PROBABILIDAD EN LA P.A.U.

[Junio de 2005 – Bloque 2] *En una rifa con 500 papeletas, 75 tienen un premio de 100 euros, 150 tienen un premio de 25 euros y 275 un premio de 10 euros. Elegida una papeleta al azar, calcular la probabilidad de que:* ***1)*** *Se obtenga un premio de 25 euros.* ***2)*** *Se obtenga un premio menor de 100 euros.*

Solución:
Nombramos los sucesos:

A = la papeleta tiene premio de 100 euros
B = la papeleta tiene premio de 50 euros
C = la papeleta tiene premio de 25 euros,

que tienen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=\frac{75}{500}=\frac{3}{20}$$
$$P(B)=\frac{150}{500}=\frac{3}{10}$$
$$P(C)=\frac{275}{500}=\frac{11}{20}$$

1) Nos piden $P(B)$:

$$P(B)=\frac{3}{10}$$

2) Hay que calcular $P(B\cup C)$:

$$P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)=\frac{3}{10}+\frac{11}{20}-0=\frac{17}{20}$$

[Junio de 2005 – Bloque 4] *Juan es el responsable de un aula de informática en una empresa y no se puede confiar en él pues la probabilidad de que olvide hacer el mantenimiento de un ordenador en ausencia del jefe es 2/3. Si Juan le hace mantenimiento a un ordenador éste tiene la misma probabilidad de estropearse que de funcionar correctamente, pero si no le hace el mantenimiento sólo hay una probabilidad de 0´25 de funcionar correctamente.* ***1)*** *¿Cuál es la probabilidad de que un ordenador funcione correctamente a la vuelta del jefe?* ***2)*** *A su regreso, el jefe se encuentra un ordenador averiado, ¿cuál es la probabilidad de que Juan no le hiciera el mantenimiento?*

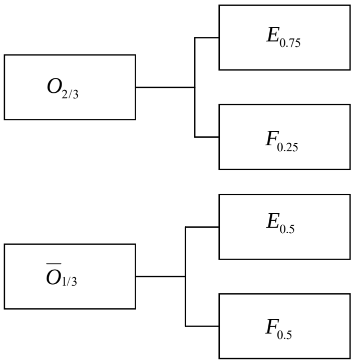
Solución:
Consideramos los sucesos:

O = olvidar hacer el mantenimiento
E = estropearse
F = funcionar

y construimos un árbol para las probabilidades:

1) Nos piden $P(F)$:

$$P(F)=\frac{2}{3}\cdot 0.25+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

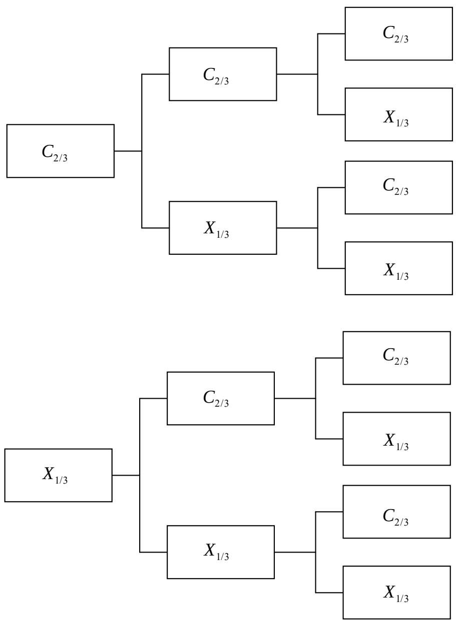


2) Ahora hay que calcular la siguiente probabilidad condicionada: $P\left(\overline{O}/E\right)$:

$$P\left(\overline{O}/E\right)=\frac{P\left(\overline{O}\cap E\right)}{P(E)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot 0.5}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{4}$$

[Septiembre de 2005 – Bloque 2] *Se truca una moneda de forma que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz. Si se lanza tres veces esta moneda.* ***1)*** *Calcula el espacio muestral para este experimento.* ***2)*** *Calcula la probabilidad de obtener dos cruces y una cara.*

<u>Solución:</u>



Llamamos
C = salir cara
X = salir cruz

Como $P(C)=2P(X)$ y la suma de ambas probabilidades tiene que ser 1, resulta que

$$P(C)=\frac{2}{3} \quad \text{y} \quad P(X)=\frac{1}{3}$$

Construimos un árbol para obtener el especio muestral y fijar las probabilidades:

