

# Unidad 7

## PROBABILIDAD

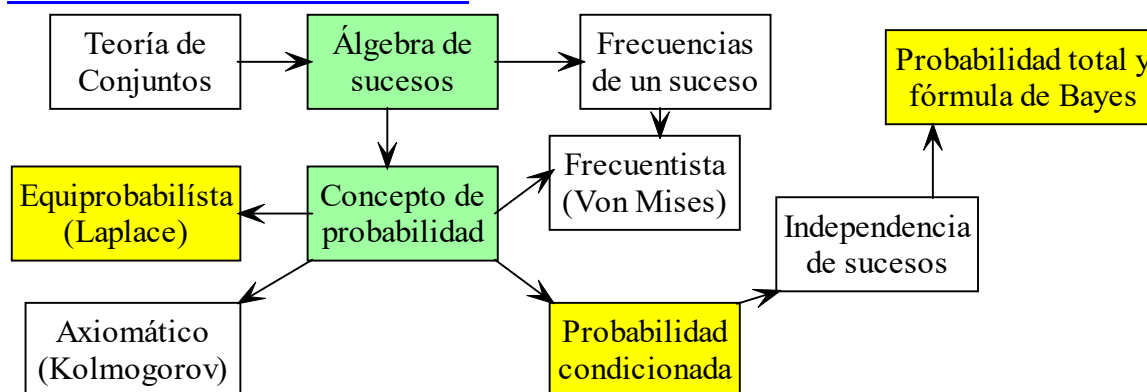
### CONTENIDOS

1.- <i>Mapa conceptual</i> .....	2
2.- <i>Introducción</i> .....	2
3.- <i>Experimentos</i> .....	2
4.- <i>Espacio muestral. sucesos. espacio de sucesos</i> .....	3
5.- <i>Experimentos compuestos. espacio producto</i> .....	5
6.- <i>Frecuencias de un suceso</i> .....	6
7.- <i>Ley de regularidad de las frecuencias: concepto frecuentista de probabilidad (definición empírica de Von Mises)</i> .....	7
8.- <i>Concepto de probabilidad según Laplace: definición clásica</i> .....	7
9.- <i>Concepto de probabilidad según Kolmogorov: definición axiomática</i> .....	8
10.- <i>Probabilidad condicionada</i> .....	9
11.- <i>Independencia de sucesos</i> .....	10
12.- <i>Probabilidad total. Fórmula de Bayes</i> .....	11
13.- <i>Problemas propuestos en la EvAU</i> .....	13
14.- <i>Problemas propuestos en la P.A.E.G.</i> .....	15
15.- <i>Problemas propuestos en la P.A.U.</i> .....	21

### Objetivos fundamentales

1. Determinar y nombrar correctamente los sucesos y el espacio muestral de experimentos aleatorios simples y compuestos.
2. Usar (cuando sea preciso) las operaciones con sucesos para nombrar y descomponer un suceso.
3. Saber aplicar las leyes de De Morgan.
4. Resolver problemas en los que aparezcan probabilidades mediante la regla de Laplace.
5. Saber aplicar las propiedades de la probabilidad total.
6. Conocer el concepto de sucesos independientes y reconocer cuando dos sucesos lo son.
7. Resolver problemas mediante probabilidades condicionadas, incluyendo el teorema de la probabilidad total y la fórmula de Bayes.

## 1.- MAPA CONCEPTUAL



## 2.- INTRODUCCIÓN

La Teoría de la Probabilidad se interesa por el análisis de la noción intuitiva de “azar” o “aleatoriedad”, la cual como todas las nociones se origina en la experiencia. La idea cuantitativa de azar tomó forma primero con las tablas de juegos y comenzó con Pascal y Fermat (1645) como teoría de los juegos de azar. Desde entonces, la palabra probabilidad aparece en nuestro lenguaje ordinario en multitud de ocasiones. Así, afirmaciones del tipo de que la probabilidad de obtener dos seises al lanzar dos dados no cargados es uno entre 36, de que hay una probabilidad ligeramente inferior a un medio de que un bebé recién nacido sea varón y de que en los próximos dos años la probabilidad de que se pueda curar el cáncer es pequeña, puede decirse que expresan juicios de probabilidad. Sin embargo, cada uno de los ejemplos anteriores se refiere a un tipo diferente de juicio de probabilidad. El primero se refiere a un juicio de probabilidad que podríamos denominar clásico, en el que los posibles resultados son equiprobables (todos tienen la misma probabilidad de ocurrir). El segundo es una afirmación de tipo frecuentista y se refiere a la frecuencia relativa con la que cierta propiedad aparece entre los miembros de una clase determinada, y el tercero constituye un ejemplo de lo que podríamos llamar un juicio de credibilidad y es una medida del grado de confianza que tenemos en la verdad de una cierta proposición o en el acaecimiento de un suceso determinado.

## 3.- EXPERIMENTOS

En general, llamaremos **experimento** a cualquier procedimiento especificado o conjunto de operaciones que proporcionan unos determinados resultados.

Llamaremos **experimento determinista** a aquel en el que se cumplen las siguientes dos condiciones:

- se conocen todos los posibles resultados de la experiencia.
- se sabe con certeza el resultado que se va a obtener al repetir la experiencia en condiciones prefijadas, quedando el fenómeno determinado por ellas.

Ejemplos:

- Tirar una piedra desde un edificio (sabemos que se va hacia abajo).
- Calentar un cazo de agua (sabemos que la temperatura sube).

3. Golpear una pelota (sabemos que se va a mover, e incluso conociendo las fuerzas que actúan, podemos conocer precisamente dónde caerá)

Llamaremos **experimento aleatorio, probabilista o estocástico** a aquel en el que se cumplen las siguientes dos condiciones:

- se conocen todos los posibles resultados de la experiencia.
- repetido en igualdad de condiciones puede presentar resultados distintos en cada experiencia particular y al repetir la experiencia en condiciones fijadas no puede predecirse el resultado que se va a obtener.

Ejemplos:

- Imaginemos que lanzamos un dado al aire (normal, de 6 caras y no trucado). ¿Podemos predecir el resultado que vamos a obtener? Evidentemente no.
- Tirar una moneda al aire y observar qué cara cae hacia arriba.
- Rellenar una quiniela de fútbol,
- Jugar una partida de póker y, en general, cualquier juego en el que intervenga el azar.

La *Teoría de la Probabilidad* se ocupa de asignar un cierto número a cada posible resultado que pueda ocurrir en un experimento aleatorio, con el fin de cuantificar dichos resultados y saber si un suceso tiene más posibilidades de ocurrir que otro o relaciones parecidas. Con este fin, introduciremos algunas definiciones.

## 4.- ESPACIO MUESTRAL. SUCESOS. ESPACIO DE SUCESOS

**Definiciones:**

Se llama **suceso elemental** a cada uno de los posibles resultados *indescomponibles* que pueden obtenerse al realizar un experimento aleatorio.

Denominamos **espacio muestral** al conjunto de resultados posibles que se obtienen al realizar un experimento aleatorio y lo denotaremos por  $\Omega$  (aunque también se suele denotar por  $E$ ).

Llamaremos **suceso** a cualquier subconjunto del espacio muestral, es decir, un suceso es un conjunto de puntos muestrales con alguna propiedad.

Denominamos **espacio de sucesos** al conjunto de todos los sucesos de un experimento aleatorio, y se designa por  $\wp(\Omega)$ , donde  $\Omega$  es el espacio muestral asociado al experimento aleatorio.

En todo experimento aleatorio siempre hay, al menos, dos sucesos:

Llamamos **suceso imposible** al suceso que no contiene ningún suceso y lo representaremos por  $\emptyset \in \wp(\Omega)$ , y llamamos **suceso seguro** al suceso  $\Omega \in \wp(\Omega)$ , ya que contiene a todos los sucesos elementales del experimento.

**EJERCICIOS**

- Obtener el espacio muestral de los puntos obtenidos al tirar un dado.
- ¿Y en el caso del lanzamiento de una moneda?

3. Describir el espacio muestral del experimento consistente en extraer una bola de una bolsa en la que hay 3 rojas (R), 2 blancas (B) y 4 verdes (V).
4. Escribir el espacio muestral asociado al experimento de sacar una carta de entre las diez del palo de copas de una baraja española.

### Operaciones con sucesos:

Definimos la **unión** de los sucesos  $A$  y  $B$ ,  $A \cup B$ , como el suceso formado por los sucesos elementales que pertenecen a alguno de los sucesos  $A$  ó  $B$ . Este suceso ocurre cuando ocurre  $A$  o cuando ocurre  $B$ .

Definimos el suceso **intersección** de los sucesos  $A$  y  $B$ ,  $A \cap B$ , como el suceso que ocurre siempre que ocurren  $A$  y  $B$ , es decir, está formado por los sucesos elementales que pertenecen a  $A$  y a  $B$ .

Diremos que los sucesos  $A$  y  $B$  son:

- a) **Compatibles** cuando  $A \cap B \neq \emptyset$
- b) **Incompatibles** cuando  $A \cap B = \emptyset$ .

Definimos el suceso **complementario** de  $A$ ,  $\bar{A} = A^c = A^*$ , como el suceso formado por los sucesos elementales que están en  $\Omega$  y que no están en  $A$ , es decir, si  $A$  no se realiza se realiza siempre  $\bar{A}$ .

Definimos la **diferencia** de los sucesos  $A$  y  $B$ ,  $A - B$ , como el suceso que se presenta cuando lo hace  $A$  pero no  $B$ , esto es:  $A - B = A \cap \bar{B}$ .

### EJERCICIOS:

5. Sean los sucesos:  $A = \{\text{ser oyente de Cadena Dial}\}$ ,  $B = \{\text{ser oyente de la Europa FM}\}$  y  $C = \{\text{ser oyente de KISS FM}\}$ . Expresa mediante las operaciones de sucesos:
  - (a) Ser oyente de, al menos, una emisora.
  - (b) Ser oyente de Cadena Dial, pero no de Europa FM ni de KISS FM.
  - (c) Oír sólo dos emisoras.
  - (d) No oír más de una emisora.
  - (e) Oír alguna emisora, pero no las tres.
6. En un sorteo de lotería nos fijamos en la cifra en que termina el "gordo".
  - a) ¿Cuál es el espacio muestral?
  - b) Describe los sucesos
 
$$A = \text{"menor que 4"} \quad C = \text{"mayor que 5"}$$

$$B = \text{"par"}$$
 escribiendo todos sus elementos.
  - c) Halla los sucesos  $A \cup B$ ,  $B \cap C$ ,  $\bar{A} \cap \bar{B}$  y  $A \cup \bar{C}$
  - d) ¿Cuántos sucesos hay?

