.02415 \end{aligned}$$

Por tanto, la proporción de individuos que están en las condiciones pedidas es 2.415%.

b)

$$\begin{aligned} P(140 > X > 200) = 1 - P(140 < X < 200) = 1 - P\left(\tfrac{140-170}{10} < Z < \tfrac{200-170}{10}\right) = \\ = 1 - P(-3 < Z < 3) = 1 - (P(Z < 3) - P(Z < -3)) = \\ = 1 - (P(Z < 3) - P(Z > 3)) = 1 - (0.99865 - 0.00135) = 0.0027 \end{aligned}$$

Por tanto, la proporción de individuos que están en las condiciones pedidas es 0.27%.

Ejercicio 15.10.2 *Las precipitaciones anuales en una región son, en media, de 2000 ml/m*^{2}*, con una desviación típica de 300ml/m*^{2}*. Calcular, suponiendo distribución normal, la probabilidad de que un año determinado la lluvia no supere los 1200ml/m*^{2}*.*

Solución:

Los datos del ejercicio son: $\begin{cases} \mu = 2000ml/m^2 \\ \sigma = 300ml/m^2 \end{cases}$. Si $X =$ precipitaciones anuales en una región, la distribución de X es $\mathcal{N}(2000, 300)$. La probabilidad que nos piden es $P(X \leq 1200)$:

$$\begin{aligned} P(X \leq 1200) = P\left(Z \leq \tfrac{1200-2000}{300}\right) = P(Z \leq -2.67) = P(Z \geq 2.67) = \\ = 1 - P(Z < 2.67) = 1 - 0.9962 = 0.0038 \end{aligned}$$

Ejercicio 15.10.3 *Las tallas de 800 recién nacidos se distribuyen normalmente con una media de 66cm y una desviación típica de 5. Calcular cuántos recién nacidos se distribuyen normalmente con una media de 66cm y una desviación típica de 5cm. Calcular cuántos recién nacidos cabe esperar con tallas comprendidas entre 65 y 70 cm.*

Solución:

Los datos del ejercicio son: $\begin{cases} \mu = 66cm \\ \sigma = 5cm \end{cases}$. Si X = tallas de los recién nacidos, la distribución de X es $\mathcal{N}(66, 5)$.

a) En $(\mu - \sigma, \mu + \sigma) = (66 - 5, 66 + 5) = (61, 71)$ están el 68.2% de los recién nacidos, luego:

$$\frac{800}{x} = \frac{100}{68.2} \Rightarrow x = \frac{68.2 * 800}{100} = 545.6$$

es decir, aprox. 546 recién nacidos.

b)

$$\begin{array}{c} P(65 < X < 70) = P\left(\frac{65-66}{5} < Z < \frac{70-66}{5}\right) = P(-0.2 < Z < 0.8) = \\ = P(Z < 0.8) - P(Z < -0.2) = P(Z < 0.8) - P(Z > 0.2) = \\ = P(Z < 0.8) - (1 - P(Z \leq 0.2)) = 0.7881 - 1 + 0.5793 = 0.3674 \end{array}$$

es decir, el 36.74% de los recién nacidos miden entre 65 y 70cm.

Ejercicio 15.10.4 *En un examen de selectividad se comprobó que las calificaciones obtenidas correspondían razonablemente a una distribución normal de media 6 y desviación típica 1. Elegido al azar un estudiante, calcular cuál es la probabilidad de que su calificación esté comprendida entre 6.7 y 7.1.*

Solución:

Los datos del ejercicio son: $\begin{cases} \mu = 6 \\ \sigma = 1 \end{cases}$. Si X = nota en un examen de selectividad, la distribución de X es $\mathcal{N}(6, 1)$. La probabilidad que nos piden es:

$$\begin{array}{c} P(6.7 < X < 7.1) = P\left(\frac{6.7-6}{1} < Z < \frac{7.1-6}{1}\right) = P(0.7 < Z < 1.1) = \\ = P(Z < 1.1) - P(Z < 0.7) = 0.8643 - 07580 = 0.1063 \end{array}$$

Ejercicio 15.10.5 *Los ingresos diarios en una empresa tienen una distribución normal, con media 35600 ptas y desviación típica 2530 ptas. Justificar si es razonable o no el esperar obtener un día unas ventas superiores a 55000 ptas. Calcular cuántos días en un año se espera obtener unas ventas superiores a 40620 ptas.*

Solución:

Los datos del ejercicio son: $\begin{cases} \mu = 35600ptas \\ \sigma = 2350ptas \end{cases}$. Si X = ingresos diarios de una empresa, la distribución de X es $\mathcal{N}(35600, 2530)$.

a)

$$\begin{array}{c} P(X > 55000) = 1 - P(X \leq 55000) = 1 - P\left(Z \leq \frac{55000-35600}{2530}\right) = \\ = 1 - P(Z < 7.67) = 1 - 1 = 0 \end{array}$$

luego no es razonable obtener esos ingresos.