El espacio muestral correspondiente es:

$$\Omega=\begin{Bmatrix} CCC, CCX, CXC, CXX, \\ XCC, XCX, XXC, XXX \end{Bmatrix}$$

Llamamos B = obtener dos cruces y una cara = $\{CXX, XXC, XCX\}$. La probabilidad de este suceso es:

$$P(B)=P(CXX)+P(XCX)+P(XXC)=\frac{2}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$$

[Septiembre de 2005 – Bloque 4] *En una oficina trabajan 4 secretarias que archivan documentos. Cada una de ellas archiva el 40%, 10%, 30% y 20%, respectivamente, de los documentos. La probabilidad que tiene cada una de ellas de equivocarse al archivar es 0´01, 0´04, 0´06 y 0´1 respectivamente.* ***1)*** *¿Cuál es la probabilidad de que un documento esté mal archivado?* ***2)*** *Si se ha encontrado un documento mal archivado, ¿cuál es la probabilidad de que sea debido a la tercera secretaria?*

<u>Solución:</u>
Nombramos los sucesos y les asignamos probabilidades:

S_1 = secretaria 1 $\rightarrow P(S_1)=0.4$

S_2 = secretaria 2 $\rightarrow P(S_2)=0.1$

S3 = secretaria 3 $\to P(S_3)=0.3$

S4 = secretaria 4 $\to P(S_4)=0.2$

M = documento mal archivado

Otras probabilidades que nos da el enunciado y que vamos a necesitar son:

$$P\left(M/S_1\right)=0.01,\quad P\left(M/S_2\right)=0.04,\quad P\left(M/S_3\right)=0.06,\quad P\left(M/S_4\right)=0.1$$

1) $P(M)=\sum_{i=1}^{4}P(S_i)P\left(M/S_i\right)=0.4\cdot 0.01+0.1\cdot 0.04+0.3\cdot 0.06+0.2\cdot 0.1=0.046$

2) $P\left(S_3/M\right)=\dfrac{P(S_3\cap M)}{P(M)}=\dfrac{0.3\cdot 0.06}{0.046}\simeq 0.39$

[Reserva 1 de 2005 – Bloque 2] *En el botiquín de un equipaje se encuentran dos cajas de pastillas para el dolor de cabeza y tres cajas de pastillas para el tiroides. El botiquín de otro equipaje hay tres cajas de pastillas para el dolor de cabeza, dos cajas de pastillas para el tiroides y una caja de pastillas laxantes. Si se saca una caja de pastillas al azar de cada uno de los equipajes, calcular la probabilidad de que:* ***1)*** *Las dos cajas sean para el tiroides.* ***2)*** *las dos cajas sean de pastillas diferentes.*

Solución:

Nombramos los sucesos:

C = caja de pastillas para el dolor de cabeza

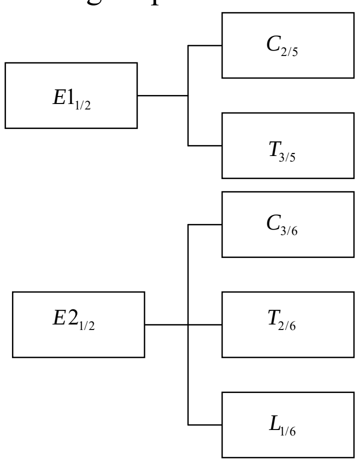
T = caja de pastillas para el tiroides

L = caja de pastillas laxantes

E1 = equipaje 1

E2 = equipaje 2

Construimos un diagrama de árbol para asignar probabilidades:



Nombramos los sucesos cuyas probabilidades nos piden:

M = las dos cajas son para el tiroides

N = las dos cajas son diferentes $=\{C_1T_2, C_1L_2, T_1C_2, T_1L_2\}$

1) $P(M)=P(E1)P\left(T/E1\right)+P(E2)P\left(T/E2\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{5}+\dfrac{2}{5}\right)=\dfrac{1}{2}$

2) $P(N)=P(C_1T_2)+P(C_1L_2)+P(T_1C_2)+P(T_1L_2)=\frac{2}{5}\frac{2}{6}+\frac{2}{5}\frac{1}{6}+\frac{3}{5}\frac{3}{6}+\frac{3}{5}\frac{1}{6}=\frac{3}{5}$