### Las leyes de DE MORGAN y otras propiedades:

- 1) Leyes de De Morgan

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad \text{y} \quad \overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

- 2) Conmutativas

$$A \cup B = B \cup A \quad \text{y} \quad A \cap B = B \cap A$$

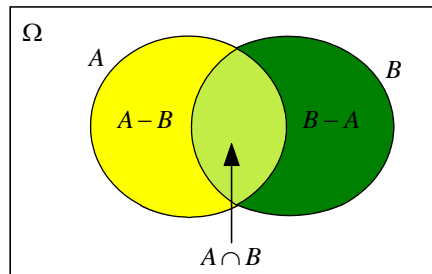
3) Asociativas

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \quad \text{y} \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

4) Distributivas

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad \text{y} \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

5)  $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$



EJERCICIOS:

7. Aplicando las leyes de De Morgan, expresar el suceso  $(H \cup C)^c$ , donde  $H$  es el suceso ser hombre y  $C$  estar casado.
8. Consideremos entre los habitantes de un municipio, los sucesos  $A = \{\text{ser socio del casino}\}$ ,  $B = \{\text{ser socio del club de fútbol local}\}$  y  $C = \{\text{ser socio de alguna asociación juvenil}\}$ . Expresa en función de  $A$ ,  $B$  y  $C$  las siguientes situaciones:
  - i. Ser socio de alguna de esas asociaciones.
  - ii. Ser socio de las tres asociaciones.
  - iii. Ser socio, sólo, del casino.
  - iv. Ser socio de, como máximo, una o dos asociaciones.
  - v. No ser socio de ninguna de las tres.
  - vi. Ser socio de una sola asociación.

**5.- EXPERIMENTOS COMPUESTOS. ESPACIO PRODUCTO**

Llamaremos **experimento compuesto** al formado por varios experimentos simples. El espacio muestral asociado a un experimento compuesto se denomina **espacio compuesto o espacio producto**.

Si  $\Omega_1$  es el espacio muestral asociado al primer experimento y  $\Omega_2$  el asociado al segundo experimento, entonces el espacio muestral compuesto es  $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$ .

EJERCICIOS:

9. Halla los espacios muestrales (producto) de los siguientes experimentos:
  - a) Tirar dos monedas y apuntar el resultado de su cara superior.
  - b) Tirar un dado y una moneda.
  - c) Tirar tres monedas.
  - d) Tirar dos dados.
10. Escribir el espacio muestral asociado al experimento de lanzar dos dados de diferentes colores y observar la pareja de números que se obtiene.

11. Escribir el espacio muestral asociado al experimento de lanzar dos dados de diferentes colores y sumar los números que se obtienen.

12. Consideremos los sucesos del experimento de lanzar dos monedas:

$$A = \{\text{sacar una cara y una cruz}\}$$

$$B = \{\text{al menos una cruz}\}$$

Calcular:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\overline{A \cap B}$  y  $A - B$ .

## 6.- FRECUENCIAS DE UN SUCESO

Repetimos un experimento aleatorio  $n$  – veces y sea  $A$  un suceso.

Se llama **frecuencia absoluta de  $A$**  al número

$$f_a(A) = \text{n}^\circ \text{ de veces que se verifica el suceso } A$$

Se llama **frecuencia relativa de  $A$**  al número

$$f_r(A) = \frac{f_a(A)}{n}$$

**Propiedades** de la frecuencia relativa:

1)  $0 \leq f_r(A) \leq 1$

2) La suma de las frecuencias relativas de todos los sucesos elementales de un experimento aleatorio es igual a 1.

3) La frecuencia relativa de un suceso es igual a la suma de las frecuencias relativas de los sucesos elementales que lo componen.

4)  $f_r(\Omega) = 1$  y  $f_r(\emptyset) = 0$

5) Si  $A$  y  $B$  son sucesos incompatibles, entonces:

$$f_r(A \cup B) = f_r(A) + f_r(B)$$

6) Si  $A$  y  $B$  son sucesos compatibles, entonces:

$$f_r(A \cup B) = f_r(A) + f_r(B) - f_r(A \cap B)$$

7) La suma de las frecuencias relativas de dos sucesos contrarios es igual a 1:

$$f_r(A) + f_r(\overline{A}) = 1$$

### EJERCICIO:

13. Se ha lanzado un dado 100 veces y se han obtenido los siguientes resultados:

Cara	1	2	3	4	5	6
$f_a$	13	15	17	16	20	19

Calcular las frecuencias relativas de los sucesos siguientes:

a)  $A = \text{salir par}$

b)  $B = \text{salir impar}$

c)  $C = \text{salir 2 o 4}$

d)  $A \cup A^c$  y  $A \cap B^c$

## 7.- LEY DE REGULARIDAD DE LAS FRECUENCIAS: CONCEPTO FRECUENTISTA DE PROBABILIDAD (DEFINICIÓN EMPÍRICA DE VON MISES)

### Ley de regularidad de las frecuencias relativas

La frecuencia relativa de un suceso se acerca más y más a un valor fijo llamado probabilidad, conforme más veces se repite un experimento aleatorio, esto es:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_r(A) = P(A)$$

Para Von Mises, la probabilidad de un suceso en relación con un experimento aleatorio sólo se puede conocer a través de la experiencia, es decir, la *medida de la incertidumbre* que nos representa la probabilidad del suceso queda determinada al realizar un gran número de pruebas del experimento y examinar la frecuencia relativa del suceso en cuestión.

Esta concepción de la probabilidad tiene, dentro de la concepción axiomática (que veremos a continuación), una caracterización matemática resultado de las llamadas leyes de los grandes números, que establecen la convergencia de la frecuencia relativa de un suceso a su probabilidad.

## 8.- CONCEPTO DE PROBABILIDAD SEGÚN LAPLACE: DEFINICIÓN CLÁSICA

Está basado en el concepto de resultados igualmente verosímiles y motivado por el *Principio de la razón insuficiente*, el cual postula que, si no existe un fundamento para preferir una entre varias posibilidades, todas deben ser consideradas equiprobables.

### Ejemplos

- 1) Así, en el lanzamiento de una moneda perfecta la probabilidad de cara debe ser igual a la de cruz y, por tanto, ambas iguales a  $\frac{1}{2}$ .
- 2) De la misma manera, la probabilidad de cada uno de los seis sucesos elementales asociados al lanzamiento de un dado debe ser igual a  $\frac{1}{6}$ .

### Regla de LAPLACE

Si los sucesos elementales del espacio muestral son equiprobables (es decir, tienen la misma probabilidad), entonces la probabilidad de un suceso cualquiera  $A$  viene dada por el cociente entre el número de casos favorables de que ocurra  $A$  y el número de casos posibles, esto es:

$$P(A) = \frac{\text{Nº de casos favorables}}{\text{Nº de casos posibles}}$$

### Propiedades de la probabilidad:

- 1)  $0 \leq P(A) \leq 1$
- 2) La suma de las probabilidades de todos los sucesos elementales de un experimento aleatorio es igual a 1.
- 3) La probabilidad de un suceso es igual a la suma de las probabilidades de los sucesos elementales que lo componen.
- 4)  $P(\Omega) = 1$  y  $P(\emptyset) = 0$
- 5) Si  $A$  y  $B$  son sucesos incompatibles, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

6) Si  $A$  y  $B$  son sucesos compatibles, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

7) La suma de las probabilidades de dos sucesos contrarios es igual a 1, es decir,

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

### PROBLEMAS

14. Se considera un experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado. Se pide la probabilidad de obtener:

- Número impar
- Número primo
- Múltiplo de 3
- Múltiplo de 5

15. Se realiza un experimento aleatorio que consiste en la extracción de una carta de una baraja española. Se pide hallar las siguientes probabilidades:

- Obtener un oro
- Obtener un as

16. Consideremos el experimento aleatorio que consiste en lanzar dos dados y anotar la suma de los puntos de las caras superiores. Hallar la probabilidad de los siguientes sucesos:

- Obtener suma igual a 8
- Obtener suma menor o igual a 4

17. Una urna contiene dos bolas blancas y dos rojas. Se hacen cuatro extracciones con reemplazamiento. Encuentra:

- Los sucesos  $A = \{\text{sólo ha salido una bola roja}\}$  y  $B = \{\text{la segunda extracción es bola roja}\}$
- $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cap B)$ , y  $P(A \cup B)$

18. Se ha encargado la impresión de una encuesta. El impresor informa que cada millar de folios la máquina estropea 12 folios. Hallar la probabilidad de que elegido al azar un folio de la encuesta:

- Esté mal impreso
- Esté correctamente impreso

19. Hallar la probabilidad de que al lanzar tres monedas se obtenga al menos una cara.

20. Se lanzan dos dados cúbicos. Hallar la probabilidad de que los resultados de cada dado sean distintos.

## 9.- CONCEPTO DE PROBABILIDAD SEGÚN KOLMOGOROV: DEFINICIÓN AXIOMÁTICA

### Definición:



Se llama medida de probabilidad a cualquier función que asocie a cada suceso  $A$ , del espacio de sucesos (finito), un número real de  $[0, 1]$  que llamamos **probabilidad de**  $A$  y representamos por  $P(A)$ , que cumple los siguientes axiomas:

- 1) La probabilidad de un suceso cualquiera es mayor o igual que cero:  $P(A) \geq 0$
- 2) La probabilidad del suceso seguro es igual a la unidad:  $P(\Omega) = 1$
- 3) La probabilidad de dos sucesos incompatibles es igual a la suma de las probabilidades de cada uno de ellos, es decir, si  $A$  y  $B$  son incompatibles, entonces:  

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**Propiedades:**

Las mismas que en el apartado anterior.

**PROBLEMAS**

21. Un jugador de fútbol, especialista en lanzar penaltis, mete 4 de cada 5 que tira. Para los próximos tres penaltis que tire, se consideran los siguientes sucesos:  $A = \{\text{mete sólo uno de ellos}\}$ ,  $B = \{\text{mete dos de los tres}\}$  y  $C = \{\text{mete el primero}\}$ . Halla la probabilidad de los sucesos  $A \cup B$ ,  $A \cap C$  y  $B \cap C$ .

22. En una joyería hay dos alarmas. La probabilidad de que se active la primera es  $\frac{1}{3}$ , de que se active la segunda es  $\frac{2}{5}$  y de que se activen las dos a la vez es  $\frac{1}{15}$ . ¿Cuál es la probabilidad de que se active alguna de las dos? ¿Y de que no se active ninguna de ellas?

**10.- PROBABILIDAD CONDICIONADA**

Sea  $A$  un suceso con  $P(A) > 0$ . Para cualquier otro suceso  $B$  se define la **probabilidad de B condicionada a A** por:

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Como consecuencia:

$$P(A \cap B) = P(A)P\left(\frac{B}{A}\right)$$

Otra propiedad de la probabilidad condicionada es:

$$P\left(\frac{\bar{B}}{A}\right) = 1 - P\left(\frac{B}{A}\right)$$

**PROBLEMAS**

24. Dos sucesos tienen la misma probabilidad igual a 0.5. La probabilidad de que ocurra uno de los sucesos sabiendo que ha ocurrido el otro es igual a 0.3. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos?

25. Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos con  $P(A)=0.5$ ,  $P(B)=0.3$  y  $P(A \cap B)=0.1$ . Calcular las siguientes probabilidades:

$$P(A \cup B), P(A/B), P(A/A \cap B) \text{ y } P(A/A \cup B)$$

26. A un alumno le lleva en coche a la facultad el 80 % de los días un amigo. Cuando le lleva en coche llega tarde el 20 % de los días. Cuando el amigo no le lleva, el alumno llega temprano a clase el 10 % de los días.

Determinar:

1) La probabilidad de que llegue pronto a clase y le haya llevado el amigo.

2) La probabilidad de que llegue tarde a clase.

