

Unidad 9

INFERENCIA ESTADÍSTICA

CONTENIDOS:

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN.....	2
3. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA.....	3
4. ERROR ADMITIDO Y TAMAÑO DE LA MUESTRA.....	4
5. PROBLEMAS PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD DE INTERVALOS DE CONFIANZA	7

Objetivos fundamentales:

1. Conocer y saber determinar los intervalos de confianza para la media de una población normal, así como para la proporción de una población binomial
2. Calcular el tamaño de una muestra y el error máximo admitido, para la media de una población normal.
3. Calcular el tamaño de una muestra y el error máximo admitido, para la proporción de una población binomial.
4. Reconocer la importancia de los contrastes de hipótesis así como su cálculo (tests óptimos), para la toma de decisiones (sólo contrastes bilaterales para la media y la proporción)

1. INTRODUCCIÓN

La **Inferencia Estadística** es una parte de la Estadística que comprende los métodos y procedimientos para deducir propiedades (hacer inferencias) de una población, a partir de una pequeña parte de la misma (muestra).

La bondad de estas deducciones se mide en términos probabilísticos, es decir, toda inferencia se acompaña de su probabilidad de acierto.

Nuestro objetivo en esta unidad es el de dar un intervalo para la media de una población, que supondremos que se distribuye normalmente, y que es un dato desconocido, así como dar el intervalo de confianza para la proporción muestral de una distribución binomial. En una primera aproximación, se podría pensar que es más adecuado hacer una estimación puntual, es decir, dar un valor concreto para la media o para la proporción, pero este valor rara vez coincidirá con la media desconocida o con la proporción, por lo que es mucho más interesante concluir la inferencia con un intervalo de posibles valores para la media o la proporción. Con objeto de aumentar la precisión de la inferencia, será deseable que el intervalo tenga la menor longitud posible, y de hecho el intervalo de confianza que daremos en ambos casos es el óptimo.

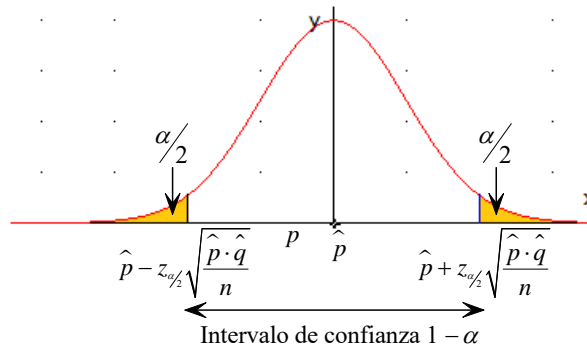
2. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN

Al intervalo

$$\left(\hat{p} - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}, \hat{p} + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \right)$$

se le llama intervalo de confianza para la proporción muestral: en este caso la confianza es $1 - \alpha$.

- El valor $1 - \alpha$ da el nivel de confianza y mide la probabilidad que se tiene de que la proporción muestral pertenezca al intervalo de confianza. Si la confianza es $1 - \alpha$, suele decirse que el nivel de significación es α (medida del riesgo que asumimos).



EJEMPLO 1:

En una determinada población se toma una muestra de 256 personas al azar. De esta muestra, el 20% de las personas llevan gafas graduadas y el 80% restante no.

Calcula el intervalo de confianza aproximado para la proporción poblacional de las personas que llevan gafas graduadas con un nivel de confianza del 95%.

Sabemos que

$$P \in \left(\hat{p} - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}, \hat{p} + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \right)$$

y queremos que

$$P \left(\hat{p} - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \leq P \leq \hat{p} + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \right) = 1 - \alpha$$

donde en nuestro caso $1 - \alpha = 0,95 = 95\%$.

Por los datos del problema $\hat{p} = 0,2$, $\hat{q} = 1 - 0,2 = 0,8$, $n = 256$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$. Por tanto, el intervalo pedido es:

$$\left(0,2 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{256}}, 0,2 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{256}} \right) = (0,151, 0,249)$$

Es decir, entre el 15,1 y el 24,9% de la población llevan gafas graduadas.

EJEMPLO 2:

Se sabe que 200 de cada 500 personas votan a un determinado partido político. Se pide:

- Estimar la proporción de votantes.
- Calcular, con un nivel de confianza del 99 %, el intervalo de confianza en el que se encontrar

a) La proporción es $\hat{p} = \frac{200}{500} = 0,4$

b) El intervalo de confianza pedido es:

$$\left(\hat{p} - Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}, \hat{p} + Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}} \right)$$

donde $\hat{p} = 0,4$, $\hat{q} = 1 - 0,4 = 0,6$, $n = 500$ y $z_{\alpha/2} = 2,58$.

Por tanto, el intervalo es

$$\left(0,4 - 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,4 \cdot 0,6}{500}}, 0,4 + 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,4 \cdot 0,6}{500}} \right) = (0,3435, 0,4565)$$

esto es, entre el 34,35 y el 45,65% de la población votará a ese partido político.

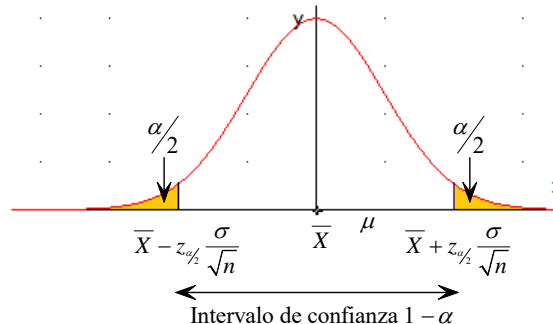
3. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

Al intervalo¹

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

se le llama intervalo de confianza para la media poblacional; en este caso la confianza es $1 - \alpha$.

- El valor $1 - \alpha$ da el nivel de confianza y mide la probabilidad que se tiene de que la media poblacional pertenezca al intervalo de confianza. Si la confianza es $1 - \alpha$, suele decirse que el nivel de significación es α (medida del riesgo que asumimos).



- Observación para el caso de σ desconocida. En este caso no tenemos más remedio que sustituir σ por la desviación típica muestral (s); así el intervalo de confianza para la media poblacional μ , para $n \geq 30$, es:

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

con una probabilidad de $1 - \alpha$, siendo \bar{X} y s la media y desviación típica de la muestra, respectivamente.

- Lo anterior introduce cierta indefinición; aunque no grave cuando n es grande. A $\frac{s}{\sqrt{n}}$ se le llama error típico o error estándar de la media; este valor se aproxima bien a la desviación típica, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, de la distribución de medias muestrales.

¹ En la práctica sólo se toma una muestra por lo que $\bar{X} \approx \bar{x}$.

EJEMPLO 3:

Una máquina fabrica clavos cuya longitud sigue una distribución normal con desviación típica 0,5 mm. Se toma una muestra de 25 clavos y se obtiene una longitud media, para los mismos, de 50 mm. Calcular un intervalo de confianza del 95 % para la longitud media de la población.