Donde C_i = caja para el dolor de cabeza del equipaje i

T_i = caja para el tiroides del equipaje i

L_i = caja laxante del equipaje i

***[Reserva 1 de 2005 – Bloque 4]** El 45% de la población española deja su residencia habitual para ir de vacaciones de verano, de éstos sólo el 5% sale al extranjero. No obstante hay un 1% de españoles que no estando de vacaciones sale al extranjero en el verano. Elegido un español al azar, calcular la probabilidad de que: **1)** viaje al extranjero en el verano y **2)** encontrándose en el extranjero**,** esté de vacaciones.*

Solución:

Nombramos los sucesos:

V = ir de vacaciones

E = salir al extranjero

y construimos una tabla de contingencia para asignar las probabilidades:

	V	$\overline{V}$	Total
E	2.25 [2]	1 [6]	3.25 [8]
$\overline{E}$	42.75 [3]	54 [7]	96.75 [9]
Total	45 [1]	55 [5]	100 [4]

donde esta tabla la hemos rellenado en el siguiente orden:

[1] 45 %
[2] 5 % de 45 % = 2.25 %
[3] 45 % – 2.25 % = 42.75 %
[4] 100 %
[5] 100 – 45 = 55
[6] 1 %
[7] 55 – 1 = 54
[8] y [9]

1) $P(E)=\frac{2.25}{100}=0.0225$

2) $P\left(V/E\right)=\frac{P(V\cap E)}{P(E)}=\frac{2.25}{3.25}=\frac{9}{13}=0.69231$

***[Reserva 2 de 2005 – Bloque 2]** Tenemos un dado (con sus seis caras numeradas del 1 al 6), trucado en el que es dos veces mas probable que salga un número par que un número impar. **1)** Calcula la probabilidad de salir par y la de salir impar. **2)** Calcula la probabilidad de que, en un solo lanzamiento del dado, salga un número menor que 4.*

Solución:

Llamamos i = salir i, para i = 1,2,3,4,5,6

a) $\left.\begin{array}{l} P(par)=2x \\ P(impar)=x \end{array}\right\} 2x+x=1\rightarrow x=\frac{1}{3}$

$P(par)=\frac{2}{3} \qquad P(impar)=\frac{1}{3}$

b) $P(par)=P(2)+P(4)+P(6)=\frac{2}{3}\Rightarrow P(2)=P(4)=P(6)=\frac{2}{9}$

$P(impar)=P(1)+P(3)+P(5)=\frac{1}{3}\Rightarrow P(1)=P(3)=P(5)=\frac{1}{9}$

$A =$ el número es menor que 4 $= \{1,2,3\}$

$$P(A) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

[Reserva 2 de 2005 – Bloque 4] *En un centro universitario hay matriculados 550 alumnos en primero, 300 en segundo y 150 en tercero. (Se cuenta cada alumno solamente en el curso inferior de todas las asignaturas que tenga). El porcentaje de matriculados en más de 8 asignaturas es: el 70% de los alumnos de primero, el 90% de los alumnos de segundo y el 30% de los alumnos de tercero. Elegido un alumno al azar, halla la probabilidad de que* ***1)*** *esté matriculado en más de 8 asignaturas y* ***2)*** *estando matriculado en más de 8 asignaturas sea de primero.*

Solución:

Nombramos los sucesos:

I = estar matriculado en 1º
II = estar matriculado en 2º
III = estar matriculado en 3º
A = estar matriculado de más de ocho asignaturas

Tenemos las siguientes probabilidades, según el enunciado:

$$P(I) = \frac{550}{1000} = \frac{11}{20}, \quad P(II) = \frac{300}{1000} = \frac{3}{10}, \quad P(III) = \frac{3}{20}$$

$$P\left(A/I\right) = 0.7, \quad P\left(A/II\right) = 0.9, \quad P\left(A/III\right) = 0.3$$

1) $P(A) = P(I)P\left(A/I\right) + P(II)P\left(A/II\right) + P(III)P\left(A/III\right) = \frac{11}{20}\frac{7}{10} + \frac{3}{10}\frac{9}{10} + \frac{3}{20}\frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

2) $P\left(I/A\right) = \dfrac{P(I \cap A)}{P(A)} = \dfrac{\frac{11}{20}\frac{7}{10}}{\frac{7}{10}} = \dfrac{11}{20}$

[Junio de 2006 – Bloque 2] *En una ciudad hay tres lugares de ocio (A, B, C) a los que van habitualmente un grupo de amigos. Las probabilidades de ir un día cualquiera a cada uno de ellos son, respectivamente, 0'4, 0'3 y 0'6. Hallar la probabilidad de que, un día cualquiera dicho grupo* ***1)*** *solamente vaya a uno de los lugares,* ***2)*** *vaya únicamente a dos de los lugares.*