3) Si ha llegado pronto a clase calcúlese, ¿Cuál es la probabilidad de que no le haya llevado el amigo?

## 11.- INDEPENDENCIA DE SUCESOS

Se dice que un suceso  $A$  **es independiente de** otro suceso  $B$  si  $P(A/B)=P(A)$ , es decir, la presencia de  $B$  no influye en la probabilidad de que  $A$  ocurra o no.

Caracterización:

$$A \text{ es independiente de } B \Leftrightarrow P(A/B)=P(A) \Leftrightarrow P(A \cap B)=P(A)P(B)$$

Como consecuencia, la independencia de sucesos es una propiedad recíproca, es decir, si  $A$  es independiente de  $B$ , entonces  $B$  es independiente de  $A$ , y por tanto, diremos que  $A$  y  $B$  son independientes.

Propiedad: Si  $A$  y  $B$  son independientes, entonces también lo son:

a)  $\bar{A}$  y  $\bar{B}$

b)  $\bar{A}$  y  $B$

c)  $A$  y  $\bar{B}$

Propiedad: Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son independientes, entonces:

$$P(A \cap B \cap C)=P(A)P(B)P(C)$$

El recíproco no es cierto.

### PROBLEMAS

27. Calcular la probabilidad de obtener tres cuatros al lanzar tres dados.

28. Calcular la probabilidad de “ningún seis” al lanzar cuatro dados.

29. Calcular la probabilidad de “algún seis” al lanzar cuatro dados. (“Algún seis” es el suceso contrario de “Ningún seis”)

30. En una clase infantil hay 6 niñas y 10 niños. Si se escoge a 3 alumnos al azar, halla la probabilidad de:

a) Seleccionar tres niños.

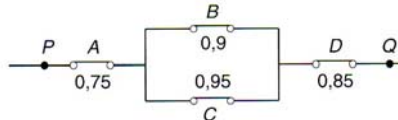
- b) Seleccionar 2 niños y una niña.  
 c) Seleccionar, al menos, un niño.

31. Se tienen dos sucesos  $A$  y  $B$ . Si las probabilidades

$$P(A) = 0.7, P(B) = 0.6, \text{ y } P(A^c \cup B^c) = 0.58$$

- a) ¿Son independientes  $A$  y  $B$ ?  
 b) Halla la probabilidad de que no se cumpla ni  $A$  ni  $B$ .

32. Un circuito eléctrico dispone de cuatro interruptores  $A, B, C$  y  $D$ , cuyas probabilidades de estar cerrados se muestran en la figura:



¿Cuál es la probabilidad de que en un momento dado pase corriente de  $P$  a  $Q$ ?

33. En un IES hay organizadas actividades extraescolares de carácter deportivo. De los alumnos de 2º de Bachillerato, participan en esas actividades 14 chicas y 22 chicos. En ese curso hay un total de 51 chicos y 44 chicas. Si se escoge un alumno al azar, calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chico y no participe en dichas actividades.  
 b) Participe en las actividades sabiendo que es chica.  
 c) Sea chica, sabiendo que participa.

34. En cierta población laboral, un 80 % son peones sin cualificar (suceso  $P$ ) y un 50 % son mujeres (suceso  $M$ ). Se sabe, además, que el 40 % son peones femeninos y que un 45 % de los trabajadores cuyos padres tienen estudios (suceso  $PE$ ), son mujeres. Di si son independientes los sucesos:

- a)  $P$  y  $M$                       b)  $PE$  y  $M$                       c)  $P$  y  $M^c$

## 12.- PROBABILIDAD TOTAL. FÓRMULA DE BAYES

Se dice que los sucesos  $A_1, \dots, A_n$  forman una **partición del espacio muestral** cuando

- 1)  $A_i \cap A_j = \varnothing \quad \forall i \neq j$   
 2)  $\bigcup_{i=1}^n A_i = \Omega$

### **Teorema de la Probabilidad Total:**

Sea  $A_1, \dots, A_n$  una partición del espacio muestral tal que  $P(A_i) > 0$ , y sea  $B$  otro suceso. Entonces:

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) P\left(\frac{B}{A_i}\right)$$

### **Fórmula de BAYES:**

Sea  $A_1, \dots, A_n$  una partición del espacio muestral tal que  $P(A_i) > 0$ , y sea  $B$  otro suceso. Entonces:

$$P\left(\frac{A_i}{B}\right) = \frac{P(A_i)P\left(\frac{B}{A_i}\right)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P\left(\frac{B}{A_i}\right)}$$

Las probabilidades  $P(A_i)$  se llaman **probabilidades a priori** por formularse antes de la presencia del suceso  $B$ , las probabilidades  $P\left(\frac{B}{A_i}\right)$  se llaman **verosimilitudes** y las probabilidades  $P\left(\frac{A_i}{B}\right)$  se llaman **probabilidades a posteriori**, pues su cálculo se realiza después de contar con una información adicional suministrada por el suceso  $B$ .

### PROBLEMAS

- 34.** De los créditos concedidos por un banco, un 42 % lo son para clientes nacionales, un 33 %, para clientes de la Unión Europea y un 25 % para individuos del resto del mundo. De esos créditos, son destinados a vivienda un 30 %, un 24 % y un 14 %, según sean nacionales, de la UE o del resto del mundo. Elegido un cliente al azar, ¿qué probabilidad hay de que el crédito concedido no sea para vivienda?
- 35.\*\*** Una urna contiene 4 bolas (blancas y negras). Se introduce una bola blanca y a continuación se extrae otra bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
- 36.** En cierta empresa se producen dos bienes A y B en la proporción 3 a 4. La probabilidad de que un bien de tipo A tenga defecto de fabricación es del 3%, y del tipo B, del 5 %. Se analiza un bien, elegido al azar, y resulta correcto. ¿Qué probabilidad existe de que sea del tipo A?
- 37.** En cierta población, un 20 % de los trabajadores lo hace en la agricultura (A), un 25 % en la industria (I) y el resto en el sector de servicios (S). Un 63 % de los que trabajan en el campo son mayores de 45 años, siendo ese porcentaje del 38 % y el 44 % en los otros sectores. Seleccionado un trabajador al azar, ¿qué probabilidad hay de que tenga menos de 45 años?
- 38.** En una casa hay tres llaveros A, B y C. El primero con 5 llaves, el segundo con 7 y el tercero con 8, de las que sólo una de cada llavero abre la puerta del trastero. Se escoge al azar un llavero, y de él, una llave para intentar abrir el trastero. Se pide:
- ¿Cuál es la probabilidad de que se acierte con la llave?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el llavero escogido sea el tercero y la llave no abra?
  - Y si la llave escogida es la correcta, ¿cuál será la probabilidad de que pertenezca al llavero A?
- 39.** Se dispone de tres urnas con las siguientes composiciones en bolas de color blanco (B) y negras (N):

$$U_1 = \{3B, 7N\}; U_2 = \{5B, 5N\}; U_3 = \{8B, 2N\}$$

Lanzamos un dado al aire, de modo que: Si sale 1, 2 o 3, extraemos una bola de la primera urna; si sale 4 o 5 hacemos la extracción una bola de la segunda urna, y, si sale 6, hacemos

la extracción de una bola de la tercera. Tras realizar una extracción se verifica que ha salido una bola de color negro. Determinar la probabilidad de que proceda de la tercera urna.

- 40.** En una bolsa hay 4 bolas negras y 5 blancas. En otra bolsa hay 2 bolas negras y 3 blancas. Se elige al azar una bolsa y de ella extrae una bola, se pide:
- Si la bola extraída es de color blanco, probabilidad de que proceda de la primera urna.
  - Si la bola extraída es de color negro, probabilidad de que proceda de la segunda urna.
- 41.** Un armario tiene dos cajones. El cajón N° 1 contiene 4 monedas de oro y 2 de plata. El cajón N° 2 contiene 3 monedas de oro y 3 de plata. Se abre un cajón al azar y se extrae una moneda. Calcular:
- Probabilidad de que se haya abierto el cajón N° 2 y se haya extraído una moneda de oro.
  - Probabilidad de que se haya abierto el cajón N° 1, sabiendo que al extraer una moneda, ésta es de oro.
- 42.** Un taller tiene distribuidos los vehículos en tres naves. En la nave A hay 12 vehículos de los cuales 4 están averiados; en la nave B hay 6 vehículos y la mitad están averiados, y en la nave C de los 8 vehículos que contiene, hay 3 averiados. Si se elige una nave y un vehículo al azar, se pide:
- ¿Qué probabilidad hay de esté en perfectas condiciones de funcionamiento?
  - Si el vehículo está averiado, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la nave B?

### **13.- PROBLEMAS PROPUESTOS EN LA EvAU**

- 1.** [Julio de 2018 – Propuesta A – Ejercicio 5] En un municipio el 40 % de los habitantes son aficionados a la lectura, el 50 % al cine, y al 70 % les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.
- Se elige un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine?
  - Si elegimos un habitante al azar y le gusta el cine, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura?
- 2.** [Julio de 2018 – Propuesta B – Ejercicio 5] En un cierto banco el 5 % de los créditos concedidos son para la compra de una motocicleta. De los créditos concedidos para la compra de una motocicleta, el 40 % resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de una motocicleta, se sabe que el 10 % de ellos resultan impagados.
- Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados.
  - Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para una motocicleta?
- 3.** [Junio de 2018 – Propuesta A – Ejercicio 5] El 10 % de los habitantes de una región padece cierta enfermedad. Para diagnosticar la misma, se dispone de un procedimiento que no es completamente fiable, ya que da positivo en el 97 % de los casos de personas con la enfermedad, pero también da positivo en el 1 % de personas que no padecen la enfermedad.
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona obtenga un diagnóstico positivo?
  - Si una persona obtiene negativo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?

- 4. [Junio de 2018 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En una clase de 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.
- Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas).
  - Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca?
- 5. [Septiembre de 2017 – Propuesta A – Ejercicio 5]** De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: el 29 % de los conductores superaron los límites de alcohol en sangre, el 14 % de los conductores tenía presencia de drogas en sangre y el 37 % superaba los límites de alcohol o tenía presencia de drogas en sangre o ambas.
- Calcula la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, el conductor supere los límites de alcohol y tenga presencia de drogas en sangre.
  - Razone si son independientes los sucesos superar los límites de alcohol y presencia de drogas en sangre.
- 6. [Septiembre de 2017 – Propuesta B – Ejercicio 5]** Una persona que fuma habitualmente tiene una probabilidad 0.1 de padecer cáncer de pulmón en el transcurso de su vida. Suponiendo que el hecho de que una persona padezca cáncer de pulmón es independiente de que otra lo padezca.
- Si dos personas fuman habitualmente, ¿cuál es la probabilidad de que las dos padezcan cáncer de pulmón?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que padezcan cáncer de pulmón al menos una de cuatro personas que fuman habitualmente?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que padezca cáncer de pulmón exactamente una persona de dos que fuman habitualmente?
- 7. [Junio de 2017 – Propuesta A – Ejercicio 5]** En un instituto el 45 % de los estudiantes son de la modalidad de Ciencias, el 35 % son de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales y el resto son de la modalidad de Arte. También se sabe que el 10 % de los estudiantes de Ciencias tienen una nota media superior a 8, el 20 % de los de Humanidades y Ciencias Sociales y el 25 % de los de la modalidad de Arte.
- Calcule la probabilidad de que un estudiante, elegido al azar, tenga una nota media superior a 8.
  - Si tenemos un estudiante que tiene una nota media menor o igual a 8, ¿cuál es la probabilidad de que sea Ciencias?
- 8. [Junio de 2017 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En una empresa hay dos categorías para los empleados, en la categoría A se encuentra el 80 % de los empleados y el resto en la B. El 10 % de los empleados de la categoría A tiene contrato temporal mientras que en la categoría B este porcentaje es del 30 %.
- Elegido un empleado al azar de esa empresa, ¿cuál es la probabilidad de que tenga contrato temporal?
  - Se escoge un empleado al azar y tiene contrato temporal, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la categoría B?