Sea $X =$ longitud de los clavos . Sabemos que $\bar{X} \longrightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, y el intervalo que nos piden es:

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

donde $\bar{x} = 50$, $\sigma = 0,5$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$. Así,

$$\left(50 - 1,96 \cdot \frac{0,5}{\sqrt{25}}, 50 + 1,96 \cdot \frac{0,5}{\sqrt{25}}\right) = (49,804, 50,196)$$

cuya interpretación es la siguiente: en el 95% de las posibles muestras, la media de la longitud de los clavos obtenida está entre 49,804 y 50,196.

EJEMPLO 4:

Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se ha medido el nivel de glucosa en sangre, obteniéndose una media muestral de 110 mg/cc. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 mg/cc. Calcular un intervalo de confianza, al 90%, para el nivel de glucosa en sangre en la población.

Llamamos $X =$ nivel de glucosa en sangre (mg/cc) . Sabemos que

$$\bar{x} = 110, \sigma = 20, n = 100 \text{ y } z_{\alpha/2} = 1,645$$

El intervalo pedido es

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \left(110 - 1,645 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}}, 110 + 1,645 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}}\right) = (106,71, 113,29)$$

cuya interpretación es la siguiente: en el 90% de las posibles muestras, la media del nivel de glucosa en sangre está entre 106,71 y 113,29 mg/cc.

4. ERROR ADMITIDO Y TAMAÑO DE LA MUESTRA

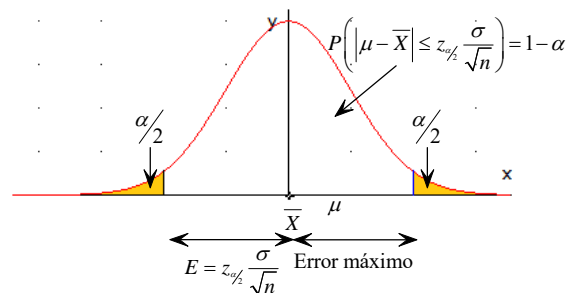
Error admitido (para la media poblacional)

Si llamamos E al error máximo admisible, se tiene que:

$$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

El error puede controlarse variando $Z_{\alpha/2}$ y n .

Si no se conoce el parámetro poblacional σ , habrá que sustituirlo por el correspondiente muestral s .



Tamaño muestral (para la media)

El tamaño mínimo n de la muestra se deduce de la expresión de la cota de error.

$$n = \left(Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{E} \right)^2$$

Para tamaños muestrales mayores que n el error será aún menor que E .

EJEMPLO 5:

En una población, una variable aleatoria sigue una ley normal con desviación típica 12.

- Si en una muestra de tamaño 100, tomada al azar, se ha observado que la media es 40, determinar un intervalo, con el 95 % de confianza, para la media de la población.
- Si con un nivel de confianza del 90 % se ha construido otro intervalo de confianza para la media cuyo límite inferior ha sido 36,71, ¿qué tamaño de muestra se ha tomado en este caso?

a) Sabemos que $\bar{x} = 40$, $\sigma = 12$, $n = 100$ y $z_{\alpha/2} = 1,96$. El intervalo pedido es

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right) = \left(40 - 1,96 \cdot \frac{12}{\sqrt{100}}, 40 + 1,96 \cdot \frac{12}{\sqrt{100}} \right) = (37,648, 42,352)$$

b) Sabemos que el límite inferior del intervalo es $\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$ y por tanto:

$$40 - 1,645 \cdot \frac{12}{\sqrt{n}} = 36,71 \rightarrow \sqrt{n} = \frac{12 \cdot 1,645}{3,29} = 6 \rightarrow n = 36$$

Error admitido (para la proporción)

Si llamamos E al error máximo admisible, se tiene que:

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$$

El error puede controlarse variando $Z_{\alpha/2}$ y n .

Tamaño muestral (para la proporción)

El tamaño mínimo n de la muestra se deduce de la expresión de la cota de error.

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \cdot p \cdot q}{E^2}$$

Para tamaños muestrales mayores que n el error será aún menor que E .

EJEMPLO 6:

Un fabricante de electrodomésticos sabe que la vida media de éstos sigue una distribución normal con media $\mu = 100$ meses y desviación típica $\sigma = 12$ meses. Determinar el mínimo tamaño muestral que garantiza, con una probabilidad de 0,98, que la vida media de los electrodomésticos en dicha muestra se encuentra entre 90 y 110 meses.

La amplitud del intervalo es $110 - 90 = 20$, y como el intervalo es

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Se tiene que $\left(\bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) - \left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 20$

de donde se deduce que

$$2 \cdot Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 20 \rightarrow n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{10^2} = \frac{2,33^2 \cdot 12^2}{10^2} = 7,818$$

Por tanto, la muestra la componen, al menos, 8 electrodomésticos.

PROBLEMAS

1. Se quiere aplicar un test de inteligencia a una población y sabemos, por estudios anteriores, que la desviación típica poblacional es 10. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para poder asegurar, con un nivel de confianza del 95.5%, que la media muestral difiere de la media poblacional en menos de 1?
2. En una empresa de exportación de cítricos se investiga el peso medio de cierta variedad de naranjas. Se admite un error máximo de 10 gramos, con una confianza del 95%. Se sabe por estudios anteriores que el peso medio se distribuye normalmente, siendo la desviación típica de 60 gramos. ¿Cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra que se va a elegir? ¿Y si se desea una confianza del 99%?
3. Se desea realizar una investigación para estimar el peso medio de los hijos recién nacidos de madres fumadoras. Se admite un error máximo de 50 gramos, con una confianza del 98%. Si por estudios anteriores se sabe que la desviación típica del peso medio de tales recién nacidos es de 400 gramos, ¿qué tamaño mínimo de muestra se necesita en la investigación?
4. En una encuesta se pregunta a 10 000 estudiantes de Bachillerato sobre su consumo de refrescos semanal, encontrándose una media de 5 botes, con una desviación típica de 2 botes.
 - 1) Halla los intervalos de confianza para la media 80% y al 95% de probabilidad.
 - 2) Si aceptamos un error de 0.25 botes para la media de la población, con una fiabilidad de 0.8, ¿a cuántos estudiantes es necesario entrevistar? ¿Y si queremos un nivel de confianza del 95%?
5. El peso de los usuarios de un gimnasio tiene una media desconocida y una desviación típica $\sigma = 5.4$ kg. Tomamos una muestra aleatoria de tamaño 100, obteniendo una media de 60 kg.
 - a) Calcula con un nivel de confianza del 95 % el intervalo de confianza para el peso medio de todos los usuarios.
 - b) Interpreta el significado del intervalo obtenido.
 - c) Se realiza la siguiente afirmación: “el peso medio de un usuario de ese gimnasio está comprendido entre 58,5 y 61.5 kg. ¿Con qué probabilidad esta afirmación es correcta?
6. El gasto mensual (en euros) de una familia en electricidad, para las familias de una cierta ciudad, sigue una distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 25$ euros.
 - a) A partir de una muestra de 100 familias de esa ciudad, obtener el intervalo de confianza (45,55) para el gasto medio mensual, por familia en electricidad. Determinar el nivel de confianza con el que se construye el mencionado intervalo.