Solución:

Nombramos los sucesos y les asignamos probabilidades:

A = ir al lugar A $\rightarrow P(A) = 0.4$

B = ir al lugar B $\rightarrow P(B) = 0.3$

C = ir al lugar C $\rightarrow P(C) = 0.6$

1) D = ir sólo a uno de los lugares = $\left(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C\right)$

$$P(D) = P(A)P\left(\overline{B}\right)P\left(\overline{C}\right) + P\left(\overline{A}\right)P(B)P\left(\overline{C}\right) + P\left(\overline{A}\right)P\left(\overline{B}\right)P(C) =$$

$$= 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.4 + 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.4 + 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.6 = 0.436$$

2) E = ir sólo a dos lugares $=\left(A\cap B\cap \overline{C}\right)\cup\left(A\cap B\cap \overline{C}\right)\cup\left(\overline{A}\cap B\cap C\right)$

$$P(E)=P(A)P(B)P\left(\overline{C}\right)+P(A)P\left(\overline{B}\right)P(C)+P\left(\overline{A}\right)P(B)P(C)=$$
$$=0.4\cdot 0.3\cdot 0.4+0.4\cdot 0.7\cdot 0.6+0.6\cdot 0.3\cdot 0.6=0.324$$

[Junio de 2006 – Bloque 4] *En una clase de segundo de Bachillerato compuesta por el 55 % de chicos y el resto de chicas, practica el balonmano el 40% de los chicos y una de cada cuatro chicas. Si elegimos al azar un alumno de la clase, **1)**¿cuál es la probabilidad de que practique balonmano? **2)** ¿Cuál es la probabilidad de que practique balonmano y sea chica? Si resulta que no practica balonmano, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?*

<u>Solución:</u>
Nombramos los sucesos:

H = ser chico $\rightarrow P(H)=\frac{55}{100}$

M = ser chica $\rightarrow P(M)=\frac{45}{100}$

B = practicar balonmano

$$P\left(B/H\right)=0.4 \qquad P\left(B/M\right)=\frac{1}{4}=0.25$$

1) $P(B)=P(H)P\left(B/H\right)+P(M)P\left(B/M\right)=0.55\cdot 0.4+0.45\cdot 0.25=0.3325$

2) $P(B\cap M)=P(M)P\left(B/M\right)=0.45\cdot 0.25=0.1125$

3) $P\left(M/\overline{B}\right)=\frac{P\left(M\cap \overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{0.45\cdot 0.75}{1-0.3325}=\frac{0.3375}{0.6675}=0.5056$

[Septiembre de 2006 – Bloque 2] *En una clase de segundo de bachillerato hay 10 chicos y 10 chicas, la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han optado por la asignatura de Biología, calcular la probabilidad de que, elegido un alumno al azar de esa clase, **1)** sea chico o haya elegido Biología, **2)** sea chica y no haya elegido Biología*

<u>Solución:</u>
Nombramos los sucesos:

H = ser chico $\rightarrow P(H)=\frac{1}{2}$

M = ser chica $\rightarrow P(M)=\frac{1}{2}$

B = elegir biología $\rightarrow P(B)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

1) $P(H\cup B)=P(H)+P(B)-P(H\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

2) $P\left(M\cap \overline{B}\right)=P(M)P\left(\overline{B}\right)=P(M)\left[1-P(B)\right]=\frac{1}{2}\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

También podríamos haber construido la siguiente tabla de contingencia:

	B	$\overline{B}$	Total
H	5	5	10
M	5	5	10
Total	10	10	20

[Septiembre de 2006 – Bloque 4] *Para superar una oposición se presentan dos modelos de examen A y B, en el modelo A hay 8 preguntas de contenido general y 12 de contenido específico y el modelo B se compone de 9 preguntas de contenido general y 6 de contenido específico (no hay preguntas comunes en los dos modelos de examen). Para elegir una pregunta, primero se elige un modelo de examen al azar y luego, al azar, se elige una pregunta del modelo elegido.* ***1)*** *¿Cuál es la probabilidad de que la pregunta elegida sea de contenido específico?* ***2)*** *Si la pregunta elegida es de contenido general, ¿cuál es la probabilidad de que se haya elegido previamente el modelo A?*

<u>Solución:</u>
Tenemos los siguientes sucesos:

A = modelo de examen A $\rightarrow P(A)=\frac{1}{2}$

B = modelo de examen B $\rightarrow P(B)=\frac{1}{2}$

G = preguntas de contenido general $\rightarrow P\left(G/A\right)=\frac{8}{20}$ y $P\left(G/B\right)=\frac{9}{15}$