## **14.- PROBLEMAS PROPUESTOS EN LA P.A.E.G.**

- 9.** *[Septiembre de 2016 – Propuesta A – Ejercicio 5] De un total de 80 alumnos de un instituto que se han presentado a la PAEG, 6 no han aprobado la PAEG.*
- Calcula la probabilidad de que un alumno de ese instituto elegido al azar haya aprobado la PAEG.*
  - Calcula la probabilidad de que, si seleccionamos tres alumnos distintos al azar de este instituto, ninguno resulte suspenso.*
  - Si elegimos cuatro alumnos distintos al azar y el primero y el segundo han suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que el tercero y el cuarto sean suspensos?*
- 10.** *[Septiembre de 2016 – Propuesta B – Ejercicio 5] En una liga de fútbol se sabe que el 5 % de los futbolistas son asiáticos, el 25 % son africanos y el resto son europeos. También se sabe que el 10 % de los futbolistas asiáticos, el 20 % de los futbolistas africanos y el 25 % de los futbolistas europeos hablan castellano.*
- Calcule la probabilidad de que un futbolista, elegido al azar, hable castellano.*
  - Si nos encontramos con un futbolista que no habla castellano, ¿cuál es la probabilidad de que sea europeo?*
- 11.** *[Junio de 2016 – Propuesta A – Ejercicio 5] En una empresa de Toledo se producen dos modelos de vajillas: A y B. El 10 % de las vajillas son del modelo A y el 90 % del modelo B. La probabilidad de que una vajilla del modelo A sea defectuosa es 0.02 y de que una vajilla del modelo B sea defectuosa es 0.01.*
- Elegida una vajilla al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?*
  - Se escoge al azar una vajilla y resulta defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo A?*
- 12.** *[Junio de 2016 – Propuesta B – Ejercicio 5] Se sabe que una máquina determinada tiene una probabilidad de tener una avería de 0.1. Tenemos una empresa con 4 máquinas como las anteriores que funcionan de forma independiente.*
- ¿Cuál es la probabilidad de que las cuatro tengan una avería?*
  - ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna tenga una avería?*
  - ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las máquinas tenga una avería?*
- 13.** *[Septiembre de 2015 – Propuesta A – Ejercicio 5] Una caja contiene ocho tornillos, de los que dos son defectuosos.*
- Si extraemos dos tornillos sin reemplazamiento, y el primero ha resultado ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo también lo sea?*
  - Si vamos extrayendo tornillos sin reemplazamiento, uno tras otro, hasta localizar los dos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de necesitar exactamente tres extracciones para localizarlos?*
- 14.** *[Septiembre de 2015 – Propuesta B – Ejercicio 5] El 60 % de las compras de un supermercado las realizan mujeres. El 20 % de las compras realizadas por estas supera los 30 euros, mientras que el 30 % de las realizadas por hombres supera esa cantidad.*
- Elegido un ticket de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere los 30 euros?*
  - Si se sabe que un ticket de compra no supera los 30 euros, ¿cuál es la probabilidad de que la compra la hiciera un hombre?*

**15. [Junio de 2015 – Propuesta A – Ejercicio 5]** De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: en el 15 % de los casos no se llevaba puesto el cinturón de seguridad, en el 60 % no se respetaron los límites de velocidad permitidos y en el 5 % de los casos no se cumplían ambas normas, es decir, no llevaban puesto el cinturón y no respetaban los límites de velocidad.

- Calcula la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, no se haya cumplido alguna de las dos normas.
- Razone si son independientes los sucesos “tener accidente no llevando puesto el cinturón” y “tener accidente no respetando los límites de velocidad”.

**16. [Junio de 2015 – Propuesta B – Ejercicio 5]** Una persona que corre habitualmente tiene una probabilidad 0.01 de lesionarse. Suponiendo que el hecho de que una persona se lesione es independiente de que otra se lesione o no.

- ¿Cuál es la probabilidad de que se lesionen dos personas que corren habitualmente?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se lesionen al menos una de cuatro personas que corren habitualmente?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se lesione exactamente una persona de dos que corren habitualmente?

**17. [Septiembre de 2014 – Propuesta A – Ejercicio 5]** Se piensa que un estudiante de bachillerato que estudie normal, sobre 10 horas semanales aparte de las clases, tiene una probabilidad de 0.9 de aprobar una asignatura. Suponiendo que aprobar o no una asignatura sea independiente de aprobar o no las demás:

- ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe dos asignaturas de dos que ha estudiado normal?
- ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una asignatura de dos que ha estudiado normal?
- ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe exactamente una asignatura de dos que ha estudiado normal?

**18. [Septiembre de 2014 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En un temario para la oposición a una plaza hay 20 temas de los cuales se eligen dos al azar y el candidato elige uno de ellos para desarrollarlo. Obviamente el mismo tema no puede salir dos veces. Si un candidato se sabe 15 temas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que se sepa al menos un tema de los dos elegidos al azar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se sepa los dos temas elegidos al azar?

**19. [Junio de 2014 – Propuesta A – Ejercicio 5]** En una población, el 40 % de los habitantes ven habitualmente la televisión, el 10 % leen habitualmente y el 1 % ven la televisión y leen habitualmente

- Se elige un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que vea la televisión o lea habitualmente o ambas cosas?
- Si elegimos un habitante al azar y ve la televisión habitualmente, ¿cuál es la probabilidad de que lea habitualmente?

**20. [Junio de 2014 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En una empresa hay tres robots A, B y C dedicados a soldar productos. El 15 % de los productos son soldados por el robot A, el 20 % por el B y el 65 % por el C. Se sabe que la probabilidad de que un producto tenga un defecto de soldadura es de 0.02 si ha sido soldado por el robot A, 0.03 por el robot B y 0.01 por el robot C.



- a) Elegido un producto al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga un defecto de soldadura?
- b) Se escoge al azar un producto y resulta tener un defecto de soldadura, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido soldado por el robot A?

**21. [Reserva 2 de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 5]** Se piensa que un estudiante de universidad que estudie normal, sobre 15 horas aparte de las clases, tiene una probabilidad de 0.9 de aprobar una materia. Suponiendo que la probabilidad de aprobar cada materia es independiente.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe dos materias de dos que ha estudiado normal?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe ninguna materia de tres que ha estudiado normal?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una materia de dos que ha estudiado normal?

**22. [Reserva 2 de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En un municipio el 40 % de los habitantes son aficionados a la lectura, el 50 % al cine, y al 60 % les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.

- a) Se elige un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine?
- b) Si elegimos un habitante al azar y le gusta el cine, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura?

**23. [Reserva 1 de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 5]** El 15 % de los estudiantes matriculados en una determinada asignatura de un instituto de educación secundaria practican algún deporte. El 10 % de los alumnos que practican algún deporte obtienen una calificación de sobresaliente en dicha asignatura. Mientras que el 5 % de los alumnos que no practican ningún deporte obtienen el sobresaliente.

- a) Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido un sobresaliente en la citada asignatura?
- b) Sabiendo que un alumno elegido al azar ha obtenido un sobresaliente, ¿cuál es la probabilidad de que practique algún deporte?

**24. [Reserva 1 de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En una empresa se producen dos modelos de un determinado producto: A y B. El 10 % de los productos son del modelo A y el 90 % del modelo B. La probabilidad de que un producto del modelo A sea defectuoso es 0.02 y de que un producto del modelo B sea defectuoso es 0.01.

- a) Elegido un producto al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- b) Se escoge al azar un producto y resulta no defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo A?

**25. [Septiembre de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 5]** Una empresa sabe que la probabilidad de que un ordenador tenga virus es 0.9. Dicha empresa tiene tres ordenadores independientes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los tres ordenadores tengan virus?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los tres ordenadores tenga virus?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los tres ordenadores tenga virus?

**26. [Septiembre de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En un temario para la oposición a una plaza, hay 25 temas de los cuales 5 son de legislación y el resto del contenido propio de la plaza. Cada opositor elige al azar dos temas. Obviamente el mismo tema no puede salir dos veces.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que de los dos temas elegidos ninguno sea de legislación?  
 b) Si un opositor ha estudiado 10 temas de los 25, ¿cuál es la probabilidad de que de los dos temas escogidos al menos uno sea de los que ha estudiado ?

**27. [Junio de 2013 – Propuesta A – Ejercicio 5]** En una empresa se producen dos tipos de piezas: A y B. El 20 % son piezas del tipo A y el 80 % piezas del tipo B. La probabilidad de que una pieza de tipo A sea defectuosa es 0.02 y de que una pieza de tipo B sea defectuosa es 0.1.

- a) Elegida una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?  
 b) Se escoge al azar una pieza y resulta no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo A?

**28. [Junio de 2013 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En un colegio el 30 % de los alumnos juegan al baloncesto, el 40 % juegan al fútbol, y el 50 % juegan al fútbol o al baloncesto o a ambos deportes.

- a) Se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al fútbol y juegue al baloncesto?  
 b) Si elegimos un alumno al azar y juega al baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al fútbol?

**29. [Reserva 2 de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 5]** El 15 % de los estudiantes matriculados en una determinada asignatura de un centro universitario son fumadores. El 1 % de estos alumnos fumadores obtienen una calificación de sobresaliente en dicha asignatura. Mientras que el 30 % de los alumnos no fumadores obtienen el sobresaliente.

- a) Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido un sobresaliente en la citada asignatura?  
 b) Sabiendo que un alumno elegido al azar ha obtenido un sobresaliente, ¿cuál es la probabilidad de que sea fumador?

**30. [Reserva 2 de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En una biblioteca del campus de la UCLM hay 100 personas de Albacete, 50 de Ciudad Real, 100 de Toledo y 50 de Cuenca.

- a) Se sortean dos ordenadores entre todas ellas, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a ningún toledano? (pueden tocarle a la misma persona los dos ordenadores).  
 b) Se eligen al azar tres personas entre todas ellas para un concurso, de una en una y sin que se puedan repetir, ¿cuál es la probabilidad de que las tres sean ciudadrealeñas?

**31. [Reserva 1 de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 5]** En un cierto banco el 10 % de los créditos concedidos son para la compra de un coche. De los créditos concedidos para la compra de un coche, el 25 % resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de un coche, se sabe que el 10 % de ellos resultan impagados.

- a) Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados.  
 b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para un coche?

**32. [Reserva 1 de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 5]** En una clase de 18 alumnos, a 10 personas les gusta el baloncesto, a 5 el fútbol y a 3 el atletismo.

- a) Se sortean dos entradas entre todas ellas, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a nadie que le gusta el baloncesto? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas).  
 b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para

alumnos que les gusta el fútbol?