- b) Interpretar el intervalo, en función de los datos obtenidos en el apartado anterior.
- c) ¿Qué número de familias tendrías que seleccionar, como mínimo, para garantizar en este caso, con un nivel de confianza del 99 %, una estimación de ese gasto medio con un error no superior a 3 euros?
7. Se sabe que el nivel medio de protrombina² en una población normal es de 20 mg/100 ml de plasma, con una desviación típica de 4 mg/100 ml. Se toma una muestra de 40 individuos en los que la media es 18.5 mg/100 ml. ¿Es la muestra comparable con la población, con un nivel de significación de 0.05?

5. PROBLEMAS PROPUESTOS EN SELECTIVIDAD (EvAU, PAEG y PAU)

1. [Julio de 2018 – Propuesta A – Ejercicio 6] Se desea investigar la resistencia en kg/cm² de cierto material suministrado por un proveedor, se sabe que esa resistencia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 15$ kg/cm². Se tomó una muestra aleatoria de 400 elementos de ese material y se comprobó que la resistencia media de dicha muestra era de 110 kg/cm².

- Halla un intervalo de confianza para la media poblacional de la resistencia de ese material, con un nivel de confianza del 95 %.
- Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.
- ¿Se puede admitir que la media de resistencia μ del material pueda ser de 111 kg/cm² con una confianza del 95 %? Razona tu respuesta.

2. [Julio de 2018 – Propuesta B – Ejercicio 6] Una empresa quiere estudiar cada cuánto tiempo los clientes vuelven a comprar ropa de su marca, sabe que el tiempo entre compras se distribuye según una normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 4$ días. Se tomó una muestra aleatoria de 10 clientes y se comprobó que el tiempo hasta la siguiente compra fue de 50, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 68 y 71 días respectivamente.

- Halla el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo entre compras de esta marca, con un nivel de confianza del 95 %.
- Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza.
- ¿Crees que la media poblacional μ del tiempo entre compras puede ser 64 días con una probabilidad del 99 %? Razona tu respuesta.

3. [Junio de 2018 – Propuesta A – Ejercicio 6] Para hacer un estudio del uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los jóvenes de un centro escolar, se tomó una muestra aleatoria de 10 menores, siendo el número de horas semanales que hacían uso de las nuevas tecnologías: 4.2, 4.6, 5, 5.7, 5.8, 5.9, 6.1, 6.2, 6.5 y 7.3 respectivamente. Sabiendo que la variable "número de horas diarias de uso de NT" sigue una distribución normal de desviación típica 2.1 horas, se pide:

- Halla el intervalo de confianza para el número medio diario de horas que hacen uso de las nuevas tecnologías los alumnos de dicho centro con un nivel de confianza del 97 %.
- Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

² La **protrombina** es una proteína del plasma sanguíneo, forma parte del proceso de coagulación mediante la reacción de ésta con la enzima "tromboplastina". Se encuentra ubicada en el interior de los trombocitos.

c) ¿Crees que la media poblacional μ del número medio de horas es 4 horas con una probabilidad del 90 %? Razona tu respuesta.

4. [Junio de 2018 – Propuesta B – Ejercicio 6] El tiempo de conexión a internet por semana de los alumnos de una universidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 1$ hora. Se eligió una muestra aleatoria de 100 alumnos y se observó que la media de tiempo en internet para esa muestra era de 5 horas.

a) Halla un intervalo de confianza para la media de tiempo de conexión a internet con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu = 4$ horas con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente cómo se podría aumentar o disminuir la amplitud del intervalo. Razona tus respuestas.

c) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 94,64 %?

5. [Septiembre de 2017 – Propuesta A – Ejercicio 6] El rendimiento por árbol de una especie de pistacho sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 1.2$ kilos. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 40 y se calcula la media muestral, siendo esta igual a 6.7 kilos.

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del rendimiento con un nivel de confianza del 95 %.

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.

c) ¿Es razonable que la media de rendimiento de esta especie sea $\mu = 5$ kilos, con un nivel de confianza del 90 %? Razona tu respuesta.

6. [Septiembre de 2017 – Propuesta B – Ejercicio 6] El gasto mensual en electricidad (sin incluir los impuestos) sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 7$ euros. Se eligen al azar 10 hogares y se pide el gasto mensual, siendo estos: 25, 29, 30, 32, 24, 28, 31, 32, 33 y 32 euros respectivamente.

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del gasto por hogar, con un nivel de confianza del 97 %.

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 2 euros?

7. [Junio de 2017 – Propuesta A – Ejercicio 6] Los tiempos que tardan unos corredores en recorrer 6 kilómetros sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 10$ minutos. Se eligen al azar 10 corredores y se mide el tiempo que tardan en hacer los seis kilómetros, siendo estos: 15, 19, 20, 22, 24, 25, 27, 28, 30 y 32 minutos respectivamente.

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo medio que tarda los corredores en hacer los 6 kilómetros, con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto?

8. [Junio de 2017 – Propuesta B – Ejercicio 6] El gasto por hogar en teléfonos móviles e internet sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 30$ euros. Tomando una muestra aleatoria de 9 hogares, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (128.3, 171.7).

- a) Calcula el nivel de confianza del intervalo y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.
- b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 96,6 %?

9. [Septiembre de 2016 – Propuesta A – Ejercicio 6] El gasto en electricidad por hogar y año sigue una distribución normal con media desconocida. Se elige una muestra aleatoria de 10 hogares y se observa que el gasto para los hogares de esta muestra (en euros) es: 828, 687, 652, 650, 572, 769, 860, 681, 589 y 755. Según la compañía eléctrica el gasto por hogar y año tiene una desviación típica $\sigma = 10$ euros.

- a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional del gasto en electricidad por hogar y año, con un nivel de confianza del 97 %.
- b) ¿Aceptarías con un nivel de confianza del 97 % que la media poblacional es $\mu = 800$ euros? ¿Y con un nivel de significación igual a 0,09? Razona tus respuestas.

10. [Septiembre de 2016 – Propuesta B – Ejercicio 6] El consumo medio de agua por habitante y día en España sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 30$ litros. Tomando una muestra aleatoria de habitantes, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (130,4, 169,6) con un nivel de confianza del 95%.

- a) Calcula el tamaño de la muestra utilizada y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.
- b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 92,98 %?

11. [Junio de 2016 – Propuesta A – Ejercicio 6] La longitud de un determinado insecto sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 0,52$ centímetros. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 40 y se calcula la media muestral, siendo esta igual a 2,47 centímetros.

- a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95 %.
- b) ¿Es razonable que la media de la longitud del insecto sea $\mu = 2,2$, con un nivel de confianza del 95 %? Obtén un valor razonable para la media de la longitud de este insecto p con ese mismo nivel de confianza. Razona tus respuestas.