E = preguntas de contenido específico $\rightarrow P\left(E/A\right)=\frac{12}{20}$ y $P\left(E/B\right)=\frac{6}{15}$

1) $P(E)=P(A)P\left(E/A\right)+P(B)P\left(E/B\right)=\frac{1}{2}\frac{12}{20}+\frac{1}{2}\frac{6}{15}=\frac{1}{2}$

2) $P\left(A/G\right)=\dfrac{P(A\cap G)}{P(G)}=\dfrac{\frac{1}{2}\frac{8}{20}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{2}{5}$

[Reserva 1 de 2006 – Bloque 2] *En un aula de un colegio, el porcentaje de diestros (sólo utilizan la mano derecha) es el 60%, la de zurdos (sólo utilizan la mano izquierda) el 15% y un 1% que son ambidiestros (utilizan indistintamente ambas manos),* ***1)*** *¿cuál es la probabilidad de elegir un alumno de esta clase que sólo utilice una mano?* ***2)*** *En otra aula de ese colegio con 25 alumnos, los diestros representan le 84 % del a clase y resto son zurdos. Si sacamos dos alumnos de clase, uno a uno y sin devolverlos al aula, ¿cuál es la probabilidad de que ambos utilicen la misma mano?*

<u>Solución:</u>
Llamamos:

D = ser diestro $\rightarrow P(D)=\frac{60}{100}$

Z = ser zurdo $\rightarrow P(Z)=\frac{15}{100}$

A = ser ambidiestro $\rightarrow P(A)=\frac{1}{100}$

1) $$P(D\cup Z)=P(D)+P(Z)-P(D\cap Z)=P(D)+P(Z)-P(A)=$$
$$=\frac{60}{100}+\frac{15}{100}-\frac{1}{100}=\frac{37}{50}$$

2) 25 alumnos
84 % de 25 = 21 alumnos diestros
B = los dos alumnos son diestros
D_i = diestro en la elección i, para i = 1,2

$$P(B)=P(D_1)P\left(D_2/D_1\right)=\frac{21}{25}\frac{20}{24}=\frac{7}{10}$$

C = los dos alumnos son zurdos
Z_i = zurdo en la elección i, para i = 1,2

$$P(C)=P(Z_1)P\left(Z_2/Z_1\right)=\frac{4}{25}\frac{3}{24}=\frac{1}{50}$$

E = los dos alumnos usan la misma mano

$$P(E)=P(B)+P(C)=\frac{18}{25}$$

[Reserva 1 de 2006 – Bloque 2] *En un colegio hay 30 niños no nacidos en España, de los cuales 6 han nacido en el Este de Europa, 15 en el Norte de África y el resto son de origen asiático. Al comenzar el curso, el centro les mide el nivel de español con el fin de proporcionarles clases especiales a los que lo necesiten. Hecha la prueba de nivel se observa que 3 niños del Este de Europa, 9 norteafricanos y 6 asiáticos necesitan clases compensatorias.* ***1)*** *Si elegimos un niño del colegio al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea asiático y no necesite clases compensatorias?* ***2)*** *Si elegido un niño al azar resulta que ha tenido que asistir a clases compensatorias, ¿cuál es la probabilidad de que sea de origen norteafricano?*

Solución:
Construimos una tabla de contigencia para recoger los datos:

	Total	**Necesitan Clase (NC)**	**No Necesitan Clase (NN)**
Este de Europa (EE)	6	3	3
Norte de África (NA)	15	9	6
Asiáticos (A)	9	6	3
Total	30	18	12

1) $P(A\cap NN)=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

2) $P\left(NA/NC\right)=\frac{P(NA\cap NC)}{P(NC)}=\frac{\frac{9}{30}}{\frac{18}{30}}=\frac{1}{2}$

[Reserva 2 de 2006 – Bloque 2] *En un examen teórico para la obtención del permiso de conducir hay 14 preguntas sobre normas, 12 sobre señales y 8 sobre educación vial. Si se eligen dos preguntas al azar.* ***1)*** *¿Cuál es la probabilidad de que las dos preguntas sean de educación vial?* ***2)*** *¿Cuál es la probabilidad de que ninguna sea de señales?*

Solución:

Nombramos los sucesos:

N = pregunta sobre normas
S = pregunta sobre señales
EV = pregunta sobre educación vial