- 33.** *[Septiembre de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 5]* Según un estudio, el 30 % de las familias españolas van al cine regularmente, el 25 % leen regularmente, y el 15 % hacen las dos cosas.
- Si elegimos una familia al azar y va al cine regularmente, ¿cuál es la probabilidad de que esa familia lea regularmente?
  - Se selecciona una familia al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que esa familia vaya al cine o lea regularmente?
- 34.** *[Septiembre de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 5]* Una empresa tiene dos líneas de producción. La línea 1 produce el 60 % de los artículos y el resto los produce la línea 2. Sabemos que el 0.5 % de los artículos producidos por la línea 1 tiene algún defecto y así mismo el 2 % de los artículos producidos por la línea 2 son defectuosos.
- Elegido un artículo al azar, calcula la probabilidad de que sea defectuoso.
  - Sabiendo que un artículo tiene defectos, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la línea 2?
- 35.** *[Junio de 2012 – Propuesta A – Ejercicio 5]* En un instituto el 30 % de los alumnos juegan al baloncesto, el 25 % juegan al fútbol, y el 50 % juegan al fútbol o al baloncesto o a ambos deportes.
- Se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al fútbol y juegue al baloncesto?
  - Si elegimos un alumno al azar y juega al baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al fútbol?
- 36.** *[Junio de 2012 – Propuesta B – Ejercicio 5]* En una empresa se producen dos tipos de muebles: A y B, en una proporción de 2 a 3, respectivamente. La probabilidad de que un mueble de tipo A sea defectuoso es 0.05 y de que un mueble de tipo B sea defectuoso es 0.1.
- Elegido un mueble al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
  - Se escoge al azar un mueble y resulta no defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?
- 37.** *[Reserva 2 de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 5]* En un cierto banco el 30 % de los créditos concedidos son para vivienda. De los créditos concedidos a vivienda, el 15 % resultan impagados, del resto de créditos concedidos un 20 % son impagados.
- Probabilidad de que un crédito elegido al azar sea impagado.
  - Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera de vivienda?
- 38.** *[Reserva 2 de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 5]* En una empresa se producen dos tipos de productos: A y B, en una proporción de 1 a 4, respectivamente. La probabilidad de que un producto tipo A sea defectuoso es 0.02 y de que un producto de tipo B sea defectuoso es 0.09.
- ¿Cuál es la proporción de productos defectuosos?
  - Se escoge al azar un producto y resulta no defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?
- 39.** *[Septiembre de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 5]* Una empresa tiene la misma cantidad de acciones del tipo A que del tipo B. Se sabe que el tipo A tiene una probabilidad de doblar su precio de 0.3 y 0.2 para el tipo B.

- a) Probabilidad de que una acción elegida al azar doble su precio.  
 b) Si sabemos que una acción ha doblado su precio, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?

**40.** [Septiembre de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 5] En un pabellón polideportivo hay 1000 personas de Albacete, 500 de Ciudad Real, 1000 de Toledo y 500 de Cuenca.

- a) Se sortean dos ordenadores entre todas ellas, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a ningún toledano? (puede tocarle a la misma persona los dos ordenadores).  
 b) Se eligen al azar tres personas entre todas ellas para un concurso, de una en una y sin que se puedan repetir, ¿cuál es la probabilidad de que los tres sean ciudadrealeños?

**41.** [Junio de 2011 – Propuesta A – Ejercicio 5] En una empresa se producen dos tipos de sillas: A y B, en una proporción de 1 a 3, respectivamente. La probabilidad de que una silla tipo A sea defectuosa es 0.02 y de que una silla de tipo B sea defectuosa es 0.09.

- a) ¿Cuál es la proporción de sillas defectuosas?  
 b) Se escoge al azar una silla y resulta no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?

**42.** [Junio de 2011 – Propuesta B – Ejercicio 5] Según un estudio, el 40 % de los hogares europeos tienen contratado acceso a internet, el 33 % tiene contratada tele por cable, y el 20 % disponen de ambos servicios.

- a) Si elegimos un hogar al azar y tiene televisión por cable, ¿cuál es la probabilidad de que tenga acceso a internet?  
 b) Se selecciona un hogar europeo al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

**43.** [Reserva 2 de 2010 – Propuesta A – Ejercicio 3] En un laboratorio se diseña un test para detectar la presencia de un error en un chip. Para probar el test, se considera un gran número de chips que pueden, o no, tener un error. La probabilidad de que un chip escogido al azar tenga un error es de 0.2. Por otra parte, si un chip contiene un error el test da positivo en el 90 % de los casos. En cambio, si un chip no tiene el error, el test da positivo en el 5 % de los casos.

- a) Al escoger un chip al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el test sea positivo?  
 b) Si un chip ha dado positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el error?  
 c) ¿Son independientes los sucesos tener un error y dar positivo en el test? Razona tu respuesta.

**44.** [Reserva 1 de 2010 – Propuesta B – Ejercicio 3] En una clase de la universidad hay 15 personas de Albacete, 12 de Ciudad Real, 10 de Toledo y 3 de Cuenca.

- a) Se sortean dos ordenadores, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a ningún albaceteño? (puede tocarle al mismo alumno los dos ordenadores).  
 b) Sacamos del aula al azar tres alumnos, de uno en uno y sin que vuelvan a entrar, ¿cuál es la probabilidad de que los tres sean conquenses?  
 c) Si elegimos un alumno al azar y sabemos que no es de Cuenca, ¿cuál es la probabilidad de que sea de Albacete?

**45.** [Septiembre de 2010 – Propuesta A – Ejercicio 3] Si un alumno estudia poco tiene una probabilidad de aprobar del 0.4, si estudia regular de un 0.6 y si estudia bastante (nunca es mucho) tiene una probabilidad de aprobar del 0.9. Sabiendo que un alumno estudia poco, regular y bastante con probabilidades 0.3, 0.5 y 0.2.

- a) Calcular la probabilidad de que un alumno cualquiera apruebe.  
 b) Si un alumno ha suspendido el examen, ¿cuál es la probabilidad de que haya estudiado poco?  
 c) Calcular la probabilidad de que de 3 alumnos que estudian poco, no apruebe ninguno.

**46.** [Junio de 2010 – Propuesta A – Ejercicio 3] Las muestras de vidrio de un laboratorio se colocan en paquetes pequeños y ligeros o en paquetes grandes y pesados. Supongamos que el 2 % y el 1 % de las muestras que son enviadas en paquetes pequeños y grandes, respectivamente, se rompen durante el trayecto a su destino. Si el 60 % de las muestras se envían en paquetes pequeños, y el 40 % en paquetes grandes.

- a) ¿Cuál es la proporción de muestras que se romperán durante el envío?  
 b) Suponed que nos dicen que se ha roto un paquete, ¿cuál es la probabilidad de que el paquete sea grande?  
 c) ¿Cuál es la probabilidad de enviar dos paquetes pequeños y que no se rompa ninguno?

## **15.- PROBLEMAS PROPUESTOS EN LA P.A.U.**

**47.** [Reserva 2 de 2009 – Cuarto Bloque – A] El 60 % de los visitantes de la última exposición de Escher en Madrid eran españoles. De éstos, el 40 % eran menores de 22 años. En cambio, de los que no eran españoles, tenían menos de 22 años el 30 % Elegido un visitante al azar, calcular: 1) La probabilidad de que tuviera menos de 22 años. 2) La probabilidad de que no fuera español y tuviera 22 o más años.

**48.** [Reserva 1 de 2009 – Cuarto Bloque – A] Las máquinas A y B producen 150 y 250 piezas por hora, con porcentajes de fallo del 5 % y del 10 % respectivamente. Tenemos mezcladas las piezas fabricadas en una hora por las dos máquinas y elegimos una pieza al azar. Calcular: 1) La probabilidad de que sea una pieza sin fallo y fabricada en la máquina A. 2) La probabilidad de que esté fabricada en la máquina B, si sabemos que tiene fallo.

**49.** [Septiembre de 2009 – Cuarto Bloque – A] Una novela tiene tres partes. La primera parte tiene 125 páginas y el 85 % de ellas no tiene ningún error. La segunda parte tiene 150 páginas y de ellas el 10 % tiene algún error. El 95 % de las 175 páginas de la tercera parte no tienen ningún error. 1) Elegida una página de esa novela al azar, ¿cuál será la probabilidad de que tenga algún error? 2) Elegida una página sin errores, ¿cuál será la probabilidad de que sea de la primera parte?

**50.** [Junio de 2009 – Cuarto Bloque – A] Se ha realizado una encuesta a un grupo de estudiantes de bachillerato. Entre las conclusiones está que un 40 % han recibido clases de informática. Además, el 80 % de aquellos que han recibido clases de informática tienen ordenador en casa. También que un 10 % de los estudiantes a los que se les pasó la encuesta tienen ordenador en casa y no han recibido clases de informática. Elegido al azar un estudiante encuestado, calcular la probabilidad de que: 1) tenga ordenador en casa. 2) tenga ordenador en casa y haya recibido clases de informática. 3) haya recibido clases de informática, sabiendo que tiene ordenador en casa.

**51.** [Reserva 2 de 2008 – Cuarto Bloque – A] De los trabajadores que trabajan por cuenta propia, 24 tienen estudios primarios, 30 tienen estudios secundarios y 6 tienen estudios superiores. Mientras que, de los trabajadores por cuenta ajena, 6 tienen estudios primarios, 25 estudios secundarios y 9 estudios superiores. Elegido un trabajador al azar, 1) ¿cuál es la probabilidad de

que sea trabajador por cuenta propia y tenga estudios secundarios? 2) si resulta que es un trabajador por cuenta ajena, ¿cuál es la probabilidad de que tenga estudios superiores?

**52. [Reserva 1 de 2008 – Cuarto Bloque – A)]** Se dispone de un banco de preguntas de dos tipos: 60 preguntas son de elección múltiple y 40 preguntas son de verdadero-falso. Sabemos que son difíciles la mitad de las preguntas de elección múltiple, así como la décima parte de las preguntas de verdadero-falso. Elegida una pregunta al azar, 1) ¿cuál es la probabilidad de que sea difícil? 2) Si dicha pregunta resulta ser fácil, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo verdadero-falso?

**53. [Septiembre de 2008 – Cuarto Bloque – A)]** En una determinada comunidad, la población inmigrante es originaria de tres zonas distintas y repartida de la siguiente forma: el 30 % del Norte de África, el 25 % de Europa del Este y el tanto por ciento restante de Iberoamérica. En situación legal están los siguientes: el 45 % del Norte de África, el 30 % de Europa del Este y el 55 % de Iberoamérica. 1) Elegido un inmigrante al azar, ¿cuál será la probabilidad de que su situación administrativa sea legal? 2) Elegido un inmigrante en situación de ilegalidad, ¿cuál será la probabilidad de que venga de Iberoamérica?

**54. [Junio de 2008 – Cuarto Bloque – A)]** Entre la población de una determinada región se estima que el 55 % presenta obesidad, el 20 % padece hipertensión y el 15 % tiene obesidad y es hipertenso. 1) Calcula la probabilidad de ser hipertenso o tener obesidad. 2) Calcula la probabilidad de tener obesidad condicionada a ser hipertenso.