12. [Junio de 2016 – Propuesta B – Ejercicio 6] Se sabe que las puntuaciones de los alumnos en la PAEG siguen una distribución normal de desviación típica $\sigma = 1$. Los siguientes datos representan las puntuaciones de 15 alumnos elegidos al azar: 7,8, 6,8, 6,7, 6,2, 7,4, 8,1, 5,9, 6,9, 7,5, 8,3, 7,5, 7,1, 6,1, 7,0 y 7,5.

- a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional de la puntuación en la PAEG con un nivel de confianza del 97 %.
- b) ¿Sería razonable pensar que esta muestra proviene de una población normal con media $\mu = 6$ con un nivel de confianza del 97%? ¿Y con un nivel de significación igual a 0,08? Razona tus respuestas.

13. [Septiembre de 2015 – Propuesta A – Ejercicio 6] El contenido de nicotina en los cigarrillos de una marca determinada sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 2$ mg. Se toma una muestra aleatoria de 150 cigarrillos y se observa que la media del contenido en nicotina de la muestra es 9 mg.

- a) Calcula con un nivel de confianza del 95 % el intervalo de confianza para la media poblacional del contenido de nicotina de los cigarros de esa marca.
- b) El fabricante afirma que el contenido en nicotina de estos cigarros es de solo 8.4 mg. ¿Se puede aceptar la afirmación del fabricante con un nivel de confianza del 95 %? ¿y con un nivel de significación igual a 0.2? Razona tus respuestas.

14. [Septiembre de 2015 – Propuesta B – Ejercicio 6] Un fabricante de ordenadores sabe que el tiempo de duración, en meses, de un componente del ordenador que fabrica sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica igual a 6 meses. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95 % se ha obtenido para la media poblacional el intervalo de confianza (23.0398, 24.9602).

- a) Calcula el valor que se obtuvo para la media de la muestra y el tamaño de la muestra utilizado.
- b) ¿Cuál hubiera sido el error máximo admisible de su estimación si hubiera tomado una muestra de tamaño 250?

15. [Junio de 2015 – Propuesta A – Ejercicio 6] Se sabe que el número de pulsaciones después de realizar una serie de ejercicios sigue una distribución normal de desviación típica $\sigma=5$. Los siguientes datos representan las pulsaciones de 20 personas elegidas al azar después de realizar dichos ejercicios: 123, 125, 122, 134, 128, 129, 124, 130, 125, 126, 122, 127, 116, 128, 121, 125, 129, 123, 126 y 128.

- a) Determina el intervalo de confianza para la media poblacional del número de pulsaciones después de la realización de los ejercicios con un nivel de confianza del 97%.
- b) ¿Sería razonable pensar que este ejemplo proviene de una población normal con media $\mu=113.4$ con un nivel de confianza del 97%? ¿Y con un nivel de significación igual a 0.08? Razona tus respuestas.

16. [Junio de 2015 – Propuesta B – Ejercicio 6] Un fabricante de lámparas LED sabe que la vida útil de una lámpara LED sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 1000 horas. Tomando una muestra aleatoria de lámparas producidas por dicho fabricante, se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza para la media poblacional (49804 , 50196) con un nivel de confianza del 95 %.

- a) Calcula el tamaño de la muestra utilizada y calcula el valor que se obtuvo para la media muestral.
- b) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 50 y un nivel de confianza del 92.98 %?

17. [Septiembre de 2014 – Propuesta A – Ejercicio 6] Para el estudio de la polución del aire, se mide la concentración de dióxido de nitrógeno por metro cúbico. Se sabe que, en los meses de invierno en una ciudad española, la concentración de esta sustancia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 8$ microgramos/m³. Se eligen aleatoriamente 15 días de invierno y se mide la polución, la media de la muestra es de 35 microgramos/m³ de dióxido de nitrógeno.

- a) Halla el intervalo de confianza para la media poblacional de la concentración de dióxido de nitrógeno por metro cúbico en dicha ciudad, con un nivel de confianza del 95 %.
- b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu = 40$ con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza. Razona tus respuestas.

18. [Septiembre de 2014 – Propuesta B – Ejercicio 6] El tiempo medio que tarda una empresa de mensajería en recoger un paquete en el domicilio de un cliente sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 10$ minutos. Se eligen al azar 10 encargos y se mide el tiempo que tardan los empleados en recoger los paquetes, siendo estos: 15, 19, 20, 22, 24, 25, 27, 28, 30 y 32 minutos respectivamente.

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo medio que tarda la empresa en recoger un paquete del domicilio del cliente, con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto?

19. [Junio de 2014 – Propuesta A – Ejercicio 6] Una empresa produce dispositivos electrónicos con pantalla HD, la resolución de estas pantallas sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 20$ píxeles. Se tomo una muestra aleatoria de 100 dispositivos electrónicos y mediante un estudio estadístico se obtuvo el intervalo de confianza (1076.08, 1083.92) para la resolución media de las pantallas elegidas al azar.

a) Calcula el valor de la resolución media de las pantallas de los 100 dispositivos electrónicos elegidos para la muestra.

b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo.

c) ¿Cómo podríamos aumentar o disminuir la amplitud del intervalo? Sin calcular el intervalo de confianza, ¿se podría admitir que la media poblacional sea $\mu = 1076.08$ píxeles con un nivel de confianza del 90 %? Razona tus respuestas.

20. [Junio de 2014 – Propuesta B – Ejercicio 6] En un aeropuerto, el tiempo de espera de un viajero frente a la cinta transportadora hasta que sale su maleta sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 3$ minutos. Se tomo una muestra aleatoria de 50 viajeros, y se observó que el tiempo medio de espera era de 17 minutos.

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de espera de la maleta en ese aeropuerto con un nivel de confianza del 95 %.

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu = 16$ con un nivel de confianza del 95 %? ¿Como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza sin variar el nivel de confianza? Razona tus respuestas.

21. [Reserva 2 de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6] En un tramo peligroso de una carretera, se sabe que la velocidad a la que circulan los vehículos sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 15$ km/h. Se tomo una muestra aleatoria de 400 vehículos que circulaban por dicho punto peligroso, y se comprobó que la velocidad media de los vehículos de dicha muestra era de 110 km/h.

a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional de la velocidad de circulación en el tramo peligroso, con un nivel de confianza del 95 %.

b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.

22. [Reserva 2 de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6] Una empresa, dedicada a la cría de gusanos de la harina como cebo de pesca, sabe que la duración en estado larvario de este insecto se distribuye según una normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 4$ días. Se tomo una muestra aleatoria de 10 huevos y se comprobó que la duración en estado larvario de estos gusanos fue de 50, 58, 59, 60, 62, 63, 64, 65, 68 y 71 días respectivamente.