1) $P\left(EV_1 \cap EV_2\right) = P\left(EV_1\right) P\left({EV_2}\!\!\diagup\!\! {EV_1} \right) = \frac{8}{34}\frac{7}{33} = \frac{28}{256} \simeq 0.11$

2) $B =$ ninguna pregunta sobre señales $= \overline{S_1} \cap \overline{S_2} = \left\{ N_1N_2, N_1EV_2, EV_1N, EV_1EV_2 \right\}$

$$P\left(B\right) = P\left(N_1N_2\right) + P\left(N_1EV_2\right) + P\left(EV_1N_2\right) + P\left(EV_1EV_2\right) =$$

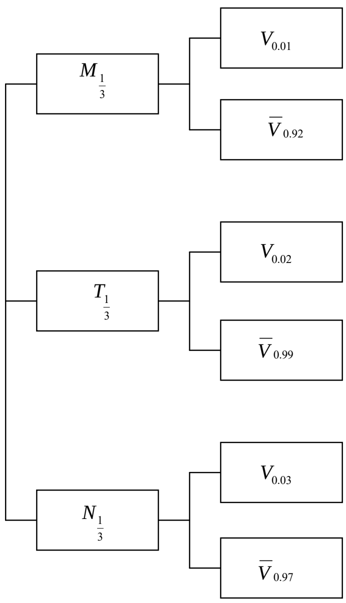
$$= \frac{14}{34}\frac{13}{33} + \frac{14}{34}\frac{8}{33} + \frac{8}{34}\frac{14}{33} + \frac{8}{34}\frac{7}{33} = \frac{7}{17}$$

[Reserva 2 de 2006 – Bloque 4] *Los porcentajes de contenido violento que emite un determinado canal televisivo autonómico en las diferentes franjas horarias es el siguiente. 1% por la mañana, 2% por la tarde y 3% por la noche. Si un telespectador cualquiera sintoniza un día aleatoriamente este canal con igual probabilidad de franja horaria:* ***1)*** *¿Cuál es la probabilidad de que no vea ningún contenido violento?* ***2)*** *Si un telespectador ha visto un contenido violento en ese canal, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido por la mañana?*

Solución:

Los sucesos que tenemos son:

V = ver contenido violento
M = sintonizar el canal por la mañana
T = sintonizar el canal por la tarde
N = sintonizar el canal por la noche



Para ver las probabilidades, construimos un árbol:

1) No ver contenido violento

$$P\left(\overline{V}\right) = P\left(M\right)P\left({\overline{V}}\!\!\diagup\!\! {M} \right) + P\left(T\right)P\left({\overline{V}}\!\!\diagup\!\! {T} \right) + P\left(N\right)P\left({\overline{V}}\!\!\diagup\!\! {N} \right) =$$

$$= \frac{1}{3}\left(0.99 + 0.98 + 0.97\right) = 0.98$$

2) $P\left({M}\!\!\diagup\!\! {V} \right) = \frac{P\left(M \cap V\right)}{P\left(V\right)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot 0.01}{0.02} = \frac{1}{6}$

[Junio de 2007 – Bloque 2] *En el arcén de una determinada carretera, las probabilidades de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados es de 0’23 y de que tenga los faros defectuosos es de 0’24. También sabemos que la probabilidad de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados o bien los faros defectuosos es de 0’38. Calcula la probabilidad de que un coche parado en ese arcén,* ***1)*** *tenga los neumáticos muy gastados y los faros defectuosos.* ***2)*** *no tenga ninguna de las dos averías.*

Solución:
Consideramos los sucesos:

A = neumáticos gastados $\to P(A)=0.23$

B = faros defectuosos $\to P(B)=0.24$

Además, por el enunciado sabemos que $P(A\cup B)=0.38$

1) Nos piden $P(A\cap B)$:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\to 0.38=0.23+0.24-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B)=0.09$$

2) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P(A\cup B)=1-0.38=0.62$

[Junio de 2007 – Bloque 4] *En una determinada granja de patos en la que sólo hay dos tipos, uno con pico rojo y otro con pico amarillo, se observa que: el 40% son machos y con pico amarillo, el 20 % de todos lo patos tienen el pico rojo, el 35% de los patos que tienen el pico rojo son machos, mientras que sólo el 15% de los machos tienen el pico rojo.* ***1)*** *Elegido un pato al azar, calcular la probabilidad de que sea macho.* ***2)*** *Si el pato elegido ha sido hembra, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el pico rojo?*

Solución:
Para resolver el problema utilizamos una tabla de contingencia, rellenando las casillas en el orden indicado:

	Pico rojo (PR)	**Pico Amarillo (PA)**	
Machos (M)	$\boxed{3}$ 0.07	$\boxed{1}$ 0.4	$\boxed{4}$ 0.47
Hembras (H)	$\boxed{5}$ 0.13	$\boxed{7}$ 0.4	$\boxed{8}$ 0.53
	$\boxed{2}$ 0.2	$\boxed{6}$ 0.8	1

$\boxed{1}$ 0.4 (dato)

$\boxed{2}$ 0.2 (dato)

$\boxed{3}$ $0.2\cdot 0.35=0.07$

$\boxed{4}$ $0.15x=0.07\to x=0.47$

$\boxed{5}$ $0.2-0.07=0.13$

$\boxed{6}$ $1-0.2=0.8$

$\boxed{7}$ $0.8-0.4=0.4$

$\boxed{8}$ $0.13+0.4=0.53$

1) $P(M)=0.47$

2) $P\left(PR/H\right)=\dfrac{P(PR\cap H)}{P(H)}=\dfrac{0.13}{0.53}=0.245$

[Septiembre de 2007 – Bloque 2] *Si una persona va un día a su dentista, supongamos que la probabilidad de que sólo le limpie la dentadura es de 0'44, la probabilidad de que sólo le tape una caries es de 0'24 y la probabilidad de que le limpie la dentadura y le tape una caries es de 0'08, calcular la probabilidad de que un día de los que va a su dentista, éste:* ***1)*** *le limpie la dentadura o bien le tape una caries,* ***2)*** *ni le limpie la dentadura ni le tape una caries.*

Solución:
A = sólo le limpia la dentadura $\to P(A)=0.44$

B = sólo le tapa una caries $\rightarrow P(B)=0.24$

$P(A\cap B)=0.08$

1) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.44+0.24-0.08=0.6$

2) $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-0.6=0.4$

[Septiembre de 2007 – Bloque 4] *El 42% de la población activa de cierto país, está formada por mujeres. Se sabe que el 24% de las mujeres y el 16% de los hombres están en paro.*

1) *Elegida una persona al azar de la población activa de ese país, calcula la probabilidad de que esté en paro.*
2) *Si hemos elegido una persona con trabajo, ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre?*

Solución:
Nombramos los sucesos:

A = población activa $\rightarrow \overline{\text{A}}$ = población en paro

M = ser mujer

H = ser hombre

Construimos una tabla de contingencia para asignar las probabilidades:

	A	$\overline{A}$	Total
H	18	16 (dato)	34
M	42 (dato)	24 (dato)	66
Total	60	40	100

1) $P(\overline{A})=\dfrac{40}{100}=0.2$

2) $P\left(H/A\right)=\dfrac{P(H\cap A)}{P(A)}=\dfrac{\frac{42}{100}}{\frac{60}{100}}=\dfrac{7}{10}=0.7$

[Reserva 1 de 2007 – Bloque 2] *En unas votaciones a consejo escolar de un cierto centro sabemos que la probabilidad de que vote una madre es del 0’28, la probabilidad de que vote un padre es del 0’21 y la probabilidad de que voten los dos es de 0’15.*

1) *¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los dos vote?*
2) *¿Cuál es la probabilidad de que no vote ninguno de los dos?*

Solución:
Nombramos los sucesos:

M = vota una madre $\rightarrow P(M)=0.28$

H = vota un padre $\rightarrow P(H)=0.21$

$P(M\cap H)=0.15$

1) $P(M\cup H)=P(M)+P(H)-P(M\cap H)=0.21+0.28-0.15=0.34$

2) $P(\overline{M}\cap\overline{H})=P(\overline{M\cup H})=1-P(M\cup H)=1-0.34=0.66$

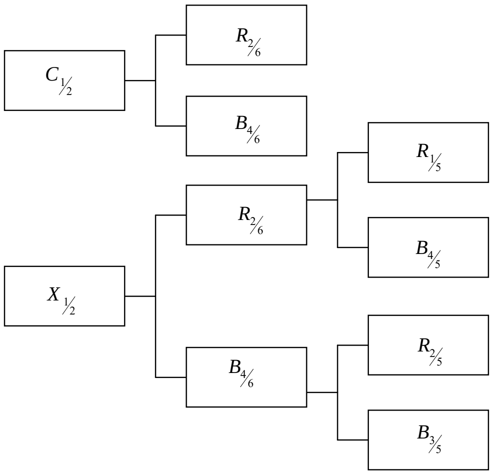
[Reserva 1 de 2007 – Bloque 4] *Los viajantes de una empresa alquilan coches a tres agencias de alquiler: 60% a la agencia A, 30% a la agencia B y el resto a la agencia C. Si el 9% de los coches de la agencia A necesitan una revisión, el 20% de los coches de la agencia B necesitan una revisión y el 6% de los coches de la agencia C necesitan una revisión.*