**55. [Reserva 2 de 2007 – Cuarto Bloque – A)]** La terminación de un trabajo de construcción se puede retrasar a causa de una huelga. La probabilidad de que habrá huelga es de 0'6, la probabilidad de que se termine a tiempo es de 0'85 si no hay huelga y de 0'35 si hay huelga.

- 1) ¿Cuál es la probabilidad de que el trabajo se termine a tiempo?
- 2) Si el trabajo se ha terminado a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que haya habido huelga?

**56. [Reserva 2 de 2007 – Segundo Bloque – B)]** En el Instituto de un determinado barrio se sabe que  $\frac{1}{3}$  de los alumnos no vive en el barrio. También se sabe que  $\frac{5}{9}$  de los alumnos han nacido en la ciudad y que  $\frac{3}{4}$  de los alumnos no han nacido en la ciudad o viven en el barrio. Seleccionado al azar un alumno de ese Instituto, calcular la probabilidad de que: 1) viva en el barrio 2) no haya nacido en la ciudad, 3) no haya nacido en la ciudad y viva en el barrio.

**57. [Reserva 1 de 2007 – Segundo Bloque – B)]** En unas votaciones a consejo escolar de un cierto centro sabemos que la probabilidad de que vote una madre es del 0'28, la probabilidad de que vote un padre es del 0'21 y la probabilidad de que voten los dos es de 0'15.

- 1) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de los dos vote?
- 2) ¿Cuál es la probabilidad de que no vote ninguno de los dos?

**58. [Reserva 1 de 2007 – Cuarto Bloque – A)]** Los viajantes de una empresa alquilan coches a tres agencias de alquiler: 60 % a la agencia A, 30 % a la agencia B y el resto a la agencia C. Si el 9 % de los coches de la agencia A necesitan una revisión, el 20 % de los coches de la agencia B necesitan una revisión y el 6 % de los coches de la agencia C necesitan una revisión.

- 1) ¿Cuál es la probabilidad de que un coche alquilado por esa empresa necesite una revisión?

- 2) Si un coche alquilado ha necesitado una revisión ¿cuál es la probabilidad de que lo hayan alquilado a la agencia B?

**59.** [Septiembre de 2007 – Segundo Bloque – B] Si una persona va un día a su dentista, supongamos que la probabilidad de que sólo le limpie la dentadura es de 0'44, la probabilidad de que sólo le tape una caries es de 0'24 y la probabilidad de que le limpie la dentadura y le tape una caries es de 0'08, calcular la probabilidad de que un día de los que va a su dentista, éste: **1)** le limpie la dentadura o bien le tape una caries, **2)** ni le limpie la dentadura ni le tape una caries.

**60.** [Septiembre de 2007 – Cuarto Bloque – A] El 42 % de la población activa de cierto país, está formada por mujeres. Se sabe que el 24 % de las mujeres y el 16 % de los hombres están en paro.

- i. Elegida una persona al azar de la población activa de ese país, calcula la probabilidad de que esté en paro.
- ii. Si hemos elegido una persona con trabajo, ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre?

**61.** [Junio de 2007 – Segundo Bloque – B] En el arcén de una determinada carretera, las probabilidades de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados es de 0'23 y de que tenga los faros defectuosos es de 0'24. También sabemos que la probabilidad de que un coche parado en este arcén tenga los neumáticos muy gastados o bien los faros defectuosos es de 0'38. Calcula la probabilidad de que un coche parado en ese arcén, **1)** tenga los neumáticos muy gastados y los faros defectuosos. **2)** no tenga ninguna de las dos averías.

**62.** [Junio de 2007 – Cuarto Bloque – A] En una determinada granja de patos en la que sólo hay dos tipos, uno con pico rojo y otro con pico amarillo, se observa que: el 40 % son machos y con pico amarillo, el 20 % de todos los patos tienen el pico rojo, el 35 % de los patos que tienen el pico rojo son machos, mientras que sólo el 15 % de los machos tienen el pico rojo. **1)** Elegido un pato al azar, calcular la probabilidad de que sea macho. **2)** Si el pato elegido ha sido hembra, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el pico rojo?

**63.** [Reserva 2 de 2006 – Segundo Bloque – B] En un examen teórico para la obtención del permiso de conducir hay 14 preguntas sobre normas, 12 sobre señales y 8 sobre educación vial. Si se eligen dos preguntas al azar. **1)** ¿Cuál es la probabilidad de que las dos preguntas sean de educación vial? **2)** ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna sea de señales?

**64.** [Reserva 2 de 2006 – Cuarto Bloque – A] Los porcentajes de contenido violento que emite un determinado canal televisivo autonómico en las diferentes franjas horarias es el siguiente: 1 % por la mañana, 2 % por la tarde y 3 % por la noche. Si un telespectador cualquiera sintoniza un día aleatoriamente este canal con igual probabilidad de franja horaria: **1)** ¿Cuál es la probabilidad de que no vea ningún contenido violento? **2)** Si un telespectador ha visto un contenido violento en ese canal, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido por la mañana?

**65.** [Reserva 1 de 2006 – Segundo Bloque – B] En un aula de un colegio, el porcentaje de diestros (sólo utilizan la mano derecha) es el 60 %, la de zurdos (sólo utilizan la mano izquierda) el 15 % y un 1 % que son ambidiestros (utilizan indistintamente ambas manos), **1)** ¿cuál es la probabilidad de elegir un alumno de esta clase que sólo utilice una mano? **2)** En otra aula de ese colegio con 25 alumnos, los diestros representan el 84 % del a clase y resto son zurdos. Si sacamos

dos alumnos de clase, uno a uno y sin devolverlos al aula, ¿cuál es la probabilidad de que ambos utilicen la misma mano?

**66. [Reserva 1 de 2006 – Cuarto Bloque – A)]** En un colegio hay 30 niños no nacidos en España, de los cuales 6 han nacido en el Este de Europa, 15 en el Norte de África y el resto son de origen asiático. Al comenzar el curso, el centro les mide el nivel de español con el fin de proporcionarles clases especiales a los que lo necesiten. Hecha la prueba de nivel se observa que 3 niños del Este de Europa, 9 norteafricanos y 6 asiáticos necesitan clases compensatorias. **1)** Si elegimos un niño del colegio al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea asiático y no necesite clases compensatorias? **2)** Si elegido un niño al azar resulta que ha tenido que asistir a clases compensatorias, ¿cuál es la probabilidad de que sea de origen norteafricano?

**67. [Septiembre de 2006 – Segundo Bloque – B)]** En una clase de segundo de bachillerato hay 10 chicos y 10 chicas, la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han optado por la asignatura de Biología, calcular la probabilidad de que, elegido un alumno al azar de esa clase, **1)** sea chico o haya elegido Biología, **2)** sea chica y no haya elegido Biología

**68. [Septiembre de 2006 – Cuarto Bloque – A)]** Para superar una oposición se presentan dos modelos de examen A y B, en el modelo A hay 8 preguntas de contenido general y 12 de contenido específico y el modelo B se compone de 9 preguntas de contenido general y 6 de contenido específico (no hay preguntas comunes en los dos modelos de examen). Para elegir una pregunta, primero se elige un modelo de examen al azar y luego, al azar, se elige una pregunta del modelo elegido. **1)** ¿Cuál es la probabilidad de que la pregunta elegida sea de contenido específico? **2)** Si la pregunta elegida es de contenido general, ¿cuál es la probabilidad de que se haya elegido previamente el modelo A?

**69. [Junio de 2006 – Segundo Bloque – A)]** En una ciudad hay tres lugares de ocio (A, B, C) a los que van habitualmente un grupo de amigos. Las probabilidades de ir un día cualquiera a cada uno de ellos son, respectivamente, 0'4, 0'3 y 0'6. Hallar la probabilidad de que, un día cualquiera dicho grupo **1)** solamente vaya a uno de los lugares, **2)** vaya únicamente a dos de los lugares.

**70. [Junio de 2006 – Cuarto Bloque – B)]** En una clase de segundo de Bachillerato compuesta por el 55 % de chicos y el resto de chicas, practica el balonmano el 40 % de los chicos y una de cada cuatro chicas. Si elegimos al azar un alumno de la clase, **1)** ¿cuál es la probabilidad de que practique balonmano? **2)** ¿Cuál es la probabilidad de que practique balonmano y sea chica? **3)** Si resulta que no practica balonmano, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

**71. [Reserva 2 de 2005 – Segundo Bloque – A)]** Tenemos un dado (con sus seis caras numeradas del 1 al 6), trucado en el que es dos veces más probable que salga un número par que un número impar. **1)** Calcula la probabilidad de salir par y la de salir impar. **2)** Calcula la probabilidad de que, en un solo lanzamiento del dado, salga un número menor que 4.

**72. [Reserva 2 de 2005 – Cuarto Bloque – A)]** En un centro universitario hay matriculados 550 alumnos en primero, 300 en segundo y 150 en tercero. (Se cuenta cada alumno solamente en el curso inferior de todas las asignaturas que tenga). El porcentaje de matriculados en más de 8 asignaturas es: el 70 % de los alumnos de primero, el 90 % de los alumnos de segundo y el 30 % de los alumnos de tercero. Elegido un alumno al azar, halla la probabilidad de que **1)** esté matriculado en más de 8 asignaturas y **2)** estando matriculado en más de 8 asignaturas sea de primero.



- 73. [Reserva 1 de 2005 – Segundo Bloque – B)]** En el botiquín de un equipaje se encuentran dos cajas de pastillas para el dolor de cabeza y tres cajas de pastillas para el tiroides. El botiquín de otro equipaje hay tres cajas de pastillas para el dolor de cabeza, dos cajas de pastillas para el tiroides y una caja de pastillas laxantes. Si se saca una caja de pastillas al azar de cada uno de los equipajes, calcular la probabilidad de que: **1)** Las dos cajas sean para el tiroides. **2)** las dos cajas sean de pastillas diferentes.
- 74. [Reserva 1 de 2005 – Cuarto Bloque – A)]** El 45 % de la población española deja su residencia habitual para ir de vacaciones de verano, de éstos sólo el 5 % sale al extranjero. No obstante, hay un 1 % de españoles que no estando de vacaciones sale al extranjero en el verano. Elegido un español al azar, calcular la probabilidad de que: **1)** viaje al extranjero en el verano y **2)** encontrándose en el extranjero, esté de vacaciones.
- 75. [Septiembre de 2005 – Segundo Bloque – B)]** Se truca una moneda de forma que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz. Si se lanza tres veces esta moneda. **1)** Calcula el espacio muestral para este experimento. **2)** Calcula la probabilidad de obtener dos cruces y una cara.
- 76. [Septiembre de 2005 – Cuarto Bloque – A)]** En una oficina trabajan 4 secretarias que archivan documentos. Cada una de ellas archiva el 40 %, 10 %, 30 % y 20 %, respectivamente, de los documentos. La probabilidad que tiene cada una de ellas de equivocarse al archivar es 0'01, 0'04, 0'06 y 0'1 respectivamente. **1)** ¿Cuál es la probabilidad de que un documento esté mal archivado? **2)** Si se ha encontrado un documento mal archivado, ¿cuál es la probabilidad de que sea debido a la tercera secretaria?
- 77. [Junio de 2005 – Segundo Bloque – B)]** En una rifa con 500 papeletas, 75 tienen un premio de 100 euros, 150 tienen un premio de 25 euros y 275 un premio de 10 euros. Elegida una papeleta al azar, calcular la probabilidad de que: **1)** Se obtenga un premio de 25 euros. **2)** Se obtenga un premio menor de 100 euros.
- 78. [Junio de 2005 – Cuarto Bloque – A)]** Juan es el responsable de un aula de informática en una empresa y no se puede confiar en él pues la probabilidad de que olvide hacer el mantenimiento de un ordenador en ausencia del jefe es  $\frac{2}{3}$ . Si Juan le hace mantenimiento a un ordenador éste tiene la misma probabilidad de estropearse que de funcionar correctamente, pero si no le hace el mantenimiento sólo hay una probabilidad de 0'25 de funcionar correctamente. **1)** ¿Cuál es la probabilidad de que un ordenador funcione correctamente a la vuelta del jefe? **2)** A su regreso, el jefe se encuentra un ordenador averiado, ¿cuál es la probabilidad de que Juan no le hiciera el mantenimiento?
- 79. [Reserva 2 de 2004 – Segundo Bloque – B)]** Sobre 500 alumnos, matriculados en una determinada asignatura, 100 pertenecen al plan antiguo y el resto al plan nuevo. Del plan nuevo aprueban 240 y del plan antiguo aprueban 60. Elegido al azar un alumno que cursa esa asignatura, Calcula la probabilidad de que: **1)** haya aprobado, **2)** pertenezca al plan antiguo. **3)** ¿Son independientes los sucesos “aprobar” y “pertenecer al plan antiguo”? Razónalo.
- 80. [Reserva 2 de 2004 – Cuarto Bloque – A)]** La probabilidad de que un alumno lleve “tipex” a un examen es de 0,1; la probabilidad de que escriba a lápiz es de 0,6 y la probabilidad de que