- a) Halla el intervalo de confianza para la duración media poblacional en estado larvario de estos insectos, con un nivel de confianza del 95 %. (1.25 puntos)
- b) Explica, razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza. (0.75 puntos)

23. [Reserva 1 de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6] Una empresa sabe que el tiempo que tardan sus empleados en realizar un test psicotécnico sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 4$ minutos. Se eligen al azar 10 empleados y se contabiliza el tiempo que tardan en realizar dicho test, siendo estos tiempos: 40, 42, 48, 51, 52, 54, 59, 61, 63 y 70 minutos respectivamente.

- a) Halla un intervalo de confianza para la duración media poblacional en realizar dicho test psicotécnico, con un nivel de confianza del 95 %.
- b) ¿Cual deberá ser el tamaño mínimo de la muestra para que, con un nivel de confianza del 95 %, el error máximo admisible sea menor que 1 minuto?

24. [Reserva 1 de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6] En una población, se sabe que el consumo anual de electricidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 650$ kWh. Se tomo una muestra aleatoria de 100 viviendas y se obtuvo que el consumo medio anual de electricidad, para la muestra estudiada, fue de 3670 kWh.

- a) Calcula el intervalo de confianza para el consumo medio anual de electricidad en dicha, población, con un nivel de confianza del 95%.
- b) Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza, el aumento o la disminución del nivel de confianza.

25. [Septiembre de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6] La concentración de ácido úrico en sangre, en mujeres sanas, se distribuye según una normal de media desconocida y desviación típica 1 mg/dl. Se seleccionan al azar 100 mujeres y, mediante un análisis, se observa que la concentración media de ácido úrico en la muestra estudiada es de 3.5 mg/dl.

- a) Halla un intervalo de confianza para la media de la concentración de ácido úrico en las mujeres con un nivel de confianza del 97 %.
- b) Explica razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

26. [Septiembre de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6] En un centro de investigación, se está estudiando el tiempo de eliminación de una toxina en la sangre mediante un fármaco. Se sabe que el tiempo de eliminación de esta toxina sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 6 horas. Se toma una muestra aleatoria de 10 pacientes y se concluye que el tiempo que tardan en eliminar dicha toxina es: 39, 41, 42, 44, 48, 50, 53, 54, 59 y 60 horas respectivamente.

- a) Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de eliminación de dicha toxina con un nivel de confianza del 97%.
- b) ¿Cuál debería ser como mínimo el tamaño de la muestra, para que el error máximo admisible de estimación de la media sea inferior a 2 horas, con un nivel de confianza del 97%?

27. [Junio de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 6] Se considera una muestra aleatoria de 10 consumidores mayores de edad, que en las rebajas de invierno gastaron: 65, 72, 74, 75, 80, 81, 82, 84, 87 y 90 euros respectivamente.

- a) Sabiendo que el gasto por persona, en las rebajas de invierno, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 20$ euros, halla un intervalo de confianza para el gasto medio poblacional con un nivel de confianza del 95 %.
- b) Explica razonadamente como podríamos disminuir la amplitud del intervalo con el mismo nivel de confianza.

28. [Junio de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 6] Una fábrica produce cables de acero, cuya resiliencia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 10$ kJ/m³. Se tomo una muestra aleatoria de 100 piezas y mediante un estudio estadístico se obtuvo un intervalo de confianza (898.04 , 901.96) para la resiliencia media de los cables de acero producidos en la fábrica.

- a) Calcula el valor de la resiliencia media de las 100 piezas de la muestra.
- b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo.

29. [Reserva 2 de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6] Se ha tomado una muestra aleatoria de los precios, en euros, de un determinado refresco en 10 establecimientos de una ciudad y han resultado ser: 0.60, 0.80, 1.20, 0.95, 0.65, 0.70, 0.75, 0.85, 1 y 0.90. Suponiendo que el precio de este producto se distribuye según una ley normal de desviación típica 0.10 euros, se pide:

- a) Halla el intervalo de confianza del 97% para el precio medio del refresco en dicha ciudad.
- b) Razona y explica qué se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza (0.75 puntos)

30. [Reserva 2 de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6] En una ciudad el consumo de agua por persona y día sigue una distribución normal de desviación típica 20 litros. Se eligieron al azar 50 personas, cuyo gasto medio de agua al día fue de 185 litros.

- a) Halla el intervalo de confianza al 95 % para el consumo medio diario de agua por persona y día en esa ciudad.
- b) Razona como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

31. [Reserva 1 de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6] Un fabricante de un determinado modelo de impresoras sabe que la duración de este producto sigue una distribución normal con desviación típica 6 meses. Se hizo un estudio de mercado y se observó que la duración media de 50 impresoras elegidas aleatoriamente fue de 40 meses. Se pide:

- a) Calcula el intervalo de confianza del 95 % para la duración media de este tipo de impresoras.
- b) Razona como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

32. [Reserva 1 de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6] Para hacer un estudio del uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los jóvenes de un centro escolar, se tomó una muestra aleatoria de 10 menores, siendo el número de horas diarias que hacían uso de las nuevas tecnologías: 4.2, 4.6, 5, 5.7, 5.8, 5.9, 6.1, 6.2, 6.5 y 7.3 respectivamente. Sabiendo que la variable "número de horas diarias de uso de NT" sigue una distribución normal de desviación típica 2.1 horas, se pide:

- a) Halla el intervalo de confianza para el número medio diario de horas que hacen uso de las nuevas tecnologías los alumnos de dicho centro con un nivel de confianza del 97%.
- b) Explica razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

33. [Septiembre de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6] Se sabe que “la cantidad de glucosa en la sangre” en individuos adultos y sanos sigue una ley normal de media desconocida y desviación típica 20 mg/dl. Se eligió aleatoriamente una muestra de 100 personas, siendo la media de la cantidad de glucosa en sangre para esta muestra de 85 mg/dl. Se pide:

- Halla el intervalo de confianza del 95 % para la media poblacional de “la cantidad de glucosa en sangre”
- Discute razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza el aumento o la disminución del nivel de confianza.

34. [Septiembre de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6] En un establecimiento de comida rápida se sabe que el tiempo que emplean en comer sus clientes sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 7 minutos. El tiempo que emplearon 10 clientes elegidos aleatoriamente fue de 15, 20, 28, 21, 26, 30, 16, 18, 35 y 27 minutos respectivamente. Se pide:

- Halla el intervalo de confianza para la media del tiempo que tardan en comer los clientes del establecimiento con un nivel de confianza del 97 %.
- ¿Cuál debería ser como mínimo el tamaño de la muestra para que el error de estimación de la media sea inferior a 2 minutos con el mismo nivel de confianza?

35. [Junio de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 6] Se sabe que “el peso de los paquetes de harina”, que se producen en una fábrica, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 20 gramos. Se seleccionan al azar 50 paquetes de harina y se observa que tienen un peso medio de 745 gramos.