1) *¿Cuál es la probabilidad de que un coche alquilado por esa empresa necesite una revisión?*
2) *Si un coche alquilado ha necesitado una revisión ¿cuál es la probabilidad de que lo hayan alquilado a la agencia B?*

Solución:
Nombramos los sucesos:

A = alquilar en la agencia A   C = alquilar en la agencia C
B = alquilar en la agencia B   R = el coche necesita revisión

Construimos un árbol para ver las probabilidades:



1)
$$P(R) = P(A)P\left(R/A\right) + P(B)P\left(R/B\right) + P(C)P\left(R/C\right) =$$
$$= 0.6 \cdot 0.09 + 0.3 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot 0.06 = 0.12$$

2) $$P\left(B/R\right) = \frac{P(B \cap R)}{P(R)} = \frac{P(B)P\left(R/B\right)}{P(R)} = \frac{0.3 \cdot 0.2}{0.12} = 0.5$$

[Reserva 2 de 2007 – Bloque 2] *En el Instituto de un determinado barrio se sabe que 1/3 de los alumnos no vive en el barrio. También se sabe que 5/9 de los alumnos han nacido en la ciudad y que 3/4 de los alumnos no han nacido en la ciudad o viven en el barrio. Seleccionado al azar un alumno de ese Instituto, calcular la probabilidad de que:* ***1)*** *viva en el barrio* ***2)*** *no haya nacido en la ciudad,* ***3)*** *no haya nacido en la ciudad y viva en el barrio.*

Solución:
Nombramos los sucesos:

A = no viven en el barrio $\rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$

B = han nacido en la ciudad $\rightarrow P(B) = \frac{5}{9}$

$P\left(\overline{B} \cup \overline{A}\right) = \frac{3}{4}$

1) $P\left(\overline{A}\right)=1-P(A)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

2) $P\left(\overline{B}\right)=1-P(B)=1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$

3) $P\left(\overline{B}\cap\overline{A}\right)=P\left(\overline{B\cup A}\right)=1-P(B\cup A)=1-\left[P(A)+P(B)-P(A\cap B)\right]\underset{(*)}{=}1-\left[\frac{1}{3}+\frac{5}{9}-\frac{1}{4}\right]=\frac{13}{36}$

donde en (*) hemos tenido en cuenta que:

$$P\left(\overline{B}\cup\overline{A}\right)=P\left(\overline{B\cap A}\right)=1-P(B\cap A)=\frac{3}{4}\rightarrow P(B\cap A)=\frac{1}{4}$$

Este apartado también se podría resolver teniendo en cuenta que:

$$P\left(\overline{B}\cup\overline{A}\right)=P\left(\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\right)-P\left(\overline{B}\cap\overline{A}\right)$$

de donde

$$P\left(\overline{B}\cap\overline{A}\right)=P\left(\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\right)-P\left(\overline{B}\cup\overline{A}\right)=\frac{5}{9}+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}=\frac{13}{36}$$

[Reserva 2 de 2007 – Bloque 4] *La terminación de un trabajo de construcción se puede retrasar a causa de una huelga. La probabilidad de que habrá huelga es de 0’6, la probabilidad de que se termine a tiempo es de 0’85 si no hay huelga y de 0’35 si hay huelga.*

1) *¿Cuál es la probabilidad de que el trabajo se termine a tiempo?*
2) *Si el trabajo se ha terminado a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que haya habido huelga?*

Nombramos los sucesos:

H = hay huelga $\rightarrow P(H)=0.6$

T = terminar el trabajo a tiempo $\rightarrow \begin{cases} P\left(T/H\right)=0.35 \\ P\left(T/\overline{H}\right)=0.85 \end{cases}$

1) $P(T)=P(H)P\left(T/H\right)+P\left(\overline{H}\right)P\left(T/\overline{H}\right)=0.6\cdot 0.35+0.4\cdot 0.85=0.55$

2) $P\left(H/T\right)=\frac{P(H\cap T)}{P(T)}=\frac{P(H)P\left(T/H\right)}{P(T)}=\frac{0.6\cdot 0.35}{0.55}=\frac{21}{55}$