b)

$$\begin{array}{c} P(X > 40620) = 1 - P(X \leq 40620) = 1 - P\left(Z \leq \frac{40620-35600}{2530}\right) = \\ = 1 - P(Z < 1.98) = 1 - 0.9761 = 0.0239 \end{array}$$

es decir, el 2.39% de los días:

$$\frac{365}{x} = \frac{100}{2} \Rightarrow x = \frac{2 * 365}{100} = 7.3 \simeq 7 \text{ días}$$

Ejercicio 15.10.6 *El peso de las truchas de una piscifactoría sigue una ley* $\mathcal{N}(200, 50)$. *Se extrae una al azar:*

(1) *¿Cuál es la probabilidad de que su peso no exceda los 175 gramos?*
(2) *¿Cuál es la probabilidad de que su peso exceda los 230 gramos?*
(3) *¿Cuál es la probabilidad de que su peso esté comprendido entre 225 y 275 gramos?.*

Solución:

Los datos del ejercicio son: $\left\{ \begin{array}{l} \mu = 200 gramos \\ \sigma = 50 gramos \end{array} \right.$. Si X = pesos de las truchas, la distribución de X es $\mathcal{N}(200, 50)$.

a)

$$\begin{array}{c} P(X \leq 175) = P\left(Z \leq \frac{175-200}{50}\right) = P(Z \leq -0.5) = P(Z \geq 0.5) = \\ = 1 - P(Z < 0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c} P(X > 230) = 1 - P(X \leq 230) = 1 - P\left(Z \leq \frac{230-200}{50}\right) = \\ = 1 - P(Z < 0.6) = 1 - 0.7257 = 0.2743 \end{array}$$

Ejercicio 15.10.7 *El peso de los toros de una determinada ganadería se distribuye como una distribución normal de 500kg de media y 45kg de desviación típica. Si la ganadería tiene 2000 toros:*

(1) *¿Cuántos pesarán más de 540kg?*
(2) *¿Cuántos pesarán menos de 480kg?*
(3) *¿Cuántos pesarán entre 490 y 510 kg?.*

Solución:

Los datos del ejercicio son: $\left\{ \begin{array}{l} \mu = 500 kg \\ \sigma = 45 kg \end{array} \right.$. Si X = pesos de los toros de la ganadería, la distribución de X es $\mathcal{N}(500, 45)$.

a)

$$\begin{array}{c} P(X > 540) = 1 - P(X \leq 540) = 1 - P\left(Z \leq \frac{540-500}{45}\right) = 1 - P(Z \leq 0.89) = \\ = 1 - 0.8133 = 0.1867 \end{array}$$

es decir, el 18.67% de los toros pesarán más de 540kg:

$$\frac{2000}{x} = \frac{100}{19} \Rightarrow x = \frac{19 * 2000}{100} = 380 \text{ toros}$$

b)

$$\begin{array}{c} P(X < 480) = P\left(Z < \frac{480-500}{45}\right) = P(Z \leq -0.44) = P(Z > 0.44) = \\ = 1 - P(Z \leq 0.44) = 1 - 0.6700 = 0.33 \end{array}$$

es decir, el 33% de los toros pesarán menos de 480kg:

$$\frac{2000}{x} = \frac{100}{33} \Rightarrow x = \frac{33 * 2000}{100} = 660 \text{ toros}$$

c)

$$\begin{gathered} P(490 < X < 510) = P(X < 510) - P(X < 490) = P\left(Z < \tfrac{510-500}{45}\right) - \\ -P\left(Z < \tfrac{490-500}{45}\right) = P(Z < 0.22) - P(Z < -0.22) = P(Z < 0.22) - P(Z > 0.22) = \\ = P(Z < 0.22) - (1 - P(Z \leq 0.22)) = \\ = 0.5871 - 1 + 0.5871 = 0.1742 \end{gathered}$$

es decir, el 17.42% de los toros pesarán entre 490 y 510 kg:

$$\frac{2000}{x} = \frac{100}{17.42} \Rightarrow x = \frac{17.42 * 2000}{100} = 348.4 \simeq 348 \text{ toros}$$

Ejercicio 15.10.8 *La compañía aérea "Avión" sabe que el tiempo de retraso de sus vuelos sigue una ley normal, con un retraso medio de 10 minutos y desviación típica de 5 minutos. Calcular:*

(*a*) *La probabilidad de que un vuelo no tenga retraso*

(*b*) *La probabilidad de que el próximo vuelo llegue con no más de 10 minutos de retraso*

(*c*) *Probabilidad de que el próximo vuelo llegue con no más de 20 minutos de retraso. (Datos: $F(0) = 0.5$, $F(2) = 0.9772$; F función de distribución de la $\mathcal{N}(0,1)$)*

Solución:

Los datos del ejercicio son: $\left\{ \begin{array}{l} \mu = 10 \,\text{min} \\ \sigma = 5 \,\text{min} \end{array} \right.$. Si $X =$ retraso (en minutos) en los vuelos de la compañía "Avión", la distribución de X es $\mathcal{N}(10,5)$.

a) $P(X = 0) = 0$

b) $P(X \leq 10) = P\left(Z \leq \frac{10-10}{5}\right) = P(Z \leq 0) = F(0) = 0.5$

c) $P(X \leq 20) = P\left(Z \leq \frac{20-10}{5}\right) = P(Z \leq 2) = F(2) = 0.9772$