- Halla el intervalo de confianza para el peso medio de los paquetes de harina de dicha, fábrica con un nivel de confianza del 97%.
- Explica razonadamente, como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

36. [Junio de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 6] Se estudió el cociente intelectual de 10 estudiantes de 2º de Bachillerato elegidos aleatoriamente de un determinado centro escolar, siendo estos valores: 80, 96, 87, 104, 105, 99, 112, 89, 90 y 110. Sabiendo que el cociente intelectual se distribuye según una normal con desviación típica, 15. Se pide:

- Halla el intervalo de confianza al nivel del 95% para la media del cociente intelectual de los estudiantes de 2º de Bachillerato de dicho centro escolar.
- Razona y explica que se podría hacer para que el intervalo de confianza tuviera menor amplitud con el mismo nivel de confianza.

37. [Reserva 2 de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6] Los siguientes datos son los pesos en gramos del contenido de 16 bolsas de pipas que se seleccionaron de un proceso de llenado con el propósito de verificar el peso promedio: 503, 506, 491, 499, 498, 505, 503, 504, 493, 501, 505, 500, 497, 502, 506, 487 gramos. Si el peso de cada bolsa es una variable aleatoria normal con una desviación típica de 5 gr. Se pide:

- Obtener el intervalo de confianza estimado al 97%, para la media de llenado de este proceso.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

38. [Reserva 2 de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6] Para un estudio sobre el tiempo de vida medio que tarda un recién graduado en encontrar su primer empleo, se hizo una encuesta a 100

antiguos alumnos. Obteniendo un tiempo medio de 4.8 meses. Sabemos que el tiempo medio hasta obtener el primer empleo sigue una distribución normal con desviación típica 1 mes. Se pide:

- Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio de obtención del primer empleo.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si la muestra se hubiera escogido entre los estudiantes con mejor expediente? Razona tu respuesta.

39. [Reserva 1 de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6] La desviación típica del número de horas diarias que duermen los estudiantes de un instituto es de 3 horas. Se considera una muestra aleatoria de 40 estudiantes de ese instituto que revela una media de sueño de 7 horas. Suponiendo que el número de horas de sueño sigue una distribución normal. Se pide:

- Encontrar el intervalo de confianza al 97% para el número medio de horas de sueño de todos los estudiantes de esa comunidad.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

40. [Reserva 1 de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6] Los siguientes datos son los pesos en gramos del contenido de 16 bolsas de lentejas que se seleccionaron de un proceso de llenado con el propósito de verificar el peso promedio: 503, 506, 491, 499, 498, 505, 503, 504, 493, 501, 505, 500, 497, 502, 506, 487 gramos. Si el peso de cada bolsa es una variable aleatoria normal con una desviación típica de 5 gr. Se pide:

- Obtener el intervalo de confianza estimado al 95%, para la media de llenado de este proceso.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si hubiéramos elegido las bolsas más variadas? Razona tu respuesta.

41. [Septiembre de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6] Se ha extraído una muestra de 10 familias de residentes en un barrio obteniéndose los siguientes datos: 19987, 20096, 19951, 20263, 20014, 20027, 20023, 19942, 20078, 20069. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue, una distribución normal de desviación típica 100 euros.

- Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la renta familiar media.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

42. [Septiembre de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6] La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se toma una muestra aleatoria de 100 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es de 50 segundos. Se pide:

- Calcular un intervalo de confianza al 95 % para la duración media de las llamadas.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

43. [Junio de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 6] La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se toma

una muestra aleatoria de 100 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es de 50 segundos. Se pide:

- Calcular un intervalo de confianza al 97 % para la duración media de las llamadas.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si la encuesta se hubiera realizado con 100 llamadas de un único empleado? Razona tu respuesta.

44. [Junio de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 6] Se ha extraído una muestra de 10 familias de residentes en un barrio obteniéndose los siguientes datos: 19987, 20096, 19951, 20263, 20014, 20027, 20023, 19942, 20078, 20069. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue una distribución normal de desviación típica 150 euros.

- Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para la renta familiar media.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- ¿Crees que sería válido el intervalo de confianza obtenido, si la muestra se hubiera elegido entre las familias con más ingresos del barrio? Razona tu respuesta.

45. [Reserva 2 de 2010] Un experto en gestión de calidad quiere estudiar el tiempo promedio que se necesita para realizar un proceso por parte de un conjunto de trabajadores. Se calcula el tiempo promedio de una muestra aleatoria de 36 trabajadores, resultando 2.6 segundos. Suponiendo que el tiempo de realización del proceso se distribuye según una normal con desviación típica 0.3 segundos.

- Encontrar el intervalo de confianza del 97 % para dicho tiempo promedio.
- Interpreta el significado del intervalo obtenido.
- Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

46. [Reserva 1 de 2010] La compañía eléctrica desea estimar el consumo medio de electricidad por hogar en una determinada ciudad. Se ha realizado una encuesta a 100 viviendas elegidas aleatoriamente de la ciudad. Se ha obtenido un consumo medio de 363,5 kilovatios al mes y se sabe que el consumo de electricidad por hogar se distribuye según una normal de desviación típica 10 kilovatios al mes.

- Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de consumo de electricidad por hogar.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- ¿Crees que será válido el intervalo de confianza obtenido, si hubiéramos elegido las 100 viviendas más grandes de la ciudad? Razona tu respuesta.

47. [Septiembre 2010] Para determinar cómo influye la práctica diaria de deporte en el peso se ha realizado un estudio sobre 100 hombres que practican deporte de forma diaria. Obteniéndose una media de 65 kilos y suponemos que el peso en la población de personas que practican deporte se distribuye según una normal con una desviación típica de 2 kilos.

- Encontrar el intervalo de confianza al 95 % para la media de peso de las personas que practican deporte.
- Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

48. [Junio 2010] Para efectuar un control de calidad sobre la duración en horas de un componente electrónico se elige una muestra aleatoria de 36 componentes obteniéndose una

duración media de 40 horas. Sabiendo que la duración de estos componentes electrónicos se distribuye según una normal con una desviación típica de 10 horas.