lleve “tipex” y también escriba a lápiz es de 0,05. Elegido un alumno al azar, calcula la probabilidad de que: 1) lleve “tipex” o escriba a lápiz, 2) no lleve “tipex” y no escriba a lápiz.

**81. [Reserva 1 de 2004 – Segundo Bloque – B)]** En una clase de Matemáticas de 50 alumnos se hacen tres grupos de trabajo (A, B y C) para preparar una batería de preguntas. En el grupo A hay 10 alumnos mientras que en el B y en el C hay 20 alumnos. La probabilidad de que un alumno del grupo A acierte una determinada pregunta es 0,6; un alumno del grupo B la acierta con una probabilidad de 0,9 y un alumno del grupo C la acierta con una probabilidad de 0,8. Elegido al azar un alumno de esa clase, 1) calcula la probabilidad de que acierte esa pregunta, 2) Si ha acertado la pregunta, calcula la probabilidad de que sea del grupo B.

**82. [Reserva 1 de 2004 – Cuarto Bloque – A)]** La probabilidad de que un niño en edad escolar tenga trastornos de conducta es 0,2. Elegidos al azar tres niños en edad escolar, calcula la probabilidad de que: 1) ninguno de los tres tenga trastornos de conducta, 2) más de uno tenga trastornos de conducta.

**83. [Septiembre de 2004 – Segundo Bloque – B)]** En una segunda vuelta de unas elecciones presidenciales de un país sudamericano en la que sólo quedan dos candidatos A y B, el 45 % de los votantes votan al candidato A de los cuáles un 54 % proviene del sur del país. Del 55 % de los que votan al candidato ganador B, el 60 % proviene del norte del país. Elegido un votante al azar, calcula la probabilidad de que: 1) provenga del sur del país, 2) haya votado al candidato A y sea del norte del país.

**84. [Septiembre de 2004 – Cuarto Bloque – A)]** En una clase hay 18 chicos y 14 chicas. Un profesor saca a la pizarra, consecutivamente a tres alumnos diferentes. Calcula la probabilidad de que: 1) saque a tres chicas. 2) saque a una chica y a dos chicos.

**85. [Junio de 2004 – Segundo Bloque – B)]** En una determinada asignatura hay matriculados 2500 alumnos. En Junio se presentaron 1800 de los que aprobaron 1015, mientras que en Septiembre, de los 700 que se presentaron, suspendieron 270. Elegido al azar un alumno matriculado en esa asignatura, 1) calcula la probabilidad de que la haya aprobado. 2) Si ha suspendido la asignatura, cuál es la probabilidad de haberse presentado en Septiembre.

**86. [Junio de 2004 – Cuarto Bloque – A)]** En un centro de Secundaria, aprueban Biología 4 de cada 5 alumnos, las Matemáticas las aprueban 2 de cada 3 alumnos y 3 de cada 5 alumnos aprueban la Lengua. Elegido al azar un alumno matriculado de esas asignaturas en ese centro, Calcula la probabilidad de que: 1) suspenda esas tres asignaturas. 2) suspenda sólo una de ellas.

**87. [Reserva 2 de 2003 – Segundo Bloque – B)]** En un cierto edificio se usan dos ascensores; el primero lo usan el 45 % de los inquilinos y el resto el segundo. El porcentaje de fallos del primero es del 5 %, mientras que el segundo es del 8 %. 1) Calcula la probabilidad de que un determinado inquilino del edificio quede atrapado en un ascensor. 2) Si un día un inquilino queda atrapado en un ascensor, halla la probabilidad de que haya sido en el primero

**88. [Reserva 2 de 2003 – Cuarto Bloque – A)]** Las cinco preguntas de un determinado cuestionario tienen 4 alternativas de respuesta de las que sólo una es correcta. Si alguien contesta al azar, calcular la probabilidad de: 1) Acertar las cinco preguntas. 2) Acertar tres preguntas y fallar las otras dos

- 89.** [Reserva 1 de 2003 – Segundo Bloque – B)] En una sala de exámenes se dispone de dos urnas iguales A y B. En la urna A hay 12 bolas blancas con temas de Filosofía y 8 bolas rojas de Historia. En la urna B hay 6 bolas blancas con temas de Filosofía (distintos de los de la urna A) y 9 bolas rojas con temas de Historia (distintos de los de la urna A). Para elegir un tema, primero se elige una urna al azar y luego, al azar, se saca una bola de esa urna. 1) Calcula la probabilidad de que el tema elegido sea de Historia. 2) Si el tema elegido es de Filosofía, calcula la probabilidad de que haya salido de la urna A.
- 90.** [Reserva 1 de 2003 – Cuarto Bloque – A)] En un juego hay dos premios. El juego consiste en, de una bolsa que contiene 4 bolas blancas, dos bolas rojas y 3 bolas verdes, sacar dos bolas una a una sin devolverlas a la bolsa. El primer premio se consigue sacando las dos bolas verdes y el segundo se gana si no se saca ninguna bola roja. Calcula la probabilidad de: 1) Ganar el primer premio. 2) Ganar el segundo premio.
- 91.** [Septiembre de 2003 – Segundo Bloque – B)] En un experimento de detección de estímulos, se presentan la mitad de las veces el estímulo A y la otra mitad el estímulo B. El A es detectado el 80 % de las veces y el B el 70 %. 1) En un ensayo determinado se ha presentado el estímulo A. ¿cuál es la probabilidad de que no sea detectado? 2) Cuando un estímulo no es detectado, ¿cuál es la probabilidad de que sea el estímulo B.
- 92.** [Septiembre de 2003 – Cuarto Bloque – A)] En una reunión hay 10 personas, tres rubias, cinco morenas y dos pelirrojas. Se eligen al azar y de una forma sucesiva tres personas. Calcula la probabilidad de que: 1) Las tres personas tengan igual color de pelo. 2) El color del pelo de las tres sea diferente.
- 93.** [Junio de 2003 – Segundo Bloque – B)] En un I.E.S. hay tres profesores de Física. Cuando un alumno se matricula en el centro tiene igual probabilidad de que le asignen uno u otro profesor de Física. La probabilidad de obtener como nota final un sobresaliente con el profesor A es 0,3; la de obtenerlo con el profesor B es de 0,28; y la de obtenerlo con el profesor C es 0,35. 1) Calcula la probabilidad de que un alumno matriculado en Física obtenga como nota final un sobresaliente. 2) Sabiendo que un alumno ha obtenido un sobresaliente como nota final en Física, ¿cuál es la probabilidad de que le hubiesen asignado al profesor C?
- 94.** [Junio de 2003 – Cuarto Bloque – A)] Se extraen de una forma sucesiva y sin devolverlos a la caja, 4 tomillos. Calcula la probabilidad de que: 1) Los cuatro tomillos extraídos sean buenos. 2) Al menos un tomillo, de los cuatro extraídos, sea defectuoso.
- 95.** [Reserva 2 de 2002 – Primer Bloque – B)] Una clase de 2º de Bachillerato está formada por 10 chicos y 10 chicas; la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han elegido inglés como asignatura optativa. Elegido un alumno al azar: a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico o estudie Inglés? b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y no estudie Inglés?
- 96.** [Reserva 2 de 2002 – Cuarto Bloque – A)] Dos urnas son tales que la probabilidad de elegir la primera es cuatro veces mayor que de elegir la segunda. En la primera hay 7 bolas blancas y 3 negras. En la segunda hay 4 bolas negras, 10 rojas y 6 blancas. a) ¿Cuál es la probabilidad de elegir cada urna? b) Elegimos una urna y extraemos una bola. Si ésta es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la primera urna?

**97.** [*Reserva 1 de 2002 – Primer Bloque – B*] De una baraja de 48 cartas (compuesta por 12 cartas de oros, 12 de copas, 12 de bastos y 12 de espadas) se extraen simultáneamente dos de ellas, calcula la probabilidad de que: a) Las dos sean de espadas. b) Al menos una sea de espadas. c) Una sea de oros y la otra de espadas.

**98.** [*Reserva 1 de 2002 – Cuarto Bloque – A*] En un colectivo profesional formado a partes iguales por ambos sexos, el estrés afecta a un 35% de los hombres y a una de cada cuatro mujeres. Elegida una persona al azar, calcular la probabilidad de que: a) Tenga estrés. b) Padeciendo estrés, sea hombre.

**99.** [*Septiembre de 2002 – Tercer Bloque – B*] Se sortea un viaje entre los 120 empleados de una empresa. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide: a) ¿Cuál es la probabilidad de que le toque el viaje a una mujer soltera? b) Si el premio recae en una persona casada, ¿cuál es la probabilidad de que sea un hombre?

**100.** [*Septiembre de 2002 – Cuarto Bloque – A*] En una clase hay 25 alumnos. De ellos, 10 son chicos y el resto chicas. Si elegimos aleatoriamente y sin reposición a tres de ellos: a) ¿Cuál es la probabilidad de que los tres sean chicas? b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya dos chicas y un chico?

**101.** [*Junio de 2002 – Tercer Bloque – B*] Para la señalización de emergencia de una fábrica se han instalado dos indicadores que funcionan independientemente. La probabilidad de que el indicador A se accione en una avería es 0,99, mientras que la de que se accione el indicador B es 0,95. Si se produce una avería: a) ¿Cuál es la probabilidad de que se accione un solo indicador? b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se accione ningún indicador?