- a) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la duración media de los componentes electrónicos.
- b) Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- c) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

49. [Reserva 2 de 2009] El valor medio del índice de masa corporal (IMC) en los varones entre 25 y 60 años de una muestra representativa de tamaño 4624 de un determinado país es de 25,97 kg/m². Se sabe que el IMC es una variable aleatoria normal con una desviación típica de 3,59 kg/m². 1) Obtener el intervalo de confianza estimado al 98 % para la media del IMC de todos los varones entre 25 y 60 años de ese país. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

50. [Reserva 1 de 2009] Los siguientes datos son los pesos en gramos del contenido de 16 cajas de cereal que se seleccionaron de un proceso de llenado con el propósito de verificar el peso promedio: 506, 508, 499, 503, 504, 510, 497, 512, 514, 505, 493, 496, 506, 502, 509, 496 gramos. Si el peso de cada caja es una variable aleatoria normal con una desviación típica de 5 gr. 1) Obtener el intervalo de confianza estimado al 90%, para la media de llenado de este proceso. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

51. [Septiembre 2009] La desviación típica del número de horas diarias que duermen los estudiantes de un instituto es de 3 horas. Se considera una muestra aleatoria de 40 estudiantes de ese instituto que revela una media de sueño de 7 horas. Suponiendo que el número de horas de sueño sigue una distribución normal, 1) encontrar el intervalo de confianza al 97 % para el número medio de horas de sueño de todos los estudiantes de ese centro. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

52. [Junio 2009] La talla de los varones recién nacidos en una determinada ciudad sigue aproximadamente una distribución normal con desviación típica de 2,4 cm. Si en una muestra de 81 recién nacidos de esa ciudad obtenemos una talla media de 51 cm, 1) encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la talla media de los recién nacidos de esa ciudad. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

53. Reserva 2 de 2008 – Bloque 4 – B) Se quiere estudiar la media de edad de jóvenes que se presentan a una prueba para un puesto de trabajo en el ayuntamiento de una gran ciudad, para ello se elige una muestra aleatoria de 100 jóvenes que se presentan a la prueba observando que la media de edad es 20,2 años. Sabiendo que la variable estudiada se distribuye normalmente en la población con desviación típica de 10 años, 1) encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de edad de los todos los jóvenes que se presentan a dicha prueba. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.

54. Reserva 1 de 2008 – Bloque 4 – B) Para mejorar la duración de unas lámparas eléctricas, un fabricante está ensayando un nuevo método de producción que se considera aceptable por dar lugar a una distribución normal de desviación típica igual a 300 horas. Se toma una muestra de 50

lámparas de este fabricante y se observa que su duración media es de 2320 horas. 1) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de pulsaciones de los todos los deportistas de esa edad. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

55. Septiembre de 2008 – Bloque 4 – B) Tras múltiples observaciones se ha constatado que el número de pulsaciones de los deportistas entre 20 y 25 años se distribuye normalmente con una desviación típica de 9 pulsaciones. Si una muestra de 100 deportistas de esa edad presenta una media de 64 pulsaciones. 1) Encontrar el intervalo de confianza al 97 % para la media de pulsaciones de los todos los deportistas de esa edad. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

56. Junio de 2008 – Bloque 4 – B) Para efectuar un control de calidad sobre la duración en horas de un modelo de juguetes electrónicos se elige una muestra aleatoria de 36 juguetes de ese modelo obteniéndose una duración media de 97 horas. Sabiendo que la duración de los juguetes electrónicos de ese modelo se distribuye normalmente con una desviación típica de 10 horas, 1) encontrar el intervalo de confianza al 99,2 % para la duración media de los juguetes electrónicos de ese modelo. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

57. Reserva 2 de 2007 – Bloque 4 - B) Se desea hacer un estudio sobre el peso de las cajas de cereales de una determinada marca, para ello se elige una muestra de 64 paquetes y se obtiene un peso medio de 195 g. Sabemos que la distribución de los pesos de esas cajas de cereales es normal con desviación típica de 10g. 1) Encontrar un intervalo de confianza al 98 % para el peso medio de todas las cajas de cereales de esa marca. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

58. Reserva 1 de 2007 – Bloque 4 - B) La duración de los préstamos de libros en una determinada biblioteca sigue una distribución normal con desviación típica de 8 días. Tomamos una muestra de 100 libros de esa biblioteca y observamos que tienen una duración media de préstamo de 14 días. 1) Encontrar un intervalo de confianza al 99% para la duración media de los libros de esa biblioteca. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

59. Septiembre de 2007 – Bloque 4 - B) En un estudio sobre la conductividad térmica de un determinado material, en unas condiciones particulares, se han tomado 81 mediciones de conductividad térmica obteniéndose una media de 41,9. En esas condiciones se sabe que la desviación típica de la conductividad es 0,3. Si suponemos que la conductividad térmica está distribuida de manera normal, 1) encontrar un intervalo de confianza al 96 % para la conductividad promedio de este material. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

60. Junio de 2007 – Bloque 4 - B) Para determinar cómo influye en la osteoporosis una dieta pobre en calcio, se realiza un estudio sobre 100 afectados por la enfermedad, obteniéndose que toman una media de calcio al día de 900 mg. Suponemos que la toma de calcio en la población de afectados por la enfermedad se distribuye normalmente con una desviación típica de 150. 1) Encontrar un intervalo de confianza al 99 % para la media de calcio al día que toma toda la

población afectada. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

61. Reserva 2 de 2006 – Bloque 4 - B) Se ha tomado una muestra de los precios de un mismo producto en 64 comercios españoles elegidos al azar y se ha encontrado una media de 27 euros. Si los precios del producto se distribuyen según una normal con desviación típica de 6 euros. 1) Encontrar un intervalo de confianza al 96,6 % para la media de los precios de ese producto en España. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

62. Reserva 1 de 2006 – Bloque 4 - B) Las tensiones de ruptura de los cables fabricados por una empresa se distribuye aproximadamente en forma normal con una desviación típica de 120 Nw. 1) Encontrar un intervalo de confianza al 97 % para la media de la tensión de ruptura de todos los cables producidos por esa empresa si una muestra aleatoria de 49 cables de esa empresa han presentado una media de ruptura de 1790 Nw. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

63. Septiembre de 2006 – Bloque 4 - B) Se desea hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de texto. Para ello, se elige una muestra aleatoria de 121 libros de texto encontrando que tienen un precio medio de 23 euros. Si sabemos que los precios de los libros de texto siguen una distribución normal con desviación típica de 5 euros, 1) Encontrar un intervalo de confianza al 98,8 % para el precio medio de los libros de texto. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

64. Junio de 2006 – Bloque 4 - B) La distribución de las puntuaciones de un tipo de examen de matemáticas se considera normal. Aplicando este tipo de examen a una muestra de 81 personas adultas se obtiene una media de 6,4 y una desviación típica de 3. 1) Encontrar un intervalo de confianza al 98,4 % para la media de las puntuaciones en la población adulta. 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

65. Reserva 2 de 2005 – Bloque 4 - B) Un fabricante produce focos que tienen un promedio de vida con distribución aproximadamente normal con una desviación típica de 40 horas. Si una muestra de 30 focos tiene una vida promedio de 780 horas, 1) Calcula, con una probabilidad del 96,6 %, entre qué valores se encontrará el promedio de vida de los focos de ese fabricante. 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

66. Reserva 1 de 2005 – Bloque 4 - B) Se desea estudiar la intensidad media que circula por una componente de un circuito en circunstancias diversas. Se supone que la intensidad, en miliamperios, sigue una distribución aproximadamente normal con desviación típica de 12 miliamperios. Llevadas a cabo 25 medidas en instantes elegidos al azar, se obtuvo una media muestral de 85 miliamperios. 1) Estimar con una confianza del 97,8 % entre qué valores estará la intensidad media. 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

67. Septiembre de 2005 – Bloque 4 - B) Un experto en gestión de calidad quiere estudiar el tiempo promedio que se necesita para hacer tres perforaciones en una pieza metálica. Se calcula el

tiempo promedio de una muestra aleatoria de 36 trabajadores, resultando 2,6 segundos. Suponiendo que el tiempo de perforación se distribuye según una normal con desviación típica 0,3 segundos, 1) encontrar un intervalo de confianza del 99,4 % para dicho tiempo promedio de perforación. 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

68. Junio de 2005 – Bloque 4 - B) Una máquina de refrescos está ajustada de tal manera que la cantidad de líquido despachada se distribuye en forma normal con una desviación típica de 0,15 decilitros. 1) Encontrar un intervalo de confianza del 97 % para la media de todos los refrescos que sirve esta máquina, si una muestra aleatoria de 36 refrescos tiene un contenido promedio de 2,25 decilitros. 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

69. Reserva 2 de 2004 – Bloque 4 - B) Una marca de coches afirma que el número de meses que una determinada pieza fabricada por ellos tarda en romperse sigue una distribución normal de desviación típica 9 meses. Se toma una muestra de 121 coches con esa pieza y se observa que el número medio de meses que tarda en romperse dicha pieza es de 32 meses. 1) Calcula, con una probabilidad del 97 %, entre qué valores estará la media del número de meses que tarda en romperse dicha pieza en la población total de coches que la llevan. 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

70. Septiembre de 2004 – Bloque 4 - B) Un estudio realizado sobre 144 usuarios de automóviles revela que la media anual de kilómetros recorridos es de 18000 km. Si el número de km recorridos anualmente sigue una distribución normal con desviación típica de 2000 km. 1) Calcula, con una probabilidad del 97 %, entre qué valores estará la media del número de km recorridos anualmente por la población total de usuarios de automóviles. 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

71. Junio de 2004 – Bloque 4 - B) Las alturas, expresadas en centímetros de los estudiantes de segundo de Bachillerato se distribuyen normalmente con una desviación típica de 20 cm. En un colectivo de 500 estudiantes de segundo de Bachillerato se ha obtenido una media de 160 cm. 1) Calcula, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores estará la media de la altura de la población total de estudiantes de segundo de Bachillerato. 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido. 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

72. Reserva Septiembre de 2003 – Bloque 4 Se elige por muestreo aleatorio simple un grupo de 100 sujetos y se les pasa un cuestionario sobre salud. La media obtenida en el cuestionario fue de 90. Se sabe que las puntuaciones en ese cuestionario se distribuyen normalmente con una varianza de 81.

- 1) Calcular, con una probabilidad del 99 %, entre qué valores se encontrará la media de la población.
- 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

73. Reserva Junio de 2003 – Bloque 4 Las puntuaciones obtenidas en un test de razonamiento numérico, en la población adulta española, se distribuyen normalmente con una varianza de 100. Aplicando el test a una muestra de 37 personas adultas se obtiene una media de 45.

- 1) Calcula, con una probabilidad del 99%, entre qué valores se encontrará la media de la población.
- 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.
- 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

74. Septiembre de 2003 – Bloque 4 Se ha aplicado una prueba, para medir el coeficiente intelectual, a una muestra de 100 universitarios españoles elegida de forma aleatoria. Calculada la media de esta muestra se han obtenido 98 puntos. Sabiendo que las puntuaciones de la prueba siguen una distribución normal de desviación típica del 5.

- 1) Calcular, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores se encontrará la media de la población universitaria española.
- 2) Interpretar el significado del intervalo obtenido.
- 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

75. Junio de 2003 – Bloque 4 Un grupo de 144 alumnos de secundaria seleccionados al azar en una determinada Comunidad realizan una prueba de conocimientos sobre la geografía de su autonomía, sacando una nota media de 6,3 puntos. Las puntuaciones obtenidas se distribuyen normalmente con una desviación típica de 6.

- 1) Calcula, con una probabilidad del 98 %, entre qué valores se encontrará la media de la población de los alumnos de secundaria de dicha comunidad.
- 2) Interpreta el significado del intervalo obtenido.
- 3) Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

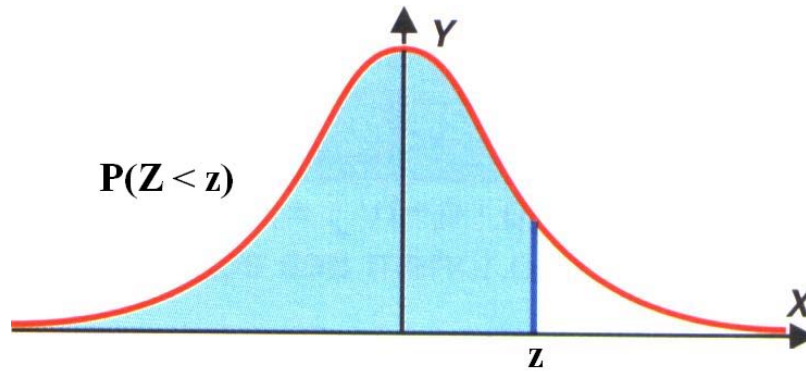
76. Reserva Septiembre de 2002 – Bloque 4 Se ha extraído, por muestreo aleatorio simple, una muestra de 36 sujetos y se les ha medido el tiempo de reacción a un estímulo visual, obteniéndose una media igual a 50 milisegundos. La variable "tiempo de reacción" se distribuye en la población según una normal de desviación típica igual a 3. Construir un intervalo de confianza para la media de la población a un nivel de confianza del 98 %. Interpretar el significado de dicho intervalo. Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

77. Reserva Junio de 2002 – Bloque 4 En una muestra de 100 alumnos de bachillerato se ha obtenido una media de 10 en una prueba de aptitud numérica. La aptitud numérica es una variable que se distribuye normalmente en la población con desviación típica igual a 4. Halla un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 93 %. Interpreta el significado de este intervalo. Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

78. Reserva Septiembre de 2001 – Bloque 4 En una de las pruebas de acceso a la Universidad, la variable "puntuación obtenida en la materia de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II" se distribuye normalmente con una desviación típica de 1,38. En una muestra de 50 alumnos se ha medido la misma variable y el valor obtenido para la media es de 4,93 puntos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional con una confianza del 92 % y explica el significado de este intervalo. Si quisiéramos un intervalo de confianza de menor ancho, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta.

79. Septiembre de 2001 – Bloque 4 En una prueba ciclista contrarreloj, la variable aleatoria: "Tiempo que tarda un corredor en recorrer la distancia de 22 kilómetros" se distribuye normalmente con una desviación típica de 3 minutos. Queremos estimar la media de la población. ¿Cuál es el tamaño mínimo que debería tener la muestra que hemos de tomar si queremos que el nivel de confianza sea del 94 % y el error admisible no supere el valor de 0.8?

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7793	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8364	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8930
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9235	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9485	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9762	0,9767
2,0	0,9773	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9934	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9865	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9975	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9978	0,9979	0,9980	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999