**102.** [*Junio de 2002 – Cuarto Bloque – B*] En el primer curso de una determinada Facultad hay dos grupos A y B. En el grupo A hay 60 varones y 40 mujeres, y en el grupo B hay 64 varones y 16 mujeres. La probabilidad de elegir un alumno del grupo A es  $\frac{1}{3}$  y la de elegir uno del grupo B es  $\frac{2}{3}$ . a) Calcular la probabilidad de elegir un varón. b) Si hemos elegido un varón, ¿cuál es la probabilidad que esté en el grupo A?

**103.** [*Reserva 2 de 2001 – Segundo Bloque – B*] Se dispone de una bolsa con 5 bolas negras y 3 bolas rojas, todas del mismo tamaño. Se dispone también de una moneda trucada de tal forma que la probabilidad de que salga “cara” es cuatro veces la probabilidad de que salga “cruz”. Se lanza la moneda. Si sale cara introducimos en la bolsa 2 bolas negras iguales a las existentes. Si sale cruz entonces sacamos de la bolsa una bola roja. Se pide: (a) Determina la probabilidad de que en la bolsa resultante después de lanzar la moneda no haya variado el número de bolas negras, (b) Lanzamos la moneda y realizamos la operación que proceda. A continuación, extraemos al azar una bola de la bolsa Determina la probabilidad de que sea de color negro.

**104.** [*Reserva 2 de 2001 – Cuarto Bloque – A*] La diferencia entre la probabilidad de un suceso M y la probabilidad del contrario de otro suceso N es 0,3 Sabiendo que, cuatro veces la probabilidad de M es igual a tres veces la probabilidad de N y que la probabilidad de la intersección de los sucesos M y N es 0,1, se pide: (a) Probabilidad de que se verifique alguno de los sucesos M o N . (b) Probabilidad de que se verifique únicamente el suceso M ó únicamente el suceso N (c) Probabilidad de que no se verifique ninguno de los dos (d) ¿Son independientes los sucesos M y N? Razona la respuesta.

**105. [Reserva 1 de 2001 – Segundo Bloque – B]** Se lanzan a la vez dos dados cúbicos iguales. Se consideran los sucesos  $M =$  ‘ Las puntuaciones de ambos dados son impares’, y  $N =$  ‘Las puntuaciones de ambos dados son iguales’. Se pide: (a) Escribe el espacio muestral asociado al experimento aleatorio ‘Lanzamiento simultáneo de los dos dados’, (b) Determina las probabilidades de los sucesos  $M$ ,  $N$ ,  $M \cup N$ ,  $M \cap N$ . (c) Determina la probabilidad del suceso: ‘Las puntuaciones de los dos dados no son ambas impares ni ambas son iguales’ (d) ¿Son independientes los sucesos  $M$  y  $N$ ? Razona la respuesta.

**106. [Reserva 1 de 2001 – Cuarto Bloque – A]** Se dispone de una baraja española de 40 cartas (10 cartas de oros, 10 cartas de copas, 10 cartas de espadas y 10 cartas de bastos). Se extraen dos cartas de la baraja, una a continuación de la otra, sin reemplazamiento. Se pide: (a) Probabilidad de que las dos cartas sean oros (b) Probabilidad de que la 1ª carta sea un as y la 2ª sea una sota. (En una baraja española hay 4 ases y 4 sotas). Contesta a las mismas cuestiones planteadas, en el caso de que la extracción de las cartas se haga con reemplazamiento, es decir, que la 1ª carta extraída se devuelva a la baraja antes de extraer la segunda carta.

**107. [Septiembre de 2001 – Primer Bloque – A]** Se dispone de dos urnas iguales con el siguiente contenido, Urna P: 4 bolas amarillas y 6 bolas granates. Urna Q: 5 bolas amarillas y 7 bolas granates. Se dispone de un dado cúbico con las siguientes puntuaciones: 1, 1, 2, 2, 2, 3. Se lanza el dado. Si sale el número 1 se extrae una bola de la urna P. En los demás casos la bola se extrae de la urna Q. Se pide la probabilidad de que: a) Al lanzar el dado se obtenga una puntuación mayor de 1. b) Al tomar una bola de la urna P sea de color granate, c) Al extraer una bola, después de lanzar el dado, se obtenga de color amarillo.

**108. [Septiembre de 2001 – Cuarto Bloque – A]** Los atletas veteranos de un club de atletismo tienen la siguiente preferencia referente a su participación en distintos tipos de carreras: El 70 % suele participar en carreras de maratón (42 Km 195 metros) El 75 % suele participar en carreras de media maratón (21 Km 97,5 metros) El 13 % no suele participar en estos tipos de carreras. Se elige al azar uno de estos atletas. Calcula la probabilidad de que: (a) Suela participar en carreras de maratón o de media maratón. (b) Suela participar en carreras de maratón y de media maratón (c) Suela participar únicamente en carreras de maratón o únicamente en carreras de media maratón.

**109. [Junio de 2001 – Segundo Bloque – A]** Se dispone de un dado trucado de cuatro caras con puntuaciones: 1, 2, 3, 4, de modo que  $p(4) = 4 p(1)$   $p(3) = 3 p(1)$   $p(2) = 2 p(1)$  en donde  $p(4)$  indica la probabilidad de obtener la puntuación 4 y así sucesivamente. Se dispone también de dos urnas con la siguiente composición:

Urna U1, : 1 bola roja y 2 bolas verdes. Urna U2 : 2 bolas rojas y 3 bolas verdes.

Se lanza el dado. Si sale número par extraemos una bola de la urna U1, Si sale impar extraemos una bola de la urna U2 . Se pide: (a) Determina las probabilidades de los sucesos elementales que se presentan al lanzar el dado de cuatro caras, (b) Se lanza el dado y a continuación extraemos una bola de la urna que corresponda. Halla la probabilidad de que sea de color verde.

**110. [Junio de 2001 – Cuarto Bloque – A]** Un estuche contiene 5 lápices de igual forma y tamaño: 2 de color azul y 3 de color verde. Se extrae un lápiz del estuche y a continuación, sin reemplazamiento, se extrae otro lápiz. Se pide: (a) Escribir los sucesos elementales que definen los sucesos  $M =$  ‘Sólo ha salido un lápiz de color verde’ y  $N =$  ‘El segundo lápiz extraído es de color azul’ (b) Calcula las probabilidades de los sucesos  $M$ ,  $N$  y  $M \cap N$  (c) Estudia la independencia de los sucesos  $M$  y  $N$ . Razona la respuesta.

**111. [Reserva 2 de 2000 – Segundo Bloque – B)]** Se dispone de dos urnas idénticas. La 1ª contiene 3 bolas negras y 4 bolas verdes. La 2ª contiene 4 bolas negras y 3 bolas verdes. 1º) Extraemos al azar una bola de cada urna. Hallar la probabilidad de que ambas sean de color negro. 2º) Se saca una bola de la 2ª urna y sin mirarla se introduce en la 1ª urna. De ésta, a continuación, se extrae una bola. Hallar la probabilidad de que sea de color verde.

**112. [Reserva 2 de 2000 – Cuarto Bloque – A)]** Una caja contiene 1 tarjeta amarilla y 2 tarjetas rojas. Se extrae, con reemplazamiento, dos veces seguidas una tarjeta de la caja. Se pide: 1º) Escribir los sucesos elementales que constituyen los sucesos  $A = \text{“Sólo ha salido una tarjeta roja”}$  y  $B = \text{“La segunda tarjeta extraída es amarilla”}$ . 2º) Hallar las probabilidades de los sucesos:  $A$ ,  $B$  y  $A \cap B$ . 3º) ¿Son independientes los sucesos  $A$  y  $B$ ?

**113. [Reserva 1 de 2000 – Tercer Bloque – B)]** Al 65 % de los alumnos de un Instituto les gusta el rock latino. Al 25 % les gusta la música clásica y sólo al 10 % les gusta los dos tipos de música. Se elige al azar uno de estos alumnos. Calcular la probabilidad de que: 1º) Le guste el rock latino o la música clásica. 2º) No le guste ni el rock latino ni la clásica. 3º) Le guste sólo el rock latino 4º) ¿Son independientes los sucesos  $A = \text{“Le gusta el rock latino”}$  y  $B = \text{“Le gusta música clásica”}$ ?

**114. [Reserva 1 de 2000 – Cuarto Bloque – A)]** Se tienen tres bolsas  $A$ ,  $B$  y  $C$  con el siguiente contenido,  $A$ : 2 bolas blancas y 3 rojas.  $B$ : 3 bolas blancas y 2 rojas.  $C$ : 1 bola blanca y 4 rojas. Se lanzan tres monedas distintas. Si se obtienen exactamente dos caras, se extrae una bola de la bolsa  $A$ . Si se obtienen exactamente dos cruces, se extrae una bola de la bolsa  $B$  y en los restantes casos, se extrae una bola de la bolsa  $C$ . Se pide: 1º) Escribir el espacio muestral del experimento aleatorio: “Lanzamiento de las tres monedas”. 2º) Hallar la probabilidad de que la bola extraída sea de color blanco.

**115. [Septiembre de 2000 – Primer Bloque – B)]** En un experimento aleatorio, se consideran dos sucesos  $A$  y  $B$ . La probabilidad de que no se verifique  $A$  es 0,1. La probabilidad de que no se verifique  $B$  es 0,4. La probabilidad de que no se verifique  $A$  ni  $B$  es 0,04. Hallar la probabilidad de que: 1º) Se verifique el suceso  $A$  o se verifique el suceso  $B$ . 2º) Se verifique el suceso  $A$  y se verifique el suceso  $B$ . ¿Son independientes los sucesos  $A$  y  $B$ ?

**116. [Septiembre de 2000 – Cuarto Bloque – A)]** Una caja contiene 7 tarjetas de la misma forma y tamaño; 4 de color amarillo y 3 de color rojo. Se extrae de ella al azar una tarjeta, se anota su color y sin devolverla a la caja extraemos de ésta una segunda tarjeta. Se pide; 1º) Escribir el espacio muestral. 2º) Hallar la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales del espacio muestral.

**117. [Junio de 2000 – Tercer Bloque – B)]** En un experimento aleatorio, la probabilidad de un suceso  $A$  es dos veces la probabilidad de otro suceso  $B$  y la suma de la probabilidad de  $A$  y la probabilidad del suceso contrario de  $B$  es 1,3. Se sabe, además, que la probabilidad de la intersección de  $A$  y  $B$  es 0,18. Calcular la probabilidad de que: 1º) Se verifique el suceso  $A$  o se verifique el suceso  $B$ . 2º) Se verifique el suceso contrario de  $A$  o se verifique el suceso contrario de  $B$ . 3º) ¿Son independientes los sucesos  $A$  y  $B$ ?

**118. [Junio de 2000 – Cuarto Bloque – A)]** Se dispone de tres monedas. La 1ª de ellas está trucada de forma que la probabilidad de obtener cara es 0,4. La 2ª moneda tiene 2 cruces y la 3ª moneda también está trucada de modo que la probabilidad de obtener cara es 0,6. Se pide; 1º) Escribir el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de estas tres monedas, sucesivamente,

y en el orden indicado. 2º) Probabilidad de que se obtengan exactamente 2 cruces . 3º) Probabilidad del suceso  $A = \text{"(cara, cruz, cara)"}.$  4º) Probabilidad de obtener, al menos, una